



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Hypatie

(11^e année – Sec. V)

le mercredi 1 avril 2026

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 2 avril 2026

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 75 minutes

©2026 University of Waterloo

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.







- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

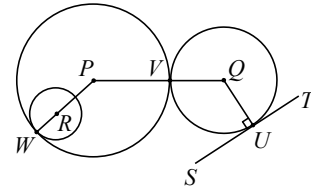
1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.


1. On dit que des points sont *colinéaires* s'ils appartiennent à une même droite.
 -  (a) Si les points $A(1, 2)$, $B(2, 5)$ et $C(3, c)$ sont colinéaires, quelle est la valeur de c ?
 -  (b) Trois points distincts $D(0, 7)$, E et $F(14, 0)$ sont colinéaires. Si les coordonnées du point E sont des entiers strictement positifs, combien de tels points existent ?
 -  (c) Déterminez la valeur de n telle que les points $P(15, 12)$, $Q(6, n - 4)$ et $R(18, n)$ soient colinéaires.
2. Un *nombre sommet* est un entier strictement positif à 5 chiffres, de la forme $ABCBA$, avec des chiffres tels que $0 < A < B < C < 10$. Par exemple, 27872 est un nombre sommet avec $A = 2$, $B = 7$ et $C = 8$, mais 52625 et 46954 ne sont pas des nombres sommet.
 -  (a) Quelle est la différence positive entre le plus grand et le plus petit nombre sommet ?
 -  (b) Combien de nombres sommet sont supérieurs à 36 245 et inférieurs à 45 932 ?
 -  (c) Déterminez tous les nombres sommet qui sont multiples de 15.


3. Dans le diagramme, les cercles de centres P et Q sont tangents extérieurement en V , les cercles de centres P et R sont tangents intérieurement en W , et ST est tangent au cercle de centre Q en U .


1er fait : La droite passant par les centres de deux cercles tangents passe par leur point de tangence. Par exemple, dans le diagramme, la droite passant par P et Q passe par V , et la droite passant par P et R passe par W .

2e fait : Une droite tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon mené au point de tangence. Par exemple, dans le diagramme, ST est perpendiculaire à QU .



-  (a) Dans la Figure 1 ci-dessous, un petit cercle de centre A et de rayon 10 est tracé à l'intérieur d'un grand cercle de centre B et de rayon 36. Les deux cercles sont tangents intérieurement en C . Le diamètre CD du grand cercle passe par A et intersecte le petit cercle en E . Quelle est la longueur de DE ?

-  (b) Dans la Figure 2 ci-dessous, un petit cercle de centre G et de rayon 12 est tracé à l'intérieur d'un grand cercle de centre F et de rayon 49. Les deux cercles sont tangents intérieurement en K . Le diamètre HI du grand cercle est tangent au petit cercle en J . Déterminez la longueur de FJ .

-  (c) Dans la Figure 3 ci-dessous, un petit cercle de centre X et de rayon 5 est tracé à l'intérieur d'un grand cercle de centre Z et de rayon 18. Les deux cercles sont tangents intérieurement en L . Le diamètre UV du grand cercle est tangent au petit cercle en M . Un cercle moyen de rayon r est tangent extérieurement au petit cercle en N et tangent intérieurement au grand cercle en V , son centre Y se trouvant sur UV . Déterminez la valeur de r .

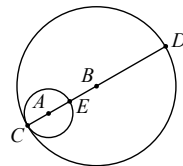


Figure 1

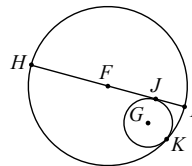


Figure 2

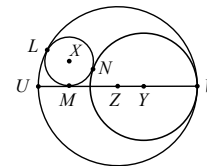


Figure 3


4. Un entier strictement positif n est une *somme de deux carrés positifs* s'il existe des entiers $a > 0$ et $b > 0$ tels que $n = a^2 + b^2$. Par exemple, 29 est une somme de deux carrés positifs puisque $29 = 2^2 + 5^2$. Cependant, ni 11 ni 16 ne sont des sommes de deux carrés positifs.


Un *nombre Sorensen*, S , est un entier strictement positif qui peut être exprimé comme somme de deux carrés positifs de trois manières distinctes, comme suit :

$$S = m^2 + x^2 = (m + 1)^2 + y^2 = (m + 2)^2 + z^2 \quad (*)$$

pour certains entiers strictement positifs m, x, y et z . Dans les questions suivantes, x, y et z désignent des entiers strictement positifs satisfaisant (*).

-  (a) Si $y^2 - z^2 = x^2 - y^2 + k$, quelle est la valeur de la constante k ?

-  (b) L'expression $y^2 - z^2$ peut s'écrire comme la somme de p entiers impairs consécutifs, dont le plus grand est $2y - 1$. De même, $x^2 - y^2$ peut s'écrire comme la somme de q entiers impairs consécutifs, dont le plus grand est $2x - 1$. Déterminez une expression de y en fonction de p et q .

-  (c) Déterminez deux nombres Sorensen distincts.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Hypatie de 2026! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI. Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2026.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2026/2027
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne
- utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours