



Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fermat 2026

(11^e année – Secondaire V)

le mercredi 25 février 2026
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 26 février 2026
(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

1. Le prix d'achat de deux calculatrices F-MAT est de 30 \$, donc le prix d'achat de quatre de ces calculatrices est $2 \times 30 \$ = 60 \$$.

RÉPONSE : (C)

2. *Solution 1*

En factorisant le numérateur et en simplifiant, on obtient $\frac{101^2 - 101}{100} = \frac{101(101 - 1)}{100} = \frac{101(100)}{100} = 101$.

Solution 2

En effectuant le calcul, on obtient $\frac{101^2 - 101}{100} = \frac{10\,201 - 101}{100} = \frac{10\,100}{100} = 101$.

RÉPONSE : (A)

3. Puisque 50 % de 24 est égal à 12, le nombre de membres du club de mathématiques a augmenté de 12 membres. Donc, lors de la deuxième année, il y avait $24 + 12 = 36$ membres.

RÉPONSE : (C)

4. On note par x le nombre écrit immédiatement à droite de 16, donc $5 + 16 + x = 24$, d'où $x = 24 - 21 = 3$. On remarque que le quatrième carré doit contenir le même nombre que le premier afin d'obtenir $3 + 5 + 16 = 5 + 16 + 3 = 24$. De même, le cinquième carré doit contenir le même nombre que le deuxième (soit 5) afin d'obtenir $5 + 16 + 3 = 16 + 3 + 5 = 24$. En continuant ainsi, le sixième carré contient 16, et le nombre dans le carré marqué d'un point d'interrogation est 3. La figure complétée est montrée ci-dessous.

3	5	16	3	5	16	3
---	---	----	---	---	----	---

RÉPONSE : (A)

5. En effectuant le calcul, le côté gauche de l'équation est égal à $4^3 = 64$. Puisque $\frac{64}{4} = 16$, le nombre de 4 dans la somme du côté droit de l'équation est 16.

RÉPONSE : (D)

6. Le prix d'une banane est la moitié de celui d'une pomme, donc le prix de 8 bananes est le même que celui de 4 pommes. Ainsi, le prix de 8 bananes et de 4 pommes est le même que celui de $4 + 4 = 8$ pommes. Le prix total des fruits est de 16,00 \$, donc le prix d'une pomme est $\frac{16,00 \$}{8} = 2,00 \$$.

RÉPONSE : (E)

7. Le diagramme à bandes montre qu'il y a six fois plus de hérons que de grives, et trois fois plus de mésanges que de grives. On note par x le nombre de grives observées. Alors $6x$ hérons et $3x$ mésanges ont été observés. Comme 30 oiseaux ont été observés au total, on a $x + 6x + 3x = 30$, soit $10x = 30$, d'où $x = 3$.

Lors de sa promenade, Leah a donc observé $6x = 6(3) = 18$ hérons.

RÉPONSE : (D)

8. Puisque a , b , c et d sont quatre entiers strictement positifs consécutifs, on peut écrire $b = a + 1$, $c = a + 2$ et $d = a + 3$. Ainsi, $(a + d) - (b + c) = (a + a + 3) - (a + 1 + a + 2) = (2a + 3) - (2a + 3) = 0$.

RÉPONSE : (B)

9. On note par x le côté du carré initial. Puisque l'aire du carré initial est 10, on a $x^2 = 10$. Le nouveau carré a un côté de longueur kx , où k est un entier strictement positif. L'aire de ce nouveau carré est $(kx)^2 = k^2 \times x^2 = 10k^2$. On considère l'égalité $10k^2$ avec chacune des cinq options proposées et on résout pour k . Parmi les choix proposés, 90 est la seule aire pour laquelle k est un entier strictement positif, puisque $10k^2 = 90$ donne $k = 3$.

RÉPONSE : (D)

10. *Solution 1*

On considère le lancer du dé à six faces en premier. Le résultat de ce lancer est un entier de 1 à 6 inclus. Si le dé à huit faces est lancé en deuxième, la probabilité que le nombre obtenu soit le même que celui du premier lancer est égale à $\frac{1}{8}$.

Solution 2

On considère le lancer du dé à huit faces en premier. Le résultat de ce lancer est un entier de 1 à 8 inclus. La probabilité d'obtenir, lors du premier lancer, un nombre de 1 à 6 inclus est $\frac{6}{8}$. Si l'on obtient 7 ou 8, la probabilité d'obtenir le même nombre avec le dé à six faces est nulle. Lors du lancer du dé à six faces, le nombre obtenu est le même que celui obtenu lors du lancer du dé à huit faces si, lors du premier lancer, on obtient un nombre de 1 à 6 (événement de probabilité $\frac{6}{8}$), et que lors du deuxième lancer on obtient le même nombre (événement de probabilité $\frac{1}{6}$).

Ainsi, la probabilité d'obtenir le même nombre sur les deux dés est $\frac{6}{8} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{8}$.

Solution 3

On considère les couples ordonnés (a, b) , où a représente le nombre obtenu lors du lancer du dé à six faces et b représente le nombre obtenu lors du lancer du dé à huit faces.

Il y a 6 valeurs possibles pour a et 8 pour b , donc il y a $6 \times 8 = 48$ couples ordonnés représentant les résultats possibles lors du lancer de ces deux dés.

Parmi ces 48 couples, il y en a exactement 6 pour lesquels on obtient le même nombre sur les deux dés, soit $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$ et $(6, 6)$. Ainsi, la probabilité d'obtenir le même nombre sur les deux dés est $\frac{6}{48} = \frac{1}{8}$.

RÉPONSE : (E)

11. Maria a parcouru 500 km en 8 heures, donc sa vitesse moyenne était $\frac{500 \text{ km}}{8 \text{ h}} = 62,5 \text{ km/h}$.

La vitesse moyenne d'Andrea était quatre fois celle de Maria, soit $4 \times 62,5 \text{ km/h} = 250 \text{ km/h}$.

Le vol d'Andrea était de 1500 km, donc son vol a duré $\frac{1500 \text{ km}}{250 \text{ km/h}} = 6$ heures.

RÉPONSE : (D)

12. Le plus petit nombre strictement positif et inférieur à 100 qui s'écrit comme somme de trois entiers consécutifs est $1 + 2 + 3 = 6$.

Le deuxième plus petit nombre strictement positif et inférieur à 100 qui s'écrit comme somme de trois entiers consécutifs est $2 + 3 + 4 = 9$, soit une augmentation de 3 par rapport à la somme précédente.

En général, pour un entier positif a , la somme de trois entiers consécutifs est

$$a + (a + 1) + (a + 2) = 3a + 3.$$

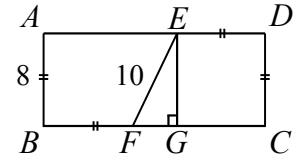
La somme suivante est $(a+1) + (a+2) + (a+3) = 3a+6$ ce qui est supérieur de $(3a+6) - (3a+3) = 3$ à la somme précédente.

Ainsi, chaque somme augmente de 3 par rapport à la somme précédente. Le plus grand nombre inférieur à 100 qui s'écrit comme somme de trois entiers consécutifs est $32 + 33 + 34 = 99$. (On note que $33 + 34 + 35 = 102 > 100$.)

Par conséquent, les nombres inférieurs à 100 qui s'écrivent comme somme de trois entiers consécutifs strictement positifs sont de la forme $3a + 3$, avec $1 \leq a \leq 32$. Donc, il y en a 32.

RÉPONSE : (D)

13. On construit le segment EG perpendiculaire à BC , comme montré. Ainsi, $EG = AB = 8$ et le triangle EFG est rectangle en G . D'après le théorème de Pythagore, $FG^2 = EF^2 - EG^2 = 10^2 - 8^2 = 36$, donc $FG = 6$ (puisque $FG > 0$).



Puisque $EGCD$ est un carré, on a $GC = ED = 8$. Donc, $BC = BF + FG + GC = 8 + 6 + 8 = 22$, et l'aire du rectangle $ABCD$ est $AB \times BC = 8 \times 22 = 176$.

RÉPONSE : (B)

14. Si un dimanche correspond au jour n , alors le dimanche suivant correspond au jour $n + 7$ (7 jours plus tard).

Des entiers strictement positifs dont la différence est de 7 ont des parités différentes, c'est-à-dire que l'un est pair et l'autre impair.

Trois images peintes le dimanche portent des numéros pairs, donc la dernière a été peinte $2 \times 7 = 14$ jours après la première. (Des entiers dont la différence est de 14, ou plus généralement une différence paire, ont la même parité.)

Si l'image numérotée 2 est la première à être peinte un dimanche, alors les images numérotées $2 + 14 = 16$ et $16 + 14 = 30$ sont aussi peintes un dimanche.

On peut vérifier qu'il s'agit de la seule possibilité pour laquelle trois des images peintes le dimanche portent des numéros pairs.

L'image numérotée 30 a été peinte un dimanche, donc l'image numérotée 25, peinte 5 jours plus tôt, a été peinte un mardi.

RÉPONSE : (B)

15. Si $x : 4$ est égal à $9 : y$, alors $\frac{x}{4} = \frac{9}{y}$, d'où $xy = 36$.

Puisque x et y sont des entiers strictement positifs, (x, y) est une paire de diviseurs strictement positifs de 36.

Les paires de diviseurs strictement positifs de 36 avec $x < y$ sont $(1, 36)$, $(2, 18)$, $(3, 12)$ et $(4, 9)$. Les paires inversées (avec $x > y$) sont aussi des paires de diviseurs strictement positifs.

En plus de ces $4 \times 2 = 8$ paires ordonnées, $(6, 6)$ est aussi une paire de diviseurs de 36. Donc, il y a 9 telles paires ordonnées.

RÉPONSE : (D)

16. Dans le triangle équilatéral PXY , la mesure de $\angle PXY$ est de 60° et $PX = XY$.

Dans le carré $WXYZ$, la mesure de $\angle WXY$ est de 90° et $WX = XY$.

Donc, $\angle WXP = \angle WXY - \angle PXY = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ et $WX = PX$.

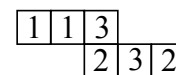
Ainsi, le triangle WXP est isocèle, donc $\angle PWX = \angle WPX = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$.

La mesure de $\angle PWZ$ est donc $90^\circ - \angle PWX = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$.

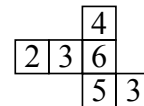
De manière similaire, on montre que $\angle PZW = 15^\circ$, et donc $\angle WPZ = 180^\circ - \angle PWZ - \angle PZW$, soit $\angle WPZ = 180^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 150^\circ$.

RÉPONSE : (A)

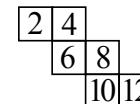
17. Si le nombre sur la face du dessus est 1, le cube est formé à partir du développement illustré à droite, puisqu'il s'agit du seul développement contenant le nombre 1. Lorsque ce développement est replié, le nombre sur la face opposée à l'un ou l'autre des 1 est 3.



Parmi les deux développements restants, celui illustré à droite est le seul qui contient le nombre 3. Ainsi, si le nombre sur la face du dessus est 3, le cube est formé à partir de ce développement. Lorsque ce développement est replié, le nombre sur la face opposée à l'un ou l'autre des 3 est l'autre 3.



Si le nombre sur la face du dessus est 2, le cube est formé à partir du développement restant illustré à droite. Lorsque ce développement est replié, le nombre sur la face opposée au 2 est 8.



Par conséquent, la somme des trois nombres sur les faces du dessous est $3 + 3 + 8 = 14$.

RÉPONSE : (D)

18. La plus petite valeur possible de $x - y$ est obtenue lorsque x est minimal et que y est maximal. La plus petite valeur de x est -4 et la plus grande valeur de y est 17 , et pour ces valeurs on obtient $x - y = -4 - 17 = -21$.

Le résultat $x - y = -21$ élimine les options (A) $-2 \leq x - y \leq 21$, (B) $6 \leq x - y \leq 13$, (C) $-13 \leq x - y \leq -6$ et (D) $5 \leq x - y \leq 28$ puisque -21 est inférieure à -2 , 6 , -13 et 5 .

La plus grande valeur possible de $x - y$ est obtenue lorsque x est maximal et que y est minimal. La plus grande valeur de x est 11 et la plus petite valeur de y est 9 , donc on obtient $x - y = 11 - 9 = 2$. Ainsi, $x - y \leq 2$ (comme dans l'option (E)) est vraie pour toutes les valeurs de x et y .

RÉPONSE : (E)

19. Peu importe la boule tirée en premier, il restera exactement 3 boules de la même couleur et exactement 6 boules ayant le même motif. Il n'y a aucune intersection entre les ensembles de 3 boules et de 6 boules, puisqu'il n'existe qu'une seule boule pour chaque combinaison possible de couleur et de motif.

Il y a $3 \times 6 = 18$ façons possibles pour que la deuxième boule ait la même couleur que la première et que la troisième ait le même motif que la première.

Il y a $6 \times 3 = 18$ façons possibles pour que la deuxième boule ait le même motif que la première et que la troisième ait la même couleur que la première.

Donc, au total, il y a $2 \times 18 = 36$ façons possibles de tirer les deux boules restantes de sorte que la condition soit satisfaite.

Il y a 28 boules au total, donc il y a 27 façons de choisir la deuxième boule, suivies de 26 façons de choisir la troisième une fois la deuxième boule tirée. Ainsi, on obtient 27×26 façons de choisir les deux dernières boules.

En combinant les résultats, la probabilité que l'une des deux dernières boules ait la même couleur que la première et que l'autre ait le même motif est $\frac{36}{27 \times 26} = \frac{2}{39}$.

RÉPONSE : (B)

20. On note S la somme commune de chaque rangée et de chaque colonne. La somme des 12 entiers de la grille est $3S$, puisqu'il s'agit de la somme des 3 rangées. D'autre

part, elle est aussi $4S$ puisqu'il s'agit de la somme des 4 colonnes.

Ainsi, $3S = 4S$, d'où $S = 0$.

La deuxième colonne contient un 7 et un -1 , donc l'entier à l'intersection de la deuxième rangée et de la deuxième colonne doit être -6 afin d'obtenir la somme $S = 0$.

On note x l'entier à l'intersection de la deuxième rangée et de la quatrième colonne. Ainsi, $4 + (-6) + c + x = 0$, d'où $x = 2 - c$.

La somme de la quatrième colonne est $3 + (2 - c) + d = 5 + (d - c)$, mais cette somme doit aussi être égale à $S = 0$. Donc, $5 + (d - c) = 0$, soit $5 = c - d$.

RÉPONSE : (C)

21. Le milieu de $P(a,b)$ et $Q(c,d)$ est $(0,0)$. Alors, $\frac{a+c}{2} = 0$ et $\frac{b+d}{2} = 0$, ce qui implique que $c = -a$ et $d = -b$.

Ainsi, les points $P(a,b)$ et $Q(-a, -b)$ sont tous deux sur la parabole donnée. En remplaçant (a,b) et $(-a, -b)$ dans l'équation de la parabole, on obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} b &= -3a^2 + 4a + 27 \\ -b &= -3a^2 - 4a + 27 \end{aligned}$$

En soustrayant, on obtient $2b = 8a$, donc $b = 4a$.

En remplaçant $b = 4a$ dans la première équation, on obtient $4a = -3a^2 + 4a + 27$, ce qui se simplifie en $3a^2 = 27$, donc $a^2 = 9$. Ainsi, $a = \pm 3$, donc $b = \pm 12$. Puisque $P(a,b)$ est situé au-dessus de l'axe des abscisses, son ordonnée, b , doit être positive, donc $b = 12$.

RÉPONSE : 12

22. *Solution 1*

L'aire totale des bandes verticales est $n \times 2 \times 20 = 40n \text{ cm}^2$.

L'aire totale des bandes horizontales est $n \times 2 \times 26 = 52n \text{ cm}^2$.

Chaque bande horizontale chevauche chaque bande verticale en formant un rectangle. Chaque rectangle formé par un chevauchement a la même hauteur qu'une bande horizontale et la même largeur qu'une bande verticale. Ainsi, chaque rectangle de chevauchement a une aire de $2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$.

Il y a $n \times n = n^2$ chevauchements au total, et chaque chevauchement est inclus à la fois dans l'aire totale des bandes horizontales et dans l'aire totale des bandes verticales.

Donc, l'aire totale peinte est $(40n + 52n - 4n^2) \text{ cm}^2$. On nous donne que cette aire est égale à $\frac{12}{13}$ de l'aire totale du rectangle, soit $\frac{12}{13} \times 20 \times 26 = 480 \text{ cm}^2$.

L'entier n satisfait l'équation $40n + 52n - 4n^2 = 480$, ce qui est équivalent à $n^2 - 23n + 120 = 0$.

En factorisant, on obtient $(n-15)(n-8) = 0$, donc les valeurs possibles de n sont $n = 8$ et $n = 15$.

Cependant, lorsque $n = 15$, les bandes horizontales couvrent une hauteur de $2 \times 15 = 30 \text{ cm}$.

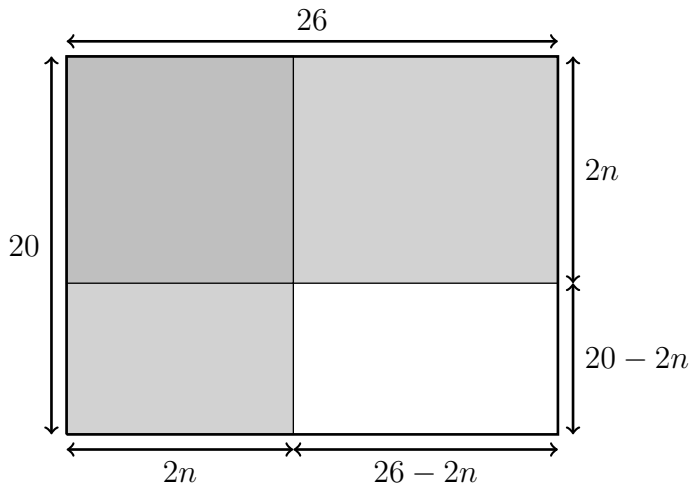
Puisque le rectangle a une hauteur de 20 cm , et que les bandes horizontales ne se chevauchent pas, cela est impossible.

Donc, la seule valeur possible de n est 8.

Solution 2

Lorsqu'une bande horizontale est déplacée vers le haut ou vers le bas, la fraction peinte du rectangle ne change pas si ce déplacement n'entraîne pas de chevauchement entre les bandes horizontales. De même, le déplacement des bandes verticales vers la gauche ou vers la droite ne change pas la fraction peinte du rectangle s'il n'entraîne pas de chevauchement entre les bandes verticales.

Pour cette raison, on peut supposer, *sans perte de généralité* que les bandes horizontales sont toutes situées dans la partie supérieure du rectangle et qu'elles se touchent sans chevauchement. De même, on peut supposer que les bandes verticales sont toutes situées à gauche et qu'elles se touchent sans chevauchement. Cette configuration est illustrée dans le diagramme.



La partie non peinte est un rectangle de largeur $26 - 2n$ et de hauteur $20 - 2n$. On nous donne que l'aire de la partie peinte est $\frac{12}{13}$ de l'aire du rectangle 20×26 , donc l'aire de la partie non peinte est $\frac{1}{13}$ de 20×26 .

Donc, on a $(26 - 2n) \times (20 - 2n) = \frac{1}{13} \times 20 \times 26 = 40$. En développant le membre de gauche, on obtient $520 - 52n - 40n + 4n^2 = 40$, ce qui peut être réécrit sous la forme $4n^2 - 92n + 480 = 0$. En procédant comme dans la Solution 1, la seule solution de cette équation qui a du sens dans le contexte est $n = 8$.

RÉPONSE : 08

23. On note k le nombre de suites *complètes* de chiffres 1234. On peut calculer le nombre de chiffres jusqu'au 4 le plus à droite inclus. On obtient $4k$ (chaque chiffre 1, 2, 3 et 4 apparaît k fois), auquel s'ajoute le nombre de 5, soit

$$4k + \left(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (k - 2) + (k - 1)\right)$$

On remarque que les k chiffres 5 qui suivent le dernier 1234 ne sont pas inclus dans ce décompte. Cette somme est égale à

$$4k + \frac{(k - 1)k}{2} = \frac{8k + k^2 - k}{2} = \frac{k^2 + 7k}{2}.$$

Donc, il y a $\frac{k^2 + 7k}{2}$ chiffres jusqu'au 4 le plus à droite inclus.

Le nombre total de chiffres est 2026, donc k doit être le plus grand entier satisfaisant $\frac{k^2 + 7k}{2} \leq 2026$, ce qui est équivalent à $k^2 + 7k \leq 4052$.

On remarque que $60^2 + 7(60) = 4020$, mais que $61^2 + 7(61) = 4148$. Donc, on obtient $k = 60$, ce qui signifie qu'il y a 60 suites complètes de 1234.

Ainsi, le nombre de chiffres jusqu'au 4 le plus à droite inclus est $\frac{60^2 + 7(60)}{2} = \frac{4020}{2} = 2010$. Il y a 60 chiffres 5 après le 60^e chiffre 4, ce qui est plus que les $2026 - 2010 = 16$ chiffres nécessaires pour atteindre 2026 chiffres au total. Cela signifie qu'il n'y a pas de suites "partielles" de 1234. Donc, parmi les 2026 premiers chiffres, il y a 60 occurrences de chacun des chiffres 1, 2, 3 et 4 pour un total de $4 \times 60 = 240$ chiffres, et le reste doit être constitué de 5. Ainsi, $2026 - 240 = 1786$ des chiffres sont des 5.

La somme des 2026 premiers chiffres est

$$S = 1 \times 60 + 2 \times 60 + 3 \times 60 + 4 \times 60 + 5 \times 1786 = 9530$$

La somme des chiffres de S est $9 + 5 + 3 + 0 = 17$.

RÉPONSE : 17

24. On note x le nombre de pierres grises non tachetées et y le nombre de pierres tachetées non grises. Ainsi, $n = x + y + 2m$, et on nous donne que $\frac{x + m}{y + m} = \frac{5}{2}$.

En réarrangeant la dernière équation, on obtient $2x + 2m = 5y + 5m$, soit $3m = 2x - 5y$. En multipliant l'équation $n = x + y + 2m$ par 3, on obtient $3n = 3x + 3y + 2(3m)$. En substituant $3m$ par $2x - 5y$, on obtient $3n = 3x + 3y + 2(2x - 5y)$, ce qui se simplifie à $3n = 7(x - y)$.

Puisque x et y sont des entiers, l'équation précédente implique que n est un multiple de 7. Donc, $n = 7k$ pour un certain entier k . En substituant dans $3n = 7(x - y)$, on obtient $3k = x - y$.

Puisque x , y , m et n sont des entiers non négatifs et que $n = x + y + 2m$, la plus petite valeur de m correspond à la plus grande valeur de $x + y$, et la plus grande valeur de m correspond à la plus petite valeur de $x + y$. Puisque $x - y = 3k$ et que x et y sont non négatifs, la plus petite valeur de $x + y$ est obtenue lorsque $x = 3k$ et $y = 0$, donc $x + y = 3k$. Dans ce cas, $n = x + y + 2m$ devient $7k = 3k + 2m$, donc $m = 2k$, ce qui correspond à la plus grande valeur de m .

On a montré que (m, n) doit être de la forme $(j, 7k)$ où j est un entier tel que $0 \leq j \leq 2k$. On remarque que $100 < n < 300$ implique que $15 \leq k \leq 42$. On montre que toutes ces paires conviennent, puis on les dénombre.

Pour j et k tels que $0 \leq j \leq 2k$, soit $n = 7k$, $m = j$, $x = 5k - j$ et $y = 2k - j$. On remarque que $0 \leq j \leq 2k$ implique que x et y sont tous deux non négatifs. Ainsi,

$$x + y + 2m = (5k - j) + (2k - j) + 2j = 7k = n$$

et

$$\frac{x + m}{y + m} = \frac{5k - j + j}{2k - j + j} = \frac{5}{2}.$$

Les deux conditions sont donc satisfaites. Par conséquent, toutes ces paires ordonnées (m, n) sont des solutions.

Pour chaque valeur de k de 15 à 42 inclusivement, il y a une paire ordonnée pour chaque valeur de j telle que $0 \leq j \leq 2k$. Il y a donc $2k + 1$ telles valeurs de j . Ainsi, le nombre total de paires ordonnées est

$$\begin{aligned} [2(15) + 1] + [2(16) + 1] + [2(17) + 1] + \dots + [2(42) + 1] &= 2(15 + 16 + 17 + \dots + 42) + 28 \\ &= 2 \cdot \frac{28}{2}(15 + 42) + 28 \\ &= 28(15 + 42 + 1) \\ &= 28(58) \\ &= 1624 \end{aligned}$$

RÉPONSE : 24

25. Puisque 1 divise tous les autres chiffres, le 1 doit être le chiffre le plus à droite. Ainsi, il suffit de compter les séquences d'entiers de 2 à 10 ayant la propriété donnée.

L'entier 7 n'a ni diviseurs ni multiples (autres que lui-même), ce qui signifie qu'il peut être placé n'importe où dans la séquence. Il y a 9 façons de placer le 7. On compte donc les séquences des entiers 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 et 10 satisfaisant la condition donnée, puis on multiplie le résultat par 9 pour obtenir le total recherché.

On considère des cas selon les entiers qui peuvent être placés à droite de 2. On remarque que 4, 6, 8 et 10 sont tous des multiples de 2, et que 2 n'a aucun autre diviseur que lui-même, donc chacun de 4, 6, 8 et 10 doit être placé à gauche de 2, tandis que 3, 5 et 9 peuvent être placés à gauche ou à droite de 2.

Ainsi, les entiers à droite de 2 sont un sous-ensemble de 3, 5 et 9. On remarque que si 9 est à droite de 2 et que 3 est à gauche de 2, alors 3 sera nécessairement à gauche de 9, ce qui contredit la condition. Donc, l'ensemble des entiers à droite de 2 est un sous-ensemble de 3, 5 et 9 ayant la propriété de ne pas contenir 9 sans contenir 3. Il y a 6 tels sous-ensembles, soit :

$$\{ \}, \{3\}, \{5\}, \{3,5\}, \{3,9\}, \{3,5,9\}$$

où $\{ \}$ représente l'ensemble vide.

Cas 1 : aucun entier à droite de 2

Dans ce cas, 10 et 5 peuvent être placés indépendamment des autres chiffres, à condition que 10 se trouve à gauche de 5. Il y a 7 positions disponibles (puisqu'on ignore 1 et 7, et que 2 est déjà placé). On peut placer 10 de 7 façons, puis placer 5 de 6 façons. Cela donne un total de $7 \times 6 = 42$ façons de placer 10 et 5. Exactement la moitié de ces alignements auront 10 à gauche de 5, donc il y a $\frac{42}{2} = 21$ façons de placer 10 et 5.

Il reste maintenant 5 positions dans lesquelles les entiers 3, 4, 6, 8 et 9 doivent être placés. 4 et 8 peuvent être placés n'importe où, à condition que 8 se trouve à gauche de 4. Par un raisonnement similaire à celui utilisé pour le placement de 10 et 5, il y a $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ façons de placer 4 et 8. Cela donne un total de $21 \times 10 = 210$ façons de placer 5, 10, 4 et 8.

Il reste maintenant 3 positions dans lesquelles les entiers 3, 6 et 9 doivent être placés. 3 est un diviseur de 6 et 9, donc 3 doit être placé dans la position la plus à droite parmi les positions restantes. 6 et 9 peuvent être placés dans n'importe quel ordre, donc il y a 2 façons de placer 3, 6 et 9. Par conséquent, il y a au total $2 \times 210 = 420$ alignements possibles s'il n'y a aucun entier à droite de 2.

Cas 2 : 3 est le seul chiffre à droite de 2

Dans ce cas, la seule contrainte est que 9 doit être placé à gauche de 3. Ainsi, 9 peut être placé dans l'une des 6 positions restantes. De plus, 6 doit être placé à gauche de 2 et 3; il peut donc être placé dans l'une des 5 positions restantes, ce qui donne $6 \times 5 = 30$ façons de placer 6 et 9. Dans les 4 positions restantes, 10 et 5 peuvent être placés de $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ façons (voir le raisonnement utilisé précédemment). Il reste alors 2 positions dans lesquelles 4 et 8 doivent être placés, avec 8 à gauche de 4, ce qui ne laisse qu'une seule possibilité. Par conséquent, il y a $30 \times 6 = 180$ alignements où 3 est le seul chiffre à droite de 2.

Cas 3 : 5 est le seul chiffre à droite de 2

Dans ce cas, 10 peut être placé dans l'une des 6 positions restantes. Ensuite, 4 et 8 peuvent être placés de $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ façons, pour un total de $6 \times 10 = 60$ façons de placer 10, 4 et 8. Dans les 3 positions restantes, on doit placer 3, 6 et 9. Selon le raisonnement utilisé précédemment, il y a 2 façons de le faire. Par conséquent, il y a $60 \times 2 = 120$ alignements où 5 est le seul chiffre à droite de 2.

Cas 4 : 3 et 5 sont les seuls chiffres à droite de 2

Dans ce cas, 6, 10 et 9 peuvent être placés indépendamment les uns des autres à gauche de 2 de $5 \times 4 \times 3 = 60$ façons. Il reste alors 2 positions dans lesquelles 4 et 8 doivent être placés, avec 8 à gauche de 4, ce qui ne laisse qu'une seule possibilité. De même, 3 et 5 peuvent être placés dans n'importe quel ordre, puisqu'aucun ne divise l'autre. Ainsi, il y a $2 \times 60 = 120$ alignements possibles dans ce cas.

Cas 5 : 3 et 9 sont les seuls chiffres à droite de 2

Dans ce cas, 5, 6 et 10 peuvent être placés dans n'importe quelles positions à gauche de 2 de $5 \times 4 \times 3 = 60$ façons. Exactement la moitié de ces alignements donneront 10 à droite de 5, il y a donc $\frac{60}{2} = 30$ façons de placer 5, 6 et 10. Encore une fois, cela détermine les positions de 4 et 8, et puisque 9 doit être placé à gauche de 3 et que les deux sont dans les positions à droite de 2, il n'y a qu'une seule possibilité. Par conséquent, il y a 30 alignements dans ce cas.

Cas 6 : 3, 5 et 9 sont les seuls chiffres à droite de 2

Dans ce cas, il y a 3 positions possibles pour 5, et ensuite les positions de 3 et 9 sont déterminées. Le 6 et le 10 peuvent être placés dans n'importe quelles positions à gauche de 2 de $4 \times 3 = 12$ façons. Ensuite, il n'y a qu'une seule façon de placer 4 et 8. Ainsi, il y a $3 \times 12 = 36$ alignements dans ce cas.

En additionnant les résultats de chaque cas, on obtient

$$420 + 180 + 120 + 120 + 30 + 36 = 906$$

alignements. Comme mentionné précédemment, le total est ce nombre multiplié par 9, ce qui donne $N = 9 \times 936 = 8154$. Les deux chiffres les plus à droite de N sont 24.

RÉPONSE : 54