



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Hypatie

(11^e année – Sec. V)

le jeudi 3 avril 2025

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 3 avril 2025

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 75 minutes

©2025 University of Waterloo

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

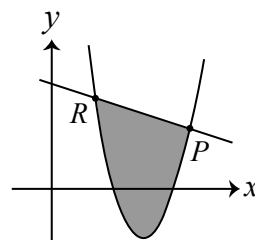
Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Pour commencer, des jetons sont distribués de manière *inégle* entre deux personnes. Ensuite, toutes les minutes, chaque personne reçoit 2 jetons supplémentaires.
 -  (a) Les jetons sont distribués entre Abi et Brody. Abi reçoit 30 jetons et Brody en reçoit 10. Combien de jetons Abi aura-t-elle au total après 7 minutes ?
 -  (b) Au total, 80 jetons sont distribués entre Carl et Désirée. Après 12 minutes, Désirée a 37 jetons. Combien de jetons Carl avait-il au début ?
 -  (c) Au total, 100 jetons sont distribués entre Essi et Francis. Essi reçoit 12 jetons. Après t minutes, Francis a 3 fois plus de jetons qu'Essi. Déterminer la valeur de t .
2.
 -  (a) Le rectangle $\mathcal{R}_1$ mesure 5 cm de longueur et 4 cm de largeur. Sa longueur augmente de 10 %, mais sa largeur reste la même. Quelle est l'aire du rectangle obtenu ?
 -  (b) Un carré a une aire de 100 cm^2 . Sa longueur augmente de 30 % et sa largeur diminue de 30 %. L'aire du rectangle obtenu est inférieure à 100 cm^2 . Déterminer le pourcentage de diminution de l'aire.
 -  (c) La longueur du rectangle $\mathcal{R}_2$ augmente de x % et sa largeur diminue de 20 %. Supposons que l'aire du rectangle obtenu est égale à l'aire du rectangle initial. Déterminer la valeur de x .

3. Une parabole dont l'équation est $y = ax^2 + bx + c$, où $a = 1$ ou $a = -1$, croise une droite aux points $P(p, q)$ et $R(r, s)$; p, q, r et s étant des nombres réels. Dans ce cas, l'aire délimitée par la parabole et la droite (zone ombrée dans la figure ci-contre) est égale à $\frac{(p-r)^3}{6}$, où $p > r$.



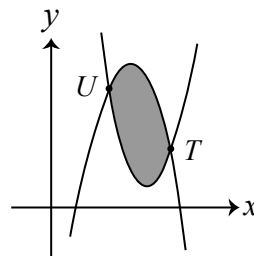
- (a) Supposons que l'équation de la parabole est $y = x^2 + 3x - 12$ et que l'équation de la droite est $y = 2x$. Quelle est l'aire de la zone ombrée?



- (b) Pour certaines valeurs de m , la droite d'équation $y = mx - 6$ croise la parabole d'équation $y = -x^2 + 7x - 90$ aux points distincts V et W , dont les coordonnées x sont des entiers. Il existe deux valeurs de m pour lesquelles l'aire délimitée par la droite et la parabole est aussi petite que possible. Déterminer ces deux valeurs de m .



- (c) Supposons que g et h sont des nombres réels et que les paraboles $y = x^2 + (g + h)x + 9$ et $y = -x^2 + gx + h$ se croisent aux points distincts T et U , comme dans la figure ci-contre. Sachant que l'aire de la zone délimitée par les paraboles est de $\frac{3087}{8}$, déterminer toutes les valeurs possibles de h .



4. Une *suite géométrique* est une suite dans laquelle chaque terme après le premier est obtenu en multipliant le terme précédent par une constante non nulle appelée *raison*. Par exemple, 5, 10 et 20 sont les trois premiers termes d'une suite géométrique dont la raison est 2.



- (a) Quelle est la somme des trois premiers termes d'une suite géométrique dont la raison est $\frac{3}{5}$ et dont le deuxième terme est 45?



- (b) Sachant que $x, 12$ et y forment une suite géométrique et que $x + y = 25$, déterminer toutes les paires possibles des entiers strictement positifs (x, y) .



- (c) Sachant que a, b, c et d forment une suite géométrique et que $a + b + c + d = 65$, déterminer toutes les quadruples possibles des entiers (a, b, c, d) .



**Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE**
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Hypatie de 2025! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI. Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2025.

Visitez notre site Web au ***cemc.uwaterloo.ca*** pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au ***cemc.uwaterloo.ca*** pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2025/2026
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'œil sur nos cours gratuits en ligne
- utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours