



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Fryer

(9<sup>e</sup> année – Sec. III)

le mercredi 1 avril 2026

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 2 avril 2026

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée : 75 minutes

©2026 University of Waterloo

*Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.*

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



**ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.**

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple,  $\pi + 1$  et  $1 - \sqrt{2}$  sont des nombres exacts simplifiés.

*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au *cemc.uwaterloo.ca*. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par  $y = x^3 - x$ , mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Dans les grilles ci-dessous, les points sont espacés d'une unité horizontalement et d'une unité verticalement. Les formes sont construites en reliant des points par des segments.



- (a) Dans la Figure 1, la forme ombrée est un rectangle de largeur 8 et de hauteur 6 dont on a retiré un carré de  $1 \times 1$ . Quelle est l'aire de la forme ombrée dans la Figure 1 ?



- (b) Dans la Figure 2, la forme ombrée est un rectangle de largeur 8 et de hauteur 6 dont on a retiré un triangle. Quelle est l'aire de la forme ombrée dans la Figure 2 ?



- (c) Dans la Figure 3, le trapèze  $ABCD$  est tel que  $AD = 5$ ,  $BC = 3$  et  $CD = 8$ . Les points  $G$  et  $H$  sont placés verticalement sous les points  $C$  et  $D$  de façon que  $GH$  soit parallèle à  $CD$  et que l'aire du trapèze  $ABGH$  soit le double de celle du  $ABCD$ . Déterminez la longueur de  $BG$ .

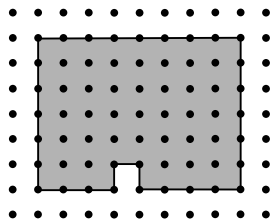


Figure 1

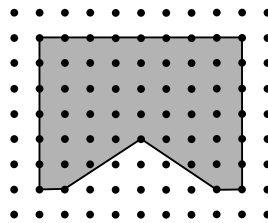


Figure 2

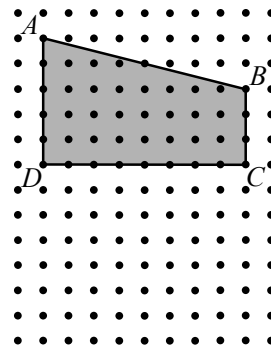


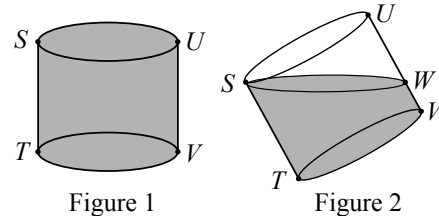
Figure 3

2. La liste  $P$  contient tous les entiers strictement positifs de 1 à  $2^{53}$  inclus.
- 💡 (a) Combien de nombres dans la liste  $P$  peuvent s'écrire sous la forme  $2^k$ , avec  $k$  un entier strictement positif?
- 💡 (b) Puisque  $4 = 2^2$ , chaque puissance de 4 peut s'écrire sous la forme d'une puissance de 2. Par exemple,  $4^3$  peut s'écrire :  $4^3 = (2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^6$ . En général,  $4^n = (2^2)^n = 2^{2 \times n} = 2^{2n}$ . Combien de nombres dans la liste  $P$  peuvent s'écrire sous la forme  $4^\ell$ , avec  $\ell$  un entier strictement positif?
- 🔍 (c) Déterminez combien de nombres dans la liste  $P$  peuvent s'écrire sous la forme  $4^r$  mais pas sous la forme  $8^t$ , avec  $r$  et  $t$  des entiers strictement positifs.

3. Les points  $S$  et  $U$  se trouvent sur le bord supérieur d'un récipient cylindrique non couvert et sont diamétralement opposés. Les points  $T$  et  $V$  se trouvent sur le bord inférieur du récipient et sont placés respectivement sous les points  $S$  et  $U$ , comme illustré dans la Figure 1. Le cylindre est rempli d'eau, puis incliné de manière à ce qu'une partie de l'eau s'écoule. Ensuite, le cylindre est maintenu dans une *position inclinée stationnaire* jusqu'à ce que l'eau cesse de s'écouler et se stabilise. À ce moment-là, la surface de l'eau

- est horizontale
- touche  $S$
- touche  $UV$  en  $W$ , avec  $0 \leq WV < UV$

comme illustré dans la Figure 2. Dans le cas où  $WV = 0$ , l'eau occupe la moitié du volume du cylindre. Dans les questions suivantes, chacun des trois cylindres est rempli d'eau, incliné, puis maintenu dans une position inclinée stationnaire.



- 💡 (a) En supposant que  $WV = WU$ , quelle fraction du volume du cylindre est occupée par l'eau ?
- 🔍 (b) Soit  $UV = 1$  et  $WV = x$ , avec  $0 \leq x < 1$ . Déterminez, en fonction de  $x$ , une expression pour la fraction du volume du cylindre occupée par l'eau.
- 🔍 (c) Considérons un cylindre de rayon 8 cm et de hauteur 12 cm contenant  $624\pi \text{ cm}^3$  d'eau et placé en position inclinée stationnaire. Déterminez la longueur de  $WV$ .

Remarque : le volume d'un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  est  $\pi r^2 h$ .

4. Dans une *suite Dunbar*,
- chaque terme est un entier strictement positif ;
  - le deuxième terme est supérieur au premier terme ;
  - chaque terme après le deuxième est la somme des deux termes précédents de la suite.

Par exemple, les six premiers termes d'une suite de Dunbar dont le premier terme est 2 et le second est 5 sont :

$$2, 5, 7, 12, 19, 31$$

- 💡 (a) Si le cinquième terme d'une suite Dunbar est 57 et le troisième terme est 20, quel est le premier terme de cette suite ?
- 🔍 (b) Soient  $a$  et  $b$  le premier et le deuxième terme d'une suite Dunbar. Déterminez toutes les paires  $(a, b)$  pour lesquelles le sixième terme de la suite est égal à 104.
- 🔍 (c) Soient  $c$  et  $d$  le premier et le deuxième terme d'une autre suite de Dunbar. Déterminez toutes les paires  $(c, d)$  pour lesquelles le produit du septième et du huitième terme est égal à 41 440.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

*Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2026! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI. Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2026.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

*Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2026/2027
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne
- utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours