Le CENTRE d'ÉDUCATION

en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

***cemc.uwaterloo.ca***

# *Concours Pascal 2025*

**(9e année – Secondaire III)**

**le mercredi 26 février 2025**

**(Amérique du Nord et Amérique du Sud)**

**le jeudi 27 février 2025**

**(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)**

*Solutions*

1. En calculant, $(2 \times 0) + (2 \times 5) = 0 + 10 = 10$.

Réponse : (C)

2. Les nombres situés à gauche de $-3$ sur la ligne sont inférieurs à $-3$, tandis que ceux à droite sont supérieurs. Parmi les nombres donnés, seuls deux d'entre eux ($-4$ et $-3{,}5$) sont inférieurs à $-3$. Donc, il y a précisément deux nombres qui sont placés à gauche de $-3$ sur la ligne.

Réponse : (B)

3. *Solution 1*
L'équation $18 + 18 + 18 = 3x$ peut être écrite comme $54 = 3x$, d'où $x = \frac{54}{3} = 18$.

*Solution 2*
Puisque $18 + 18 + 18$ est égal à $3 \times 18$, l'équation $18 + 18 + 18 = 3x$ peut être écrite comme $3 \times 18 = 3x$, d'où $x = 18$.

*Solution 3*
Puisque $3x$ est égal à $x+x+x$, l'équation $18+18+18 = 3x$ peut être écrite comme $18+18+18 = x + x + x$, d'où $x = 18$.

Réponse : (D)

4. Comme $5 \times 1 = 5$ et $5 \times 2 = 10$, le plus petit multiple de 5 supérieur à 8 est 10.
Comme $5 \times 11 = 55$ et $5 \times 12 = 60$, le plus grand multiple de 5 inférieur à 58 est 55.
Par conséquent, il y a $11 - 2 + 1 = 10$ multiples de 5 entre 8 et 58.

Réponse : (E)

5. Le quatrième point se trouve 1 unité vers la droite de $(-1{,}4)$. Donc, son abscisse est 1 unité de plus que $-1$, c'est-à-dire $-1 + 1 = 0$.
Le quatrième point se trouve 2 unités au-dessus de $(-1{,}4)$. Donc, son ordonnée est 2 unités de plus que 4, c'est-à-dire $4 + 2 = 6$.
Ainsi, Cynthia inscrit le quatrième point en $(0{,}6)$.

Réponse : (E)

6. Parce que $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ et que $8^2 = 8 \times 8 = 64$, on a $4^3 = 8^2$. Ainsi, $a = 2$.

Réponse : (B)

7. Parmi tous les étudiants interrogés, 140 n'aiment pas les puzzles. Puisque 92 d'entre eux sont en $8^{\text{e}}$ année, ce sont $140 - 92 = 48$ étudiants de $9^{\text{e}}$ année qui n'aiment pas les puzzles. Comme 68 étudiants de $9^{\text{e}}$ année aiment les puzzles tandis que 48 ne les aiment pas, le nombre d'étudiants de $9^{\text{e}}$ année ayant répondu au sondage est $68 + 48 = 116$.

Réponse : (C)

8. Rachel, Christophe et Alfonzo sont payés un total de 50 \$. Comme Alfonzo est payé 14 \$, Rachel et Christophe sont payés un total de $50\,\$ - 14\,\$ = 36\,\$$. Rachel est payée le double de Christophe. Donc Rachel est payée $\frac{2}{3}$ de 36 \$ et Christophe est payé $\frac{1}{3}$ de 36 \$, c'est-à-dire $\frac{36\,\$}{3} = 12\,\$$.

Réponse : (B)

9. Puisque $x$ est un entier strictement positif et que $y = 6x+3$, alors $y$ vaut 3 de plus qu'un multiple strictement positif de 6. Comme $45 = 6 \times 7 + 3$, alors $y = 45$ lorsque $x = 7$. Parmi les réponses possibles, seul 45 est un nombre qui vaut 3 de plus qu'un multiple strictement positif de 6.

Réponse : (D)

10. L'aire de la région ombrée et l'aire de la région non ombrée sont chacune égales à 18 cm$^2$. L'aire du grand carré est égale à la somme des aires de la région ombrée et de la région non ombrée, c'est-à-dire 18 cm$^2$ + 18 cm$^2$ = 36 cm$^2$.
Ainsi, la longueur d'un côté du grand carré est $\sqrt{36\text{ cm}^2} = 6$ cm.

Réponse : (C)

11. Le triangle $ABD$ est isocèle puisque $AB = AD$. En conséquence, $\angle ADB = \angle ABD = 80°$.
Comme l'angle $BDC$ est un angle plat, on a que $\angle ADC = 180° - \angle ADB = 180° - 80° = 100°$.
Le triangle $ADC$ est lui aussi isocèle (car $AD = CD$), d'où $\angle CAD = \angle ACD$.
La somme des angles du triangle $ADC$ est 180°, c'est-à-dire que $\angle ADC+\angle CAD+\angle ACD = 180°$.
Autrement dit, $100° + 2 \times \angle ACD = 180°$ ou encore $2 \times \angle ACD = 80°$.
Donc, la mesure de l'angle $ACD$ est de 40°.

Réponse : (E)

12. Afin de déterminer le plus grand entier pouvant être utilisé dans cette somme, on suppose que les 9 autres entiers strictement positifs sont aussi petits que possible. Le plus petit entier strictement positif est 1, donc on suppose que 9 des nombres additionnés sont égaux à 1. En conséquence, le plus grand entier pouvant être utilisé dans cette somme est $30 - 9 \times 1 = 21$.

Réponse : (C)

13. Le triangle $ABC$ étant rectangle, on a $AC^2 = AB^2 + BC^2$ par le théorème de Pythagore.
En remplaçant, on trouve $17^2 = 8^2 + BC^2$, c'est-à-dire $BC^2 = 289 - 64 = 225$. Comme $BCDE$ est un carré, son aire est égale à $BC^2 = 225$.
(On peut sinon déterminer que $BC = \sqrt{225} = 15$ et donc que l'aire du carré est $15 \times 15 = 225$.)

Réponse : (C)

14. Durant les 5 matchs où les Eulers ont marqué en moyenne 3 buts par match, ils ont marqué un total de $5 \times 3 = 15$ buts.
Afin d'augmenter leur moyenne à 4 buts par match sur une période de 6 matchs, ils doivent marquer un total de $4 \times 6 = 24$ buts. Ainsi, pendant le 6e match, les Eulers doivent marquer $24 - 15 = 9$ buts.

Réponse : (D)

15. Chaque élève a répondu correctement à exactement 2 questions, ce qui signifie que chaque élève a répondu incorrectement à exactement 1 question.
On suppose que la réponse correcte à la Question #3 n'est pas 24, et donc que chaque élève a répondu incorrectement à la Question #3.
Dans ce cas, chaque élève doit avoir répondu à la Question #2 correctement puisqu'ils ont tous répondu incorrectement à une seule question. Cependant, tous les élèves ont répondu à la Question #2 différemment. Il est donc impossible que chaque élève ait répondu à la Question #2 correctement. On doit conclure que la réponse correcte à la Question #3 est 24, et que chaque élève a répondu à cette question correctement.
Ensuite, on suppose que la réponse correcte à la Question #1 n'est pas 15. Dans ce cas, Élève A et Élève B n'ont pas répondu à la Question #1 correctement. Ils doivent tous les deux avoir répondu correctement à la Question #2, puisque chacun a répondu à exactement 1 question incorrectement. Cependant, Élève A et Élève C ont répondu différemment à la Question #2, et donc ils ne peuvent pas avoir répondu correctement tous les deux à la Question #2. On doit conclure que la réponse correcte à la Question #1 est 15, et que Élève B a répondu incorrectement à la Question #1.

Finalement, comme Élève B a répondu incorrectement à la Question #1, alors il ou elle doit avoir répondu correctement à la Question #2. Ainsi, la réponse correcte à la Question #2 est 38.
La somme des réponses correctes aux 3 questions est $15 + 38 + 24 = 77$.

| | Question #1 | Question #2 | Question #3 |
|---|---|---|---|
| Élève A | 15 ✓ | 36 | 24 ✓ |
| Élève B | 20 | 38 ✓ | 24 ✓ |
| Élève C | 15 ✓ | 54 | 24 ✓ |

Réponse : (B)

16. *Solution 1*
Le nombre d'élèves à la gauche de Pedro, c'est-à-dire 23, additionné au nombre d'élèves à la droite de Hwie-Lie, c'est-à-dire 15, est $23 + 15 = 38$.
Dans ce décompte, chaque élève assis entre Pedro et Hwie-Lie est compté deux fois, tandis que tous les autres élèves (y compris Pedro et Hwie-Lie) ne sont comptés qu'une seule fois.
Puisqu'il y a un total de 34 élèves assis sur la rangée de chaises, ce sont $38 - 34 = 4$ élèves qui sont comptés en double. Ainsi, le nombre d'élèves assis entre Pedro et Hwie-Lie est 4.
*Solution 2*
On suppose que le nombre d'élèves assis entre Pedro et Hwie-Lie est $x$.
Sans compter Hwie-Lie, il y a $23 - 1 = 22$ élèves assis à la gauche de Pedro.
Puisque $x$ de ces 22 élèves sont assis entre Pedro et Hwie-Lie, alors $22 - x$ sont assis à la gauche de Hwie-Lie.
De façon similaire, sans compter Pedro, il y a $15 - 1 = 14$ élèves assis à la droite de Hwie-Lie.
Puisque $x$ de ces 14 élèves sont assis entre Pedro et Hwie-Lie, alors $14 - x$ sont assis à la droite de Pedro.
Le nombre total d'élèves assis sur la rangée, c'est-à-dire 34, est le nombre d'élèves assis à la gauche de Hwie-Lie, additionné au nombre d'élèves assis à la droite de Pedro, plus le nombre d'élèves assis entre Pedro et Hwie-Lie, plus 2 (pour compter Pedro et Hwie-Lie).
En conséquence, $34 = (22 - x) + (14 - x) + x + 2$ ou bien $34 = 38 - x$, et donc $x = 38 - 34 = 4$.
Le nombre d'élèves assis entre Pedro et Hwie-Lie est 4.

Réponse : (A)

17. Dans cette solution, on utilise le fait que $n \times (n-1)! = n!$.
Par exemple, $4 \times 3! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4!$.
En manipulant les facteurs du produit donné dans le problème, on obtient les équations suivantes, toutes équivalentes :

$$\begin{aligned} n! &= 3! \times 5! \times 7! \\ &= 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 7! \quad \text{(développant 3! et 5!)} \\ &= 5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 \times 7! \quad \text{(réorganisant les facteurs)} \\ &= 10 \times 9 \times 8 \times 7! \\ &= 10! \quad \text{(utilisant trois fois le fait susmentionné)} \end{aligned}$$

Ainsi, $n = 10$.

Réponse : (D)

18. Afin que les deux flèches pointent l'une vers l'autre à nouveau, elles doivent chacune retourner à leur position initiale exactement au même moment.
Le cadran de gauche effectue un tour complet chaque $\dfrac{360^\circ}{20^\circ} = 18$ secondes. Donc, il retourne à sa position initiale après 18 s, 36 s, 54 s, 72 s, 90 s, et ainsi de suite. Quant à lui, le cadran de droite effectue un tour complet chaque $\dfrac{360^\circ}{8^\circ} = 45$ secondes. Donc, il retourne à sa position initiale après 45 s, 90 s, et ainsi de suite.
En comparant les deux listes de temps, on peut voir que le nombre minimum de secondes qui doivent s'écouler avant que les flèches pointent l'une vers l'autre est 90.
(On remarque que 90 est le plus petit commun multiple de 18 et 45).

Réponse : (A)

19. *Solution 1*
Le volume du cylindre A est $\pi \times 2^2 \times 8 = 32\pi$, et donc le volume d'eau dans le cylindre A est $\frac{3}{4} \times 32\pi = 24\pi$.
Si toute l'eau du cylindre A est déversée dans le cylindre B, alors le volume d'eau dans le cylindre B est $24\pi$.
Le volume du cylindre B est $\pi \times 8^2 \times 2 = 128\pi$, et donc la fraction du cylindre B qui sera remplie d'eau est $\dfrac{24\pi}{128\pi} = \dfrac{3}{16}$.

*Solution 2*
De même que dans la Solution 1, le volume d'eau dans le cylindre B serait $24\pi$.
On suppose que la hauteur de l'eau dans le cylindre B est $h$.
Alors, $\pi \times 8^2 \times h = 24\pi$ or $h = \dfrac{24\pi}{64\pi} = \dfrac{3}{8}$. Comme la hauteur du cylindre B est 2 et que la hauteur de l'eau est $\dfrac{3}{8}$, alors la fraction du cylindre B qui sera remplie d'eau est $\dfrac{3/8}{2} = \dfrac{3}{16}$.

Réponse : (A)

20. La probabilité que les 3 chaussettes ne soient pas toutes de la même couleur est égale à 1 moins la probabilité que les 3 chaussettes soient toutes de la même couleur.
Si les 3 chaussettes sont toutes de la même couleur, alors elles doivent être toutes noires ou elles doivent être toutes dorées (elles ne peuvent pas toutes être blanches puisqu'il n'y a que 2 chaussettes blanches).
On commence par déterminer la probabilité que les chaussettes sont toutes noires.
Il y a $5 + 3 + 2 = 10$ chaussettes au total, dont 5 noires.
Ainsi, la probabilité que la première chaussette choisie au hasard par Jack soit noire est $\dfrac{5}{10}$.
Il y a maintenant 9 chaussettes dans le tiroir, et 4 d'entre elles sont noires. La probabilité que la deuxième chaussette choisie au hasard soit noire est $\dfrac{4}{9}$.
La probabilité que la troisième chaussette choisie soit noire est $\dfrac{3}{8}$. Ainsi, la probabilité que les 3 chaussettes soient toutes noires est $\dfrac{5}{10} \times \dfrac{4}{9} \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{60}{720}$.
En procédant de manière similaire, la probabilité que les 3 chaussettes soient toutes dorées est $\dfrac{3}{10} \times \dfrac{2}{9} \times \dfrac{1}{8} = \dfrac{6}{720}$.
En conséquence, la probabilité que les 3 chaussettes choisies au hasard soient toutes de la même

couleur est $\dfrac{60}{720} + \dfrac{6}{720} = \dfrac{66}{720} = \dfrac{11}{120}$.

La probabilité que les 3 chaussettes ne soient pas toutes de la même couleur est $1 - \dfrac{11}{120} = \dfrac{109}{120}$.

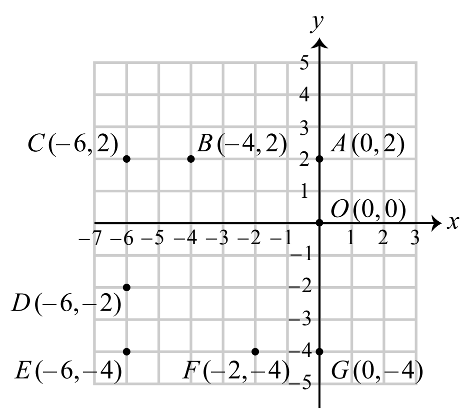
Réponse : (E)

21. On suppose que le rectangle est de largeur $\ell$ et de hauteur $h$, ces dimensions étant toutes les deux des entiers strictement positifs avec $\ell \leq h$.
Le périmètre du rectangle est $2(\ell + h)$, et donc le périmètre est un nombre pair (du fait de la multiplication par 2).
Le périmètre est aussi un multiple de 7, donc le périmètre est un multiple pair de 7.
Le plus petit multiple pair de 7 est 14.
Si le périmètre est 14, alors $2(\ell + h) = 14$, d'où $\ell + h = 7$. Donc, les longueurs de côté possibles $(\ell, h)$ sont (1,6), (2,5) et (3,4).
Les aires des rectangles correspondants sont respectivement $6 \times 1 = 6$, $2 \times 5 = 10$ et $3 \times 4$ ; aucune de ces aires n'est un multiple de 9. En conséquence, 14 n'est pas le plus petit périmètre possible.

Le prochain multiple pair de 7 immédiatement après 14 est 28.
Si le périmètre est 28, alors $2(\ell + h) = 28$, d'où $\ell + h = 14$. Donc, les longueurs de côté possibles $(\ell, h)$ sont (1,13), (2,12), (3,11), (4,10), (5,9), (6,8) et (7,7).
Les aires des rectangles correspondants sont respectivement 13, 24, 33, 40, 45, 48 et 49. On remarque que 45 est un multiple de 9.
Le rectangle de largeur 5 et de hauteur 9 a une aire qui est un multiple de 9 et un périmètre qui est un multiple de 28. Ainsi, le plus petit périmètre possible est 28.
On note qu'on aurait aussi pu approcher ce problème en commençant par trouver les longueurs de côté pour lesquelles l'aire est un multiple de 9, puis ensuite déterminer lesquelles fournissent le plus petit périmètre qui est un multiple de 7.

Réponse : 28

22. On considère le mouvement du robot comme prenant place dans le plan cartésien.
On suppose que son point de départ est l'origine du plan $O(0,0)$, que le nord est en direction de la partie positive de l'axe des ordonnées, et que 1 unité dans le plan représente 1 m parcouru par le robot.

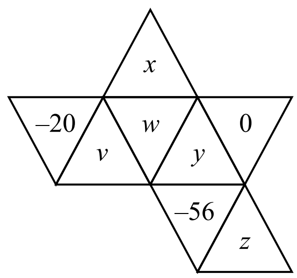



Au début, le robot est orienté vers le nord, donc à l'Étape 1 il se déplace 2 m jusqu'au point $A(0,2)$, comme figuré.
Après avoir tourné de 90° vers la gauche (pour s'orienter vers l'ouest) et s'être déplacé 4 m dans la direction vers laquelle il est orienté (Étape 2 et Étape 3), le robot est en $B(-4,2)$.
Le robot répète ces 3 étapes, avançant 2 m jusqu'au point $C(-6,2)$, tournant 90° (pour s'orienter vers le sud), et se déplaçant 4 m dans la direction vers laquelle il est orienté jusqu'en $D(-6,-2)$.
En répétant ces 3 étapes une troisième fois, le robot se déplace en $E(-6,-4)$, et puis en $F(-2,-4)$.
En répétant ces 3 étapes une quatrième fois, le robot se déplace en $G(0,-4)$, et puis à son point de départ $O(0,0)$ ; de plus, il fait alors face au nord.

À chaque fois que le robot termine cette séquence de 3 étapes un total de 4 fois, il revient à sa position d'origine $O(0{,}0)$ et fait face au nord.
En conséquence, si le robot termine cette séquence de 3 étapes $4 \times 6 = 24$ fois, il revient à sa position d'origine $O(0{,}0)$ et fait face au nord.
En complétant cette séquence de 3 étapes une 25e fois, le robot se déplace en $B(-4{,}2)$ et fait face à l'ouest (il fait face au point $C$).
Finalement, après avoir complété la séquence une 26e fois, le robot se retrouve en $D(-6,-2)$. La distance qui le sépare alors de son point de départ $O(0{,}0)$ est $x = \sqrt{(0-(-6))^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$, et donc $x^2 = 40$.

Réponse : 40

23. On étiquette les faces restances en utilisant les variables $v$, $w$, $y$ et $z$, tel qu'illustré dans le diagramme ci-bas.



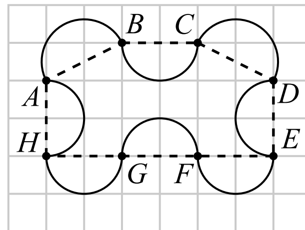

Les faces qui partagent une arête avec la face étiquettée par $z$ ont comme valeurs $-20$, $-56$ et 0.
Par la condition sur les entiers étiquettant les faces, on a $z = -20 - 56 + 0 = -76$.
À présent, on considère la face étiquettée par $-56$. Les faces avec lesquelles elle partage une arête ont comme étiquettes $y$, $z$ et $v$, et donc $-56 = y + z + v$.
Puisque $z = -76$, on obtient l'équation $-56 = y - 76 + v$, ou encore $v + y = 20$.
Ensuite, on considère la face étiquettée par 0. Les faces avec lesquelles elle partage une arête ont comme étiquettes $x$, $y$ et $z$. Donc, $0 = x + y + z$, et puisque $z = -76$, on obtient $x + y = 76$.
Finalement, on considère la face étiquettée par $-20$. Les faces avec lesquelles elle partage une arête ont comme étiquettes $v$, $x$ et $z$. Ainsi, $-20 = v + x + z$, et puisque $z = -76$, on obtient $v + x = 56$.
On a obtenu les trois équations suivantes :

$$\begin{aligned} v \quad\quad + y &= 20 \\ x + y &= 76 \\ v + x \quad\quad &= 56 \end{aligned}$$

En additionnant ces trois équations, on a $(v + y) + (x + y) + (v + x) = 20 + 76 + 56$ ou encore $2(v + x + y) = 152$.
En divisant par deux, on obtient $v + x + y = 76$.
En utilisant le fait que $v + y = 20$, on peut soustraire de $v + x + y = 76$ afin d'obtenir $(v + x + y) - (v + y) = 76 - 20$ ou encore $x = 56$.
On arrête ici puisque la question ne demande que la valeur de $x$, mais il est possible de montrer que $v = 0$, $w = 76$, $y = 20$ et $z = -76$.

Réponse : 56

24. On trace des segments de droite de $A$ à $B$, de $B$ à $C$, de $C$ à $D$, de $D$ à $E$, de $E$ à $F$, de $F$ à $G$, de $G$ à $H$, et de $H$ à $A$, comme illustré.




Les segments de droite $BC$, $DE$, $EF$, $FG$, $GH$, et $HA$ ont chacun une longueur de 2 unités.
Ainsi, les rayons des demi-cercles ayant ces diamètres sont tous 1, et les aires des cercles avec ces diamètres sont tous $\frac{1}{2}\pi(1)^2 = \frac{\pi}{2}$.
Le segment de droite $AB$ est l'hypoténuse d'un triangle dont les cathètes ont longueur 1 et 2.
Par le théorème de Pythagore, la longueur de $AB$ est $\sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$.
Le rayon du demi-cercle de diamètre $AB$ est $\frac{\sqrt{5}}{2}$, donc son aire est $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{5\pi}{8}$.
Par un raisonnement similaire, l'aire du demi-cercle de diamètre $CD$ est aussi $\frac{5\pi}{8}$.
L'aire de la figure peut être calculée comme l'aire de l'hexagone $ABCDEH$, additionnée aux aires des demi-cercles de diamètres $AB$, $CD$, $EF$ et $GH$, moins les aires des demi-cercles de diamètres $BC$, $DE$, $FG$ et $AH$.
On a déjà calculé les aires des demi-cercles. Il faut à présent calculer l'aire de l'hexagone $ABCDEH$.
Cet hexagone peut être vu comme un rectangle $3 \times 6$ dont on a enlevé deux "coins." Ces "coins" sont des triangles rectangles dont les hypoténuses sont $AB$ et $CD$.
Les cathètes de ces deux triangles ont longueur 1 et 2, donc leurs aires sont chacunes $\frac{1}{2}\times 1\times 2 = 1$.
Ainsi, l'aire de l'hexagone $ABCDEH$ est $3 \times 6 - 2 \times 1 = 16$.
En utilisant les aires des demi-cercles calculées plus tôt, on peut à présent calculer l'aire de la figure comme

$$16 + \frac{5\pi}{8} + \frac{5\pi}{8} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 16 + \frac{\pi}{4} \approx 16.78539$$

Ainsi, $x$ est approximativement 16.78539, donc $100x$ est approximativement 1678.539. En arrondissant à l'entier le plus proche, on obtient que $y = 1679$, donc la réponse est $1+6+7+9 = 23$.

Réponse : 23

25. On écrit $n = 7A6\,B5C + 2B9\,C5A + 7C1\,A6B$. On peut réorganiser comme suit :

$$\begin{aligned} n &= (706\,050 + A0\,B0C) + (209\,050 + B0\,C0A) + (701\,060 + C0\,A0B) \\ &= (706\,050 + 209\,050 + 701\,060) + (A0\,B0C + B0\,C0A + C0\,A0B) \\ &= 1\,616\,160 + (A+B+C)(10\,000) + (B+C+A)(100) + (C+A+B) \\ &= 1\,616\,160 + (A+B+C)(10\,101) \\ &= (10101)(160 + A + B + C). \end{aligned}$$

Ainsi, $n = (10101)(160 + A + B + C)$.
On doit déterminer les valeurs de $A$, $B$ et $C$ pour lesquelles l'entier $n$ est divisible par 36.

On remarque que $36 = 4 \times 9$. Puisque 4 et 9 sont copremiers, $n$ est divisible par 36 si et seulement s'il est divisible à la fois par 4 et par 9.

Comme 10101 est impair, ce n'est pas un multiple de 4. Donc $n$ est un multiple de 4 si et seulement si $160 + A + B + C$ est un multiple de 4.
On factorise 10101 comme $3 \times 3367$. Puisque 3367 n'est pas un multiple de 3, on a que 10101 admet 3 comme facteur, mais pas 9.
Ainsi, $n$ est un multiple de 9 si et seulement si $160 + A + B + C$ est un multiple de 3.
On sait à présent que $n$ est un multiple de 36 si et seulement si $160 + A + B + C$ est un multiple de 3 et un multiple de 4, ou, de façon équivalente, si et seulement si $160 + A + B + C$ est un multiple de 12.
Parce que 156 est un multiple de 12, $160 + A + B + C = 156 + 4 + A + B + C$ est un multiple de 12 si et seulement si $4 + A + B + C$ est un multiple de 12.

Les trois chiffres $A$, $B$ et $C$ sont chacun entre 0 et 9 inclusivement, donc $4 + A + B + C$ est au moins 4 et au plus $4 + 3 \times 9 = 31$. Les seuls multiples de 12 entre 4 et 31 sont 12 et 24, donc on doit avoir que $4 + A + B + C = 12$ ou que $4 + A + B + C = 24$.
Pour répondre à la question, on compte le nombre de triplets $(A,B,C)$ d'entiers, chacun entre 0 et 9 inclusivement, pour lesquels $A + B + C = 8$ ou $A + B + C = 20$.

Premièrement, on suppose que $A + B + C = 8$.
Si $A = 0$, alors $B + C = 8$. Dans ce cas, on peut avoir $B = 0$ et $C = 8$, ou $B = 1$ et $C = 7$, ou $B = 2$ et $C = 6$, et ainsi de suite jusqu'à $B = 8$ et $C = 0$. Cela donne un total de 9 triplets.
Si $A = 1$, alors $B + C = 7$. Dans ce cas, on peut avoir $B = 0$ et $C = 7$, $B = 1$ et $C = 6$, et ainsi de suite jusqu'à $B = 7$ et $C = 0$, pour un total de 8 triplets.
En continuant de la sorte, on trouve qu'il y a 7 triplets lorsque $A = 2$, 6 triplets lorsque $A = 3$, 5 triplets lorsque $A = 4$, 4 triplets lorsque $A = 5$, 3 triplets lorsque $A = 6$, 2 triplets lorsque $A = 7$, et il y a un triplet lorsque $A = 8$.
Le nombre de triplets $(A,B,C)$ quand $A + B + C = 8$ est $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$.
À présent, on suppose que $A + B + C = 20$.
Si $A = 0$, alors $B + C = 20$, ce qui est impossible puisque $B \leq 9$ et $C \leq 9$. Il ne peut y avoir de triplets avec $A = 0$.
De façon similaire, si $A = 1$ alors il n'y a pas de triplets.
Si $A = 2$, alors $B + C = 18$, ce qui signifie que $B = 9$ et $C = 9$, donc il n'y a qu'un triplet.
Si $A = 3$, alors $B + C = 17$, donc soit $B = 9$ et $C = 8$, ou $B = 8$ et $C = 9$. Il y a 2 triplets dans ce cas.
Si $A = 4$, alors $B + C = 16$, et il y a 3 triplets.
En continuant de la sorte, on trouve que quand $A = 5$ il y a 4 triplets, quand $A = 6$ il y a 5 triplets, quand $A = 7$ il y a 6 triplets, quand $A = 8$ il y a 7 triplets, et quand $A = 9$ il y a 8 triplets.
Le nombre de triplets quand $A + B + C = 20$ est $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$.
Le nombre de triplets $(A,B,C)$ est $45 + 36 = 81$.

RÉPONSE : 81