Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Euclide

le mardi 31 mars 2026
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le mercredi 1 avril 2026
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 2 heures et demie

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 10 **Chaque question vaut 10 points.**

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les élèves (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.

Remarque au sujet de l'encodage par bulles

Prière de s'assurer d'avoir bien encodé son nom, sa date de naissance et son année scolaire sur la feuille de renseignements et d'avoir répondu à la question portant sur son lieu de résidence.

1. (a) Quelle est la valeur de l'entier t pour laquelle $\dfrac{2t}{3} + \dfrac{3t}{2} = 26$?

   (b) Quelle est la valeur de l'entier x pour laquelle $\dfrac{3+x}{4} = \dfrac{6+x}{8}$?

   (c) Soit $y > 0$ tel que $\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} + \sqrt{y^2}$. Déterminer la valeur de y.

2. (a) La somme des chiffres de l'entier strictement positif 2026 est 2+0+2+6=10. Déterminer le plus petit entier $n > 2026$ dont la somme des chiffres est également 10.

   (b) Le produit des chiffres de l'entier 313 est $3 \cdot 1 \cdot 3 = 9$. Combien d'entiers compris entre 100 et 999 (incluant 313) ont également 9 comme le produit de leurs chiffres ?

   (c) La somme de x, de $3x$ et de $4y$ est égale à 48. La moyenne de x et de y est égale à $3x$. Déterminer le couple (x, y).

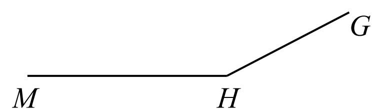
3. (a) Quel est le plus petit entier strictement positif n pour lequel $\dfrac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{n}$ est égal à k^3 pour un entier k ?

(b) Quel est le couple (a, b) qui vérifie simultanément les équations $3^{a+b} = 27$ et $a - b = -5$?

(c) Pour un certain nombre réel c, la parabole d'équation $y = -x^2 + 7x + c$ intersecte l'axe des abscisses aux points $P(10, 0)$ et Q, et l'axe des ordonnées au point R. Déterminer l'aire du triangle PQR.

4. (a) En janvier, Rebecca a mesuré la température à Yellowknife chaque jour à 11 h. La moyenne de ces 31 températures était de $-20\,°\mathrm{C}$. La moyenne des températures des 21 premiers jours était de $-15\,°\mathrm{C}$. Quelle était la moyenne des températures des 10 derniers jours ?

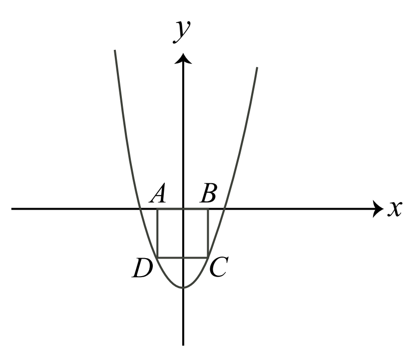
(b) McKayla court jusqu'à la maison de sa grand-mère, et ensuite elle revient chez elle par le même trajet. Le trajet de la maison de McKayla, M, à celle de sa grand-mère, G, est composé d'une portion plane de M à H, suivie d'une portion en montée de H à G, comme illustré dans la coupe transversale ci-dessous. La distance totale de M à G, en passant par H, est de 10 km. (c'est-à-dire que $MH + HG = 10\,\mathrm{km}$.)



McKayla court sur la portion plane à 12 km/h, en montée à 10 km/h, et en descente à 15 km/h. Il lui faut 54 minutes pour parcourir le trajet de M à G, en passant par H. Déterminer le nombre de minutes nécessaires pour effectuer le trajet inverse, de G à M, en passant par H.

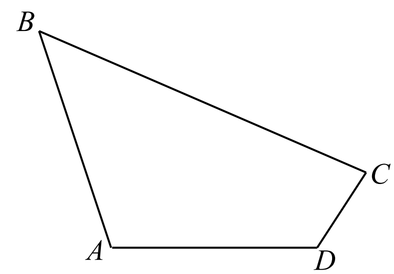
5. (a) Soit D_1 et D_2 deux dés équitables à six faces. Le dé D_1 contient les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, un nombre par face. Le dé D_2 contient le nombre 1 sur certaines faces et le nombre 2 sur les autres. Lorsque l'on lance les dés D_1 et D_2, la probabilité que la somme des nombres sur les faces supérieures soit un nombre premier est $\frac{23}{36}$. Déterminer le nombre de faces du dé D_2 qui contiennent le nombre 1.

(b) Dans le diagramme, le carré $ABCD$ a les sommets A et B sur l'axe des abscisses, et les sommets C et D en dessous de l'axe des abscisses, sur la parabole d'équation $y = x^2 - 4$. Déterminer l'aire du carré $ABCD$. Écrire la réponse sous la forme $r - \sqrt{t}$, avec r et t des entiers strictement positifs.



6. (a) Xander, Yasmin et Zhe ont chacun une corde. La corde de Xander mesure 10 m. La corde de Yasmin est $n\,\%$ plus longue que celle de Xander. La corde de Zhe est $(2n)\,\%$ plus longue que celle de Yasmin. La corde de Zhe est $(3{,}14n)\,\%$ plus longue que celle de Xander. Quelle est la valeur de n, si $n > 0$?

(b) Dans le diagramme, le quadrilatère $ABCD$ est tel que $AB = AD = 4$. De plus, $\angle ABC = 45°$ et $\angle CDA = 135°$. Déterminer la valeur exacte de $BC - CD$.



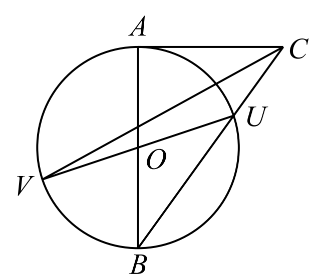
7. (a) Dans un jardin, il n'y a que des roses et des œillets. Chaque fleur est soit jaune, soit blanche. La moitié des fleurs jaunes sont des roses, $\frac{1}{4}$ des roses sont jaunes et $\frac{1}{4}$ de toutes les fleurs sont des œillets blancs. Quelle fraction de toutes les fleurs sont des roses jaunes ?

(b) La fonction f est définie pour tout nombre réel $x > 0$ de la façon suivante :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 1 + f(\log_2 x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Déterminer le nombre d'entiers strictement positifs n tels que $f(n) = 4$.

8. (a) Dans le diagramme, le cercle a pour centre O et pour rayon 2. Les points A, B, U et V sont sur le cercle et sont tels que AB et UV sont des diamètres. Le point C est à l'extérieur du cercle, de sorte que AC est tangent au cercle en A et que BC intersecte le cercle en U. Si $BU = 2UC$, déterminer l'aire du triangle CUV.



(b) Déterminer tous les entiers strictement positifs k pour lesquels il existe exactement 100 triangles non isométriques, à côtés entiers strictement positifs, avec un côté de longueur k, un périmètre égal à $3k$ et un angle obtus.

9. (a) Soit le triangle XYZ tel que $XY = XZ$ et $YZ = b$. On sait que l'aire du triangle XYZ est égale à 40 et que son périmètre est égal à 32. Déterminer le polynôme cubique f à coefficients entiers tel que $f(b) = 0$.

(b) Soient A et P deux nombres réels strictement positifs. Démontrer que si un triangle isocèle d'aire A et de périmètre P existe, alors il existe au plus deux triangles isocèles non isométriques d'aire A et de périmètre P.

(c) Déterminer les entiers strictement positifs A et P pour lesquels il existe deux triangles isocèles non isométriques XYZ tels que $XY = XZ$, tels que tous les côtés soient des entiers inférieurs à 300, et dont l'aire est A et le périmètre P. De plus, la longueur de YZ doit être un multiple de 7 dans exactement l'un de ces deux triangles.

10. Soit n un entier strictement positif avec $n \geq 5$. Un arrangement $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ des n entiers strictement positifs $1, 2, \ldots, n-1, n$ possède un *sommet intérieur* à la position t (avec $2 \leq t \leq n-1$) si $a_{t-1} < a_t$ et $a_t > a_{t+1}$. Par exemple, l'arrangement $2, 3, 7, 1, 5, 4, 6, 8$ des entiers $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ possède un sommet intérieur à la position 3, un sommet intérieur à la position 5, et aucun autre sommet intérieur.

(a) Déterminer le nombre d'arrangements de $1, 2, 3, 4, 5$ possédant un sommet intérieur à la position 3 et aucun autre sommet intérieur.

(b) Soit $n \geq 5$. Déterminer, en fonction de n, une expression sous forme fermée pour le nombre d'arrangements de $1, 2, \ldots, n-1, n$ possédant un sommet intérieur à la position 2 et aucun autre sommet intérieur.

(c) Soit $n \geq 5$. Déterminer, en fonction de n, une expression sous forme fermée pour le nombre d'arrangements de $1, 2, \ldots, n-1, n$ possédant un sommet intérieur à la position 3 et aucun autre sommet intérieur.

Note 1 : Selon votre approche, la formule suivante pourrait être utile.

Pour tout entier strictement positif r, on a

$$\sum_{k=0}^{r} k2^k = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + r2^r = (r-1)2^{r+1} + 2$$

Note 2 : Si vous n'êtes pas sûr(e) de ce que signifie « sous forme fermée » dans les parties b) et c), considérez les trois expressions égales de la **Note 1** comme exemple :

— L'expression $\sum_{k=0}^{r} k2^k$ *n'est pas* sous forme fermée.

— L'expression $0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + r2^r$ *n'est pas* sous forme fermée.

— L'expression $(r-1)2^{r+1} + 2$ *est* sous forme fermée.

2026 Concours Euclide (français)

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Euclide de 2026! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Si vous terminez l'école secondaire, nous vous souhaitons bon succès. Si vous retournez à l'école secondaire l'an prochain, encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2026.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents
— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2026/2027
— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne
— utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
— trouver les résultats de vos élèves dans les concours