Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Gauss 2025

(7e et 8e années – Secondaire I et II)

le mercredi 14 mai 2025
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 15 mai 2025
(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

7^{e} année

1. Si chacun des 12 amis donne 5 \$, ils donnent au total 12×5 \$ $= 60$ \$ à l'organisme de bienfaisance.

Réponse : (C)

2. L'hexagone régulier est divisé en six triangles de même aire. Puisqu'un de ces six triangles est gris, alors $\frac{1}{6}$ de l'aire de l'hexagone est gris.

Réponse : (E)

3. Dae a mangé 6 pommes, Joe en a mangé 3, Etta en a mangé 5, Susie en a mangé 4 et Vinh en a mangé 1. C'est donc Dae qui a mangé le plus de pommes.
(Il est possible d'avoir simplement remarqué que la personne qui a mangé le plus de pommes est celle dont la barre est la plus haute.)

Réponse : (A)

4. La balance montre que deux carrés ont la même masse que quatre cercles. Si nous divisons les deux carrés et les quatre cercles en deux groupes égaux, un carré a la même masse que deux cercles.

Réponse : (B)

5. Un carré d'une longueur de 8 a une aire de $8 \times 8 = 64$. Puisque $8 \times 2 = 16$, $2 \times (8+8) = 2 \times 16 = 32$, $4 \times 8 = 32$, et $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4096$, alors 8×8 est la seule expression donnée qui est égale à l'aire du carré.

Réponse : (C)

6. Puisque $\angle PQR$ est un angle plat, sa mesure est 180°. Ainsi, l'addition des angles dont la mesure est 130° et x° donne 180°, soit $130 + x = 180$, donc $x = 180 - 130 = 50$.

Réponse : (C)

7. Dans une liste de chiffres ayant exactement un mode, le mode est le chiffre qui figure dans la liste le plus grand nombre de fois. Puisque le mode de la liste donnée est 8 et que la liste a exactement un mode, alors le chiffre 8 doit figurer plus de fois que chacun des autres chiffres de la liste. Si $n = 8$, alors 8 figure dans la liste trois fois, ce qui est plus que n'importe quel autre chiffre de la liste. La liste a donc exactement un mode, qui est 8, comme requis. Si la valeur de n est 15 ou 3, la liste comporte trois chiffres qui figurent chacun deux fois, et la liste n'a alors pas exactement un mode. Si $n = 9$, alors 9 figure plus de fois que n'importe quel autre chiffre et le mode est donc 9. Si $n = 10$, alors 8 et 9 figurent chacun deux fois (ce qui est plus que n'importe quel autre chiffre de la liste) et la liste n'a pas exactement un mode.

Réponse : (D)

8. *Solution 1*
Pour mesurer 1 tasse de farine, Sam remplit son récipient de $\frac{1}{2}$ tasse deux fois (puisque $\frac{1}{2} \times 2 = 1$).
Pour mesurer 2 tasses de farine, Sam remplit son récipient de $\frac{1}{2}$ tasse $2 \times 2 = 4$ fois.
Pour mesurer $2\frac{1}{2}$ tasses de farine, Sam remplit son récipient de $\frac{1}{2}$ tasse $4 + 1 = 5$ fois.

Solution 2
Puisque $2\frac{1}{2}$ tasses est égal à $\frac{5}{2}$ tasses, et que $5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, Sam remplit 5 fois son récipient de $\frac{1}{2}$ tasse.

Réponse : (E)

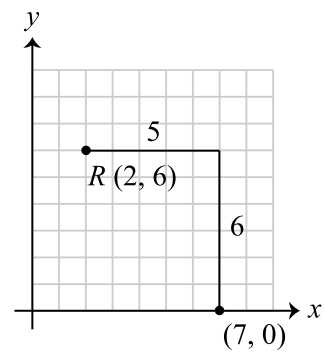
9. Il y a sept jours dans une semaine. Si le 1er juin est un mardi, en se déplaçant successivement de sept jours dans le mois, nous obtenons les 8, 15, 22 et 29 juin qui sont également des mardis. Le 30 juin est donc un mercredi.

Réponse : (C)

10. Lorsqu'il est vu de l'autre côté de la fenêtre, le texte est reflété horizontalement. C'est-à-dire que « GALOPEURS » apparaît comme « ƧЯUƎꟼO⅃AӘ ». Les lettres qui ne changent pas lorsqu'on les regarde des deux côtés de la fenêtre sont A, O et U. Il y a donc trois lettres de ce type.

Réponse : (A)

11. La coordonnée sur l'axe des abscisses de $(2, 6)$ est inférieure de 5 à la coordonnée de l'axe des abscisses de $(7, 0)$. Le point R doit donc être déplacé de 5 vers la droite.
La coordonnée sur l'axe des ordonnées de $(2, 6)$ est inférieure de 6 à la coordonnée de l'axe des ordonnées de $(7, 0)$. Le point R doit donc être déplacé de 6 vers le bas.
Ainsi, le déplacement de 5 vers la droite et de 6 vers le bas déplacera le point $R(2, 6)$ jusqu'au point $(7, 0)$.



Réponse : (E)

12. Un train s'arrête à la gare de Waterloo à 6 h 25 et ensuite toutes les 3 minutes, donc un train ne s'arrête qu'à des heures qui diffèrent de 6 h 25 par un multiple de 3. Parmi les réponses données, un train s'arrête à la gare à 6 h 28 (différence de 3 minutes), à 6 h 40 (différence de 15 minutes), et à 6 h 55 (différence de 30 minutes).
Un bus s'arrête à la gare de Waterloo à 6 h 25 et ensuite toutes les 5 minutes, donc un bus ne s'arrête qu'à des heures qui diffèrent de 6 h 25 par un multiple de 5. Parmi les réponses données, un bus s'arrête à la gare à 6 h 30 (différence de 5 minutes), à 6 h 40 (différence de 15 minutes), et à 6 h 55 (différence de 30 minutes).
Ainsi, la prochaine fois qu'un train et un bus s'arrêteront en même temps à la gare de Waterloo, ce sera à 6 h 40.
Remarque : Le plus petit multiple commun de 3 et de 5 est 15. Cela nous indique qu'un train et un bus s'arrêteront à la gare toutes les 15 minutes après 6 h 25. C'est donc à 6 h 40 qu'un train et un bus s'arrêteront à la gare en même temps la prochaine fois.

Réponse : (D)

13. La séquence se répète en blocs des quatre chiffres 2, 0, 2, 5. Puisque $50 = 12 \times 4 + 2$, les 50 chiffres de la séquence contiennent 12 blocs complets de 2, 0, 2, 5 suivis des deux premiers chiffres du bloc, soit 2, 0.
Le chiffre 5 figure une fois dans chacun des 12 blocs et ne figure pas comme 49e ou 50e chiffre. Ainsi, le chiffre 5 est présent 12 fois.

Réponse : (C)

14. Puisque $\dfrac{28}{32} + \dfrac{1}{\square} = 1$ et que $\dfrac{28}{32} + \dfrac{4}{32} = \dfrac{32}{32} = 1$, alors $\dfrac{1}{\square} = \dfrac{4}{32}$.
En réduisant $\dfrac{4}{32}$ au plus petit terme, nous obtenons $\dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$, donc le nombre qui va dans la boîte est 8.

Réponse : (E)

15. Dans la grille présentée, la première colonne et la première ligne indiquent les nombres possibles qui peuvent être sur les faces du dessus des deux dés. L'intérieur de la grille indique la somme des deux nombres correspondants. Sur les 36 combinaisons possibles, une somme de 7 peut se produire de six façons différentes, une somme de 8 peut se produire de cinq façons différentes, une somme de 9 peut se produire de quatre façons différentes, une somme de 10 peut se produire de trois façons différentes et une somme de 11 peut se produire de deux façons différentes. Ainsi, parmi les sommes données, 11 est la moins probable.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Réponse : (E)

16. Pour obtenir le plus grand résultat possible, nous voulons que la somme des deux premiers nombres à deux chiffres soit la plus grande possible et que le troisième nombre à deux chiffres soit le plus petit possible.
Étant donné que le chiffre des dizaines contribue davantage à la valeur d'un nombre que le chiffre des unités, nous choisissons les deux chiffres les plus grands, soit 7 et 8, comme chiffres des dizaines des deux premiers nombres à deux chiffres, et le plus petit des chiffres donnés, soit 1, comme chiffre des dizaines du troisième nombre à deux chiffres.
Parmi les chiffres restants, soit 3, 6 et 2, nous choisissons les deux chiffres les plus grands, soit 3 et 6, comme chiffres des unités des deux premiers nombres à deux chiffres, et 2 comme chiffre des unités du troisième nombre à deux chiffres, qui devient 12.
Puisque $73 + 86 = 76 + 83$, la façon dont on associe les chiffres des dizaines aux chiffres des unités pour les deux premiers nombres à deux chiffres n'a pas d'importance. Ainsi, le plus grand résultat possible est $73 + 86 - 12 = 147$.

Réponse : (C)

17. *Solution 1*
Nous commençons par reconnaître qu'écrit sous forme de fraction dans les termes les plus bas, 60 % est égal à $\frac{3}{5}$.
Ainsi, si Savanah a obtenu pile trois fois sur cinq lancers, elle a obtenu pile pour 60 % des lancers qu'elle a effectués. Puisqu'elle a obtenu pile à son dernier lancer, Savanah avait fait deux lancers sur quatre après son avant-dernier lancer, ce qui signifie qu'elle a obtenu pile pour 50 % des lancers qu'elle a effectués jusqu'à ce point, comme requis.
Savanah a donc effectué cinq lancers au total.

Solution 2
Nous procédons à rebours à partir des réponses données. Si Savanah a fait trois lancers et qu'elle a obtenu pile pour 60 % de ces lancers, alors elle a obtenu $3 \times \frac{60}{100} = \frac{180}{100} = 1{,}8$ pile.
Elle doit obtenir pile un nombre entier de fois, donc cela n'est pas possible. Si Savanah a fait neuf lancers, elle a obtenu pile $9 \times \frac{60}{100} = \frac{540}{100} = 5{,}4$ fois. Là encore, ce n'est pas possible.
Si Savanah a fait huit lancers, son avant-dernier lancer était son septième lancer. Cependant, il n'est pas possible pour Savanah d'obtenir pile pour 50 % des lancers en sept lancers (puisque la moitié de sept n'est pas un entier). (Nous aurions pu montrer que 60 % de 8 n'est pas non plus un entier, comme nous l'avons fait dans les deux premiers cas.)
De même, Savanah n'a pas pu faire dix lancers, car la moitié de neuf lancers n'est pas un entier.
Par élimination, la réponse doit être cinq lancers. Nous pouvons confirmer que si elle obtient pile deux fois lors de ses quatre premiers lancers, elle obtient alors pile pour 50 % de ses lancers.

De plus, si elle obtient pile à son dernier lancer, elle a obtenu pile trois fois sur cinq lancers, ce qui représente 60 % de pile, comme requis.

RÉPONSE : (D)

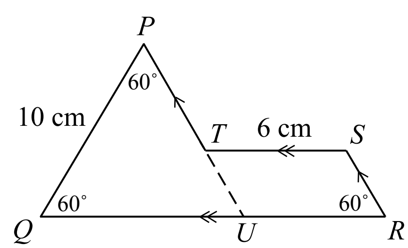
18. La somme des quatre angles d'un quadrilatère est de 360°.
La somme des cinq mesures d'angle données est de $62^\circ + 85^\circ + 99^\circ + 108^\circ + 114^\circ = 468^\circ$.
La différence, $468^\circ - 360^\circ = 108^\circ$, est la mesure de l'angle qui n'est pas dans le quadrilatère. (Nous pouvons confirmer que $62^\circ + 85^\circ + 99^\circ + 114^\circ = 360^\circ$.)

RÉPONSE : (D)

19. Chaque entier est soit un nombre impair, soit un nombre pair.
Ainsi, chacun des dix élèves cochera exactement une case de la première paire de cases.
De même, tout entier supérieur à 1 est soit un nombre premier, soit un nombre composé, donc chacun des dix élèves cochera exactement une case de la deuxième paire de cases.
Ainsi, chaque élève coche exactement deux des quatre premières cases.
Chaque élève coche donc exactement deux des cinq cases si sa carte n'est pas numérotée avec un carré parfait, et il coche exactement trois des cinq cases si sa carte est numérotée avec un carré parfait.
La carte numérotée 16 est la seule carte numérotée avec un carré parfait, donc chacun des $10 - 1 = 9$ élèves restants a une carte qui n'est pas numérotée avec un carré parfait. Il y a donc neuf élèves qui cochent exactement deux cases.

RÉPONSE : (B)

20. Nous commençons par étendre la droite PT au point U sur la droite QR, comme indiqué.



Puisque la droite PT est parallèle à la droite SR, alors la droite TU est parallèle à la droite SR.
De même, puisque la droite TS est parallèle à la droite QR, la droite TS est alors parallèle à la droite UR.
Puisque la droite TU est parallèle à la droite SR et que la droite TS est parallèle à la droite UR, alors la forme $TURS$ est un parallélogramme, donc $TU = SR$ et $UR = TS = 6$ cm.
Dans $\triangle PQU$, la somme des mesures des trois angles est de 180°, donc $\angle PUQ = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.
Ainsi, $\triangle PQU$ est un triangle équilatéral, et $QU = PU = PQ = 10$ cm.
Le périmètre de $PQRST$ est

$$\begin{aligned}
PQ + QR + SR + TS + PT &= PQ + QU + UR + SR + TS + PT \quad (\text{puisque } QR = QU + UR)\\
&= PQ + QU + UR + TU + TS + PT \quad (\text{puisque } SR = TU)\\
&= PQ + QU + UR + PT + TU + TS \quad (\text{réorganisation les côtés})\\
&= PQ + QU + UR + PU + TS \quad (\text{puisque } PT + TU = PU)\\
&= 10 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + 6 \text{ cm}\\
&= 42 \text{ cm}
\end{aligned}$$

RÉPONSE : (A)

21. Un cercle d'un rayon de 1 cm a une aire de $\pi \times (1 \text{ cm})^2 = \pi \text{ cm}^2$.
Un cercle d'un rayon de 5 cm a une aire de $\pi \times (5 \text{ cm})^2 = 25\pi \text{ cm}^2$.
Un cercle d'un rayon de x cm a une aire de $\pi \times (x \text{ cm})^2 = x^2\pi \text{ cm}^2$.
L'aire moyenne des trois cercles étant de $30\pi \text{ cm}^2$, la somme des aires des trois cercles est de $3 \times 30\pi \text{ cm}^2 = 90\pi \text{ cm}^2$.
Puisque $\pi + 25\pi + x^2\pi = 26\pi + x^2\pi$, nous obtenons $26\pi + x^2\pi = 90\pi$ ou $x^2\pi = 64\pi$ ou $x^2 = 64$, donc $x = 8$ (puisque $x > 0$).

Réponse : (D)

22. *Solution 1*
La probabilité qu'au moins une couleur ne soit pas utilisée est égale à 1 moins la probabilité que les trois couleurs soient utilisées.
Chacune des trois portes peut être peinte de l'une des trois couleurs, ce qui permet de peindre les portes de $3 \times 3 \times 3 = 27$ différentes manières, sans aucune restriction.
Si les trois couleurs sont utilisées, la première porte peut être peinte de trois couleurs différentes, la deuxième porte peut être peinte de deux couleurs différentes et la troisième porte doit être peinte de la couleur restante.
La probabilité que les trois couleurs soient utilisées est donc $\dfrac{3 \times 2 \times 1}{27} = \dfrac{6}{27}$, et la probabilité qu'au moins une couleur ne soit pas utilisée est $1 - \dfrac{6}{27} = \dfrac{27}{27} - \dfrac{6}{27} = \dfrac{21}{27}$, ce qui est égal à $\dfrac{7}{9}$.

Solution 2
La probabilité qu'au moins une couleur ne soit pas utilisée est équivalente à la probabilité qu'au plus deux couleurs différentes soient utilisées.
Ainsi, la probabilité qu'au moins une couleur ne soit pas utilisée est égale à la somme de la probabilité qu'exactement une couleur soit utilisée et de la probabilité qu'exactement deux couleurs différentes soient utilisées.
Nous commençons par déterminer la probabilité qu'une seule couleur soit utilisée.
Chacune des trois portes peut être peinte de l'une des trois couleurs, ce qui permet de peindre les portes de $3 \times 3 \times 3 = 27$ différentes manières, sans aucune restriction. Si une seule couleur est utilisée, il y a trois choix de couleur et chaque porte doit être peinte de cette couleur, donc la probabilité qu'une seule couleur soit utilisée est $\dfrac{3}{27}$.
Si l'on utilise exactement deux couleurs, deux portes sont peintes de la même couleur et la porte restante est peinte d'une couleur différente.
Il y a trois choix pour la première couleur, puis deux choix pour la deuxième couleur, donc $3 \times 2 = 6$ façons de choisir les deux couleurs. Une fois les deux couleurs choisies, les portes peuvent être peintes de ces couleurs de trois manières différentes. Par exemple, si la couleur choisie pour deux des portes est le noir (N) et la couleur de la porte restante est le blanc (B), les portes peuvent être peintes en NNB, NBN ou BNN.
Par conséquent, le nombre de possibilités de peindre les portes avec exactement deux couleurs différentes est de $6 \times 3 = 18$, et la probabilité d'utiliser exactement deux couleurs différentes est de $\dfrac{18}{27}$.

Enfin, la probabilité qu'au moins une couleur ne soit pas utilisée est $\dfrac{3}{27} + \dfrac{18}{27} = \dfrac{21}{27} = \dfrac{7}{9}$.

Réponse : (A)

23. *Solution 1*

On nous demande de trouver le nombre de multiples de 18 compris entre 111 000 et 111 999 inclusivement.

Puisque $18 \times 6166 = 110\,988$ et $18 \times 6167 = 111\,006$, le plus petit multiple de 18 supérieur ou égal à 111 000 est 111 006. (Nous pouvons trouver les nombres 6166 et 6167 en divisant 111 000 par 18 et en arrondissant le résultat à l'entier le plus proche.)

Puisque $18 \times 6222 = 111\,996$ et $18 \times 6223 = 112\,014$, le plus grand multiple de 18 inférieur ou égal à 111 999 est 111 996. (Nous pouvons aussi trouver les nombres 6222 et 6223 en divisant 111 999 par 18 et en arrondissant le résultat à l'entier le plus proche.)

Tous les multiples de 18 de 18×6167 à 18×6222 inclusivement satisfont aux conditions données, et il y a donc $6222 - 6167 + 1 = 56$ différentes possibilités pour N.

Solution 2

Puisque $N = 111\,abc$ est divisible par 18, alors N est divisible par 2 et 9, étant donné que 2 et 9 n'ont pas de facteurs en commun et que $2 \times 9 = 18$.

Puisque N est divisible par 2, N est pair et son chiffre des unités, c, doit être égal à 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un entier est divisible par 9 exactement lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Ainsi, la somme des chiffres de N, qui est égale à $1 + 1 + 1 + a + b + c = a + b + c + 3$, doit être un multiple de 9.

La plus petite valeur possible de $a + b + c + 3$ est 3 (lorsque $a = b = c = 0$) et sa plus grande valeur possible est 30 (lorsque $a = b = c = 9$).

Les multiples de 9 dans cet intervalle sont 9, 18 et 27, donc $a + b + c = 6$ ou $a + b + c = 15$ ou $a + b + c = 24$.

En résumé, $N = 111\,abc$ est divisible par 18 exactement lorsque c est égal à 0, 2, 4, 6 ou 8, et que $a + b + c = 6$ ou $a + b + c = 15$ ou $a + b + c = 24$.

Nous procédons en fixant c à chacun des chiffres pairs possibles et en déterminant le nombre de valeurs possibles pour a et b.

Lorsque $c = 0$, nous obtenons $a + b = 6$ ou $a + b = 15$ ou $a + b = 24$.

Lorsque $a + b = 6$, les valeurs possibles des chiffres a et b (écrits sous forme de paires ordonnées (a, b)) sont $(0, 6)$, $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$, et $(6, 0)$.

(Sinon, lorsque $a + b = 6$, a peut être égal à n'importe quel entier de 0 à 6 inclusivement et ensuite $b = 6 - a$.)

Il y a donc 7 paires ordonnées de chiffres (a, b) lorsque $c = 0$ et $a+b = 6$, donc 7 valeurs possibles de N.

Lorsque $a + b = 15$, les paires de chiffres possibles (a, b) sont $(6, 9)$, $(7, 8)$, $(8, 7)$, et $(9, 6)$, et il y a donc 4 valeurs possibles de N.

Lorsque $a + b = 24$, il n'y a pas de paires possibles de chiffres (a, b) puisque $a + b$ est au plus $9 + 9 = 18$.

Lorsque $c = 2$, nous obtenons $a + b = 6 - 2 = 4$ ou $a + b = 15 - 2 = 13$ ou $a + b = 24 - 2 = 22$.

Nous continuons à compter le nombre de paires de chiffres (a, b) pour chacune des valeurs possibles de c et nous résumons ces résultats dans les tableaux ci-dessous.

$c = 0$	$a + b = 6$	$a + b = 15$	$a + b = 24$	Nombre de valeurs de N
Nombre de paires (a, b)	7	4	0	11

$c = 2$	$a + b = 4$	$a + b = 13$	$a + b = 22$	Nombre de valeurs de N
Nombre de paires (a, b)	5	6	0	11

$c=4$	$a+b=2$	$a+b=11$	$a+b=20$	Nombre de valeurs de N
Nombre de paires (a,b)	3	8	0	11

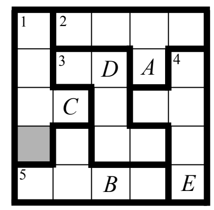
$c=6$	$a+b=0$	$a+b=9$	$a+b=18$	Nombre de valeurs de N
Nombre de paires (a,b)	1	10	1	12

$c=8$	$a+b=-2$	$a+b=7$	$a+b=16$	Nombre de valeurs de N
Nombre de paires (a,b)	0	8	3	11

Par conséquent, le nombre de possibilités pour N est de $11+11+11+12+11=56$.

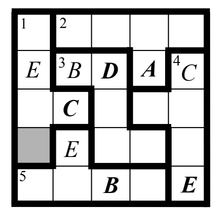
Réponse : (C)

24. Nous commençons par nommer les formes représentées par les lignes épaisses 1, 2, 3, 4 et 5, comme le montre le schéma.
Nous adoptons également la notation [numéro de ligne, numéro de colonne] pour faire référence au contenu des cases dans le diagramme.
Par exemple, on nous dit que $[2,3]$ est D (c'est la forme 3), et que $[2,4]$ est A (c'est la forme 2).



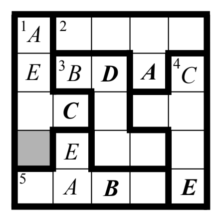
Il est important de noter que la solution qui suit n'est qu'une des nombreuses façons d'arriver à la réponse.

Puisque $[3,2]$ est C, $[2,1]$ ne peut pas être C (la forme 1 a déjà un C), et $[2,2]$ ne peut pas être C (la colonne 2 a déjà un C). Le C de la ligne 2 doit être $[2,5]$.
Puisque la ligne 5 a déjà un E, le E de la forme 5 ne peut pas être dans la ligne 5, donc $[4,2]$ est E.

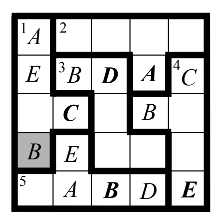


Il manque B et E à la ligne 2, et comme la colonne 2 a un E, alors $[2,1]$ est E et $[2,2]$ est B. Les lettres déterminées jusqu'à maintenant sont incluses dans le diagramme ci-dessus.

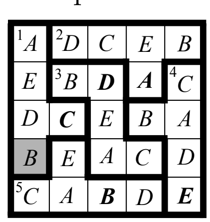
Puisque la forme 2 contient déjà un A et que la ligne 1 n'en a pas, alors $[1,1]$ est A. De même, la colonne 4 contient déjà un A, donc $[5,4]$ n'est pas A, ce qui signifie que $[5,2]$ est A (puisque la forme 5 n'en a pas).
Les lettres déterminées jusqu'à maintenant sont incluses dans le diagramme de droite.



La forme 1 doit contenir un D quelque part dans la colonne 1, donc ce n'est pas dans $[5,1]$ qu'il faut mettre un D. Puisque la forme 5 n'a pas de D, $[5,4]$ est D.
Il manque A, B et D à la forme 4. Puisque la colonne 4 contient déjà un A et un D, $[3,4]$ ne peut pas être A ou D. C'est donc $[3,4]$ qui est B.
Enfin, il manque B et D dans la forme 1. Comme la ligne 3 contient un B, $[3,1]$ ne peut pas être B, donc la lettre dans le carré gris, $[4,1]$, est B, comme indiqué.



Le diagramme terminé est inclus ci-dessous. Compte tenu des cinq lettres initiales et de leur emplacement, il n'y a qu'une seule façon de remplir ce diagramme.



Réponse : (B)

25. Nous adoptons la notation [numéro de ligne, numéro de colonne] pour désigner le contenu d'une case de la grille.
Puisque $[1,1]$ est 1 et que les nombres adjacents augmentent d'un entier $a > 0$ fixe de gauche à droite dans chaque rangée, alors $[1,2]$ est $1+a$, $[1,3]$ est $1+2a$, et ainsi de suite jusqu'à la fin de la rangée où $[1,8]$ est $1+7a$.
De même, les nombres adjacents augmentent d'un entier fixe $b > 0$ de haut en bas dans chaque colonne, de sorte que le contenu de chaque case de la ligne 2 est b plus grand que celui de la case adjacente de la ligne 1.
C'est-à-dire que $[2,1]$ est $1+b$, $[2,2]$ est $1+a+b$, $[2,3]$ est $1+2a+b$, et ainsi de suite jusqu'à la fin de la ligne où $[2,8]$ est $1+7a+b$.
En continuant ainsi à la ligne 3, nous obtenons que $[3,1]$ est $1+2b$, $[3,2]$ est $1+a+2b$, $[3,3]$ est $1+2a+2b$, et ainsi de suite jusqu'à $[3,8]$ qui est égal à $1+7a+2b$.
Nous reprenons ce schéma dans le tableau ci-dessous, en incluant chacune des entrées de la colonne 5, puisque la question porte sur cette colonne.

1	$1+a$	$1+2a$	$1+3a$	$1+4a$	$1+5a$	$1+6a$	$1+7a$
$1+b$	$1+a+b$	$1+2a+b$	$1+3a+b$	$1+4a+b$	$1+5a+b$	$1+6a+b$	$1+7a+b$
$1+2b$	$1+a+2b$	$1+2a+2b$	$1+3a+2b$	$1+4a+2b$	$1+5a+2b$	$1+6a+2b$	$1+7a+2b$
$1+3b$	$1+a+3b$	$\vdots$	$\vdots$	$1+4a+3b$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$1+4b$	$1+a+4b$			$1+4a+4b$			
$1+5b$	$1+a+5b$			$1+4a+5b$			
$1+6b$	$1+a+6b$			$1+4a+6b$			
$1+7b$	$1+a+7b$			$1+4a+7b$			$1+7a+7b$

On nous dit que le nombre en bas à droite de la grille est inférieur à 75, donc $1+7a+7b < 75$ ou $7a+7b < 74$.
En divisant chaque terme de cette inégalité par 7, nous obtenons $\frac{7a}{7}+\frac{7b}{7} < \frac{74}{7}$ ou $a+b < \frac{74}{7}$ et puisque a et b sont des entiers positifs, alors $a+b \leq 10$.
Puisque $a+b \leq 10$, alors en multipliant chaque terme par 4, nous obtenons $4a+4b \leq 40$.
Dans le tableau ci-dessus, $[5,5]$ est $1+4a+4b$. Puisque $4a+4b \leq 40$, alors $1+4a+4b \leq 41$, donc $[5,5]$ ne peut pas être égal à 45.
De plus, puisque b est un entier positif, chacune des entrées de la colonne 5 au-dessus de la ligne 5 est inférieure à $1+4a+4b$ et ne peut donc pas être égale à 45.
Ainsi, si 45 figure dans la colonne 5 de cette grille, il ne peut figurer que dans les lignes 6, 7 et 8.

Nous commençons par noter qu'a et b sont des entiers positifs, et que puisque $a+b \leq 10$, alors $a \leq 9$ et $b \leq 9$.
Si $[6,5]$ est 45, alors $1+4a+5b = 45$ ou $4a+5b = 44$.
Si $a = 1$, alors $4 \times 1 + 5b = 44$ ou $5b = 40$, et donc $b = 8$.
Nous confirmons que lorsque $a = 1$ et $b = 8$, alors $a+b \leq 10$, donc le nombre figurant dans le coin inférieur droit de la grille est inférieur à 75.
Ainsi, dans la grille arithmétique avec $a = 1$ et $b = 8$, $[6,5]$ est 45.
Si $a = 2$, alors $4 \times 2 + 5b = 44$ ou $5b = 36$ ou $b = \frac{36}{5}$ (qui n'est pas un entier), donc il n'existe pas de grille arithmétique dans laquelle $[6,5]$ est 45 lorsque $a = 2$.
Nous pourrions continuer à substituer les valeurs restantes de a de 3 à 9 pour déterminer pour quelles valeurs de a, $4a+5b = 44$ et $a+b \leq 10$ et b est un entier positif.
Nous pouvons aussi remarquer que $4a$ est un multiple de 4, tout comme 44.
Ainsi, si $4a+5b = 44$, alors $5b$ doit aussi être un multiple de 4, tout comme b est un multiple de 4.

Le seul entier positif restant b pour lequel $b \leq 9$ et b est un multiple de 4 est $b = 4$.
Lorsque $b = 4$, nous obtenons $4a + 5 \times 4 = 44$ ou $4a = 24$ et ainsi, $a = 6$.
Nous confirmons que lorsque $a = 6$ et $b = 4$, alors $a + b \leq 10$, donc le nombre figurant dans le coin inférieur droit de la grille est inférieur à 75.
Dans la grille arithmétique avec $a = 6$ et $b = 4$, $[6, 5]$ est 45.
Il existe donc exactement deux grilles de ce type dans lesquelles le nombre 45 figure à la ligne 6 de la colonne 5.

Si $[7, 5]$ est 45, alors $1 + 4a + 6b = 45$ ou $4a + 6b = 44$ ou $2a + 3b = 22$.
Dans ce cas, nous remarquons également que $2a$ est un multiple de 2, tout comme 22.
Ainsi, si $2a + 3b = 22$, alors $3b$ doit aussi être un multiple de 2, tout comme b est un multiple de 2.
Nous procédons en vérifiant les valeurs de b qui sont égales à des entiers pairs positifs.
Lorsque $b = 2$, nous obtenons $2a + 3 \times 2 = 22$ ou $2a = 16$ et ainsi, $a = 8$.
Dans ce cas, $a + b \leq 10$, donc le nombre figurant dans le coin inférieur droit est inférieur à 75.
Dans la grille arithmétique avec $a = 8$ et $b = 2$, $[7, 5]$ est 45.
Lorsque $b = 4$, nous obtenons $2a + 3 \times 4 = 22$ ou $2a = 10$ et ainsi, $a = 5$.
Dans ce cas, $a + b \leq 10$.
Dans la grille arithmétique avec $a = 5$ et $b = 4$, $[7, 5]$ est 45.
Lorsque $b = 6$, nous obtenons $2a + 3 \times 6 = 22$ ou $2a = 4$ et ainsi, $a = 2$. Dans ce cas, $a + b \leq 10$.
Dans la grille arithmétique avec $a = 2$ et $b = 6$, $[7, 5]$ est 45.
Lorsque $b = 8$, nous obtenons $2a + 3 \times 8 = 22$, ce qui n'est pas possible puisque $a > 0$.
Il existe donc exactement trois grilles de ce type dans lesquelles le nombre 45 figure à la ligne 7 de la colonne 5.

Si $[8, 5]$ est 45, alors $1 + 4a + 7b = 45$ ou $4a + 7b = 44$.
Nous constatons que $4a$ est un multiple de 4, tout comme 44.
Ainsi, si $4a + 7b = 44$, alors $7b$ doit aussi être un multiple de 4, tout comme b est un multiple de 4.
Nous procédons en vérifiant les deux valeurs possibles de b, à savoir $b = 4$ et $b = 8$.
Lorsque $b = 4$, nous obtenons $4a + 7 \times 4 = 44$ ou $4a = 16$ et ainsi, $a = 4$.
Dans ce cas, $a + b \leq 10$, donc le nombre figurant dans le coin inférieur droit est inférieur à 75.
Dans la grille arithmétique avec $a = 4$ et $b = 4$, $[8, 5]$ est 45.
Lorsque $b = 8$, nous obtenons $4a + 7 \times 8 = 44$, ce qui n'est pas possible puisque $a > 0$.
Il existe donc exactement une grille de ce type dans laquelle le nombre 45 figure à la ligne 8 de la colonne 5, ce qui donne $2 + 3 + 1 = 6$ grilles au total.

Réponse : (A)

8e année

1. Dans chaque rangée, exactement 3 des 6 cercles, ou la moitié des cercles, sont gris. Ainsi, la moitié des 24 cercles, c'est-à-dire 12 cercles, sont gris. On peut aussi se contenter de compter les 12 cercles gris.

Réponse : (B)

2. Si les quatre enfants se sont partagé 36 morceaux de manière égale, alors chaque enfant a reçu $\frac{36}{4} = 9$ morceaux.

Réponse : (D)

3. Il y a sept jours dans chaque semaine, donc il y a $2 \times 7 = 14$ jours dans deux semaines. Ainsi, la date deux semaines après le 12 mai est le 26 mai (puisque $12 + 14 = 26$).

Réponse : (D)

4. *Solution 1*
L'heure 2 heures après 8 h 45 est 10 h 45, et l'heure 45 minutes après 10 h 45 est 11 h 30.

Solution 2
Une durée de 2 heures et 45 minutes, c'est 15 minutes de moins que 3 heures. L'heure 3 heures après 8 h 45 est 11 h 45, et l'heure 15 minutes avant 11 h 45 est 11 h 30.

Réponse : (C)

5. Si $7x - 3 = 60$, alors $7x = 60 + 3$, donc $7x = 63$ et $x = \frac{63}{7} = 9$.

Réponse : (A)

6. Il y a deux façons de colorier le triangle et trois façons de colorier le carré, donc il y a $2 \times 3 = 6$ façons de colorier la figure.
Nous pouvons écrire les six façons de colorier la figure sous forme de paires ordonnées dans lesquelles la première couleur de la paire est la couleur du triangle et la seconde est la couleur du carré. Il s'agit de : (rouge, bleu), (rouge, violet), (rouge, vert), (jaune, bleu), (jaune, violet) et (jaune, vert).

Réponse : (D)

7. Lorsque $(5, 7)$ est réfléchi sur l'axe X, le point résultant est $(5, -7)$. Lorsqu'un point est réfléchi sur l'axe X, sa coordonnée X ne change pas et sa coordonnée Y change de signe (à condition que le point d'origine ne soit pas sur l'axe X).

Réponse : (A)

8. D'après le graphique, 5 élèves ont voté pour le printemps, 15 pour l'été, 5 pour l'automne et 10 pour l'hiver.
Par conséquent, (A) l'automne et le printemps ont reçu le même nombre de votes, (B) l'hiver a reçu plus de votes que le printemps, (C) 35 élèves ont participé à ce sondage, et (E) 5 élèves ont voté pour l'automne, sont toutes des affirmations vraies.
Puisque 15 élèves ont voté pour l'été et que le chiffre 15 est inférieur à la moitié de 35, alors (D) est l'affirmation qui est fausse.

Réponse : (D)

9. *Solution 1*
La somme des cinq chiffres d'origine est de $5 + 2 + 8 + 7 + 9 = 31$.
Le plus grand multiple de 4 inférieur à 31 est 28, et 28 est inférieur de 3 à 31.
Cependant, le chiffre 3 ne fait pas partie de la liste des cinq chiffres, donc Ruhab ne peut pas effacer un 3.
Le prochain plus grand multiple de 4 inférieur à 31 est 24.
Puisque $31 - 24 = 7$, et que le chiffre 7 figure dans la liste originale des cinq chiffres, si Ruhab efface le 7, la somme des quatre chiffres restants est un multiple de 4.
(Nous pouvons confirmer que $5 + 2 + 8 + 9 = 24$.)

Solution 2
Nous pouvons effacer les cinq chiffres un par un et, dans chaque cas, déterminer la somme des quatre chiffres restants.
Ce faisant, nous obtenons

$$5 + 2 + 8 + 7 = 22;\ 5 + 2 + 8 + 9 = 24;\ 5 + 2 + 7 + 9 = 23;$$

$$5 + 8 + 7 + 9 = 29;\ 2 + 8 + 7 + 9 = 26$$

Parmi ces sommes, seul 24 est un multiple de 4, donc Ruhab a effacé le chiffre 7.

Réponse : (D)

10. Les carrés parfaits sont $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, et ainsi de suite.
Il y a 18 entiers entre 3 et 20, inclusivement.
Parmi ces 18 entiers, seuls $2^2 = 4$, $3^2 = 9$ et $4^2 = 16$ sont des carrés parfaits.
Nous notons que $1^2 = 1$ et $5^2 = 25$ ne font pas partie des entiers donnés.
La probabilité de choisir au hasard un carré parfait parmi les entiers donnés est de $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$.

Réponse : (C)

11. Puisque $\frac{28}{32} + \frac{1}{\square} = 1$ et que $\frac{28}{32} + \frac{4}{32} = \frac{32}{32} = 1$, alors $\frac{1}{\square} = \frac{4}{32}$.
En réduisant $\frac{4}{32}$ au plus petit terme, nous obtenons $\frac{1}{8}$, donc le nombre qui va dans la boîte est 8.

Réponse : (E)

12. Il y a 60 minutes dans une heure.
Puisque 3×20 minutes $= 60$ minutes, et que $3 \times 1{,}5$ km $= 4{,}5$ km, Leticia peut marcher 4,5 km en une heure.
En marchant à ce même rythme, Leticia peut parcourir $4 \times 4{,}5$ km $= 18$ km en 4 heures.

Réponse : (A)

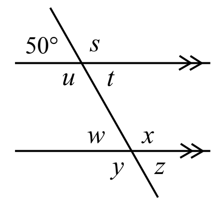
13. Classée du plus petit au plus grand, la liste est la suivante :

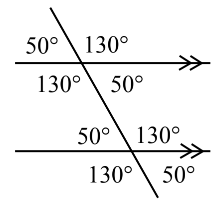
$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6$$

Cette liste contient $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ entiers.
La médiane est le nombre central d'une liste de nombres ascendants (ou descendants).
Le 11e entier de la liste de 21 entiers ci-dessus a 10 entiers avant lui et 10 entiers après lui ; il est donc la médiane de la liste.
Le 11e entier et la médiane de la liste donnée est 5.

Réponse : (D)

14. Les angles opposés sont de même mesure, donc $t = 50°$, puisqu'il est opposé à l'angle dont la mesure de $50°$ est donnée.
Par une propriété des droites parallèles, les angles t et x forment un motif de C et sont complémentaires.
Ainsi, $t + x = 180°$ or $x = 180° - 50° = 130°$.
Puisque l'angle y est opposé à l'angle x, alors $y = x = 130°$.
Puisque $t + y = 50° + 130° = 180°$, alors d'après les réponses données, t et y sont la paire d'angles dont la somme des mesures est égale à $180°$.
Parmi les réponses données, nous confirmons qu'aucune autre paire d'angles n'a des mesures dont la somme est $180°$ en déterminant les mesures de chacun des angles manquants, comme indiqué.





Réponse : (D)

15. *Solution 1*
L'âge moyen des trois premiers élèves est de 13 ans, donc la somme de leurs âges est de $13 \times 3 = 39$.
L'âge moyen des quatre élèves est de 14 ans, donc la somme de leurs âges est de $14 \times 4 = 56$.
L'âge du quatrième élève est la différence entre ces deux sommes, qui est de $56 - 39 = 17$ ans.

Solution 2
Dans une liste ordonnée de trois entiers consécutifs, la moyenne de la liste est toujours l'entier du milieu. Comprenez-vous pourquoi ?
Par conséquent, trois élèves dont les âges sont des nombres entiers consécutifs et dont l'âge moyen est de 13 sont âgés de 12, 13 et 14 ans.
Supposons que le quatrième élève ait x ans.
Puisque l'âge moyen des quatre élèves est de 14 ans, alors $\dfrac{12 + 13 + 14 + x}{4} = 14$ ou $39 + x = 14 \times 4$, donc $x = 56 - 39 = 17$.
Le quatrième élève est âgé de 17 ans.

Réponse : (E)

16. Il y a 1 chien pour chaque bol de nourriture, donc s'il y avait 6 chiens, il y aurait 6 bols de nourriture.
Il y a 2 chiens pour chaque bol d'eau, donc ces 6 chiens ont besoin de $\frac{6}{2} = 3$ bols d'eau.
Il y a 3 chiens pour chaque bol de gâteries, les 6 chiens ont donc besoin de $\frac{6}{3} = 2$ bols de gâteries.
Ainsi, pour 6 chiens, il faut 6 bols de nourriture, 3 bols d'eau et 2 bols de gâteries, soit $6 + 3 + 2 = 11$ bols au total.
Il y a 11 bols pour 6 chiens, et comme il y a $77 = 11 \times 7$ bols, il y a 7 groupes de 6 chiens, ou $6 \times 7 = 42$ chiens.

Réponse : (C)

17. Dans le triangle CBD, $CB = BD$, donc $\angle BCD$ et $\angle BDC$ ont des mesures égales. La somme des angles d'un triangle est 180°, et puisque $\angle CBD = 90°$, alors $\angle BCD = \angle BDC = 45°$. (Nous confirmons que $90 + 45 + 45 = 180$.)
Puisque $\angle CDE$ est un angle plat, alors $\angle BDE + \angle BDC = 180°$ ou $\angle BDE = 180° - 45° = 135°$.
Dans le triangle BDE, $BD = DE$, donc $\angle DBE$ et $\angle DEB$ ont des mesures égales.
La somme des angles d'un triangle est 180°, et puisque $\angle BDE = 135°$, alors $\angle DBE = \dfrac{(180° - 135°)}{2} = 22{,}5°$.
Enfin, puisque $\angle ABC$ est un angle plat, alors $\angle ABE + \angle DBE + \angle DBC = 180°$ ou $\angle ABE = 180° - 22{,}5° - 90° = 67{,}5°$.

Réponse : (B)

18. Dans la grille présentée, la première colonne et la première ligne indiquent les nombres possibles qui peuvent être sur les faces du dessus des deux dés.
L'intérieur de la grille indique le produit des deux nombres correspondants. Parmi les résultats, un produit de 4 est présent trois fois, un produit de 6 est présent quatre fois, un produit de 9 est présent une fois, un produit de 15 est présent deux fois et un produit de 8 est présent deux fois. Ainsi, parmi les produits possibles donnés, le 6 est le plus probable.

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Réponse : (B)

19. Nous commençons par déterminer la factorisation première de 2025.

$$\begin{aligned}2025 &= 25 \times 81\\ &= 5 \times 5 \times 9 \times 9\\ &= 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3\\ &= 3^4 \times 5^2\end{aligned}$$

Il y a exactement 15 facteurs positifs pour 2025. Il s'agit des suivants :

$$1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 5, 5^2, 3 \times 5, 3^2 \times 5, 3^3 \times 5, 3^4 \times 5, 3 \times 5^2, 3^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2, \text{ et } 3^4 \times 5^2$$

On nous demande d'exprimer 2025 comme le produit de deux entiers positifs n et m^2, où m^2 est un carré parfait. Parmi les 15 facteurs positifs, les suivants sont des carrés parfaits :

$$1, 3^2, 3^4, 5^2, 3^2 \times 5^2, \text{ et } 3^4 \times 5^2$$

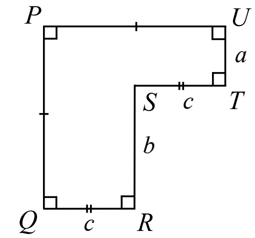
Ce sont toutes les valeurs possibles de m^2, donc les valeurs de m sont : $1, 3, 5, 3^2, 3 \times 5$ et $3^2 \times 5$.
Ainsi, les paires ordonnées d'entiers positifs (m, n) pour lesquelles $m^2 \times n = 2025$ sont

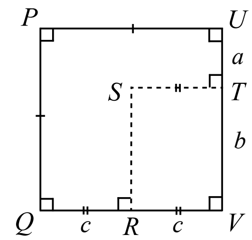
$$(1, 3^4 \times 5^2), (3, 3^2 \times 5^2), (5, 3^4), (3^2, 5^2), (3 \times 5, 3^2), (3^2 \times 5, 1)$$

Il y a donc six paires ordonnées de ce type.
Il est intéressant de noter que chacune des six valeurs de n est également un carré parfait. Comprenez-vous pourquoi ?

Réponse : (E)

20. Dans la première figure, nous indiquons les sommets du polygone et la longueur $ST = c$, puisque $ST = QR$. Ensuite, nous prolongeons la droite UT d'une longueur égale à la droite SR, et nous prolongeons la droite QR d'une longueur égale à la droite ST, comme le montre la deuxième figure. Chacun des angles du polygone étant un angle droit, ces deux segments de droite prolongés sont perpendiculaires l'un à l'autre et se rejoignent en un point que nous appelons V.





Ainsi, la forme $STVR$ est un rectangle où $TV = SR = b$ et $RV = ST = c$.
Chacune des expressions suivantes est égale au périmètre du polygone d'origine :

$$\begin{aligned}
&PQ + QR + SR + ST + TU + PU \\
&= PQ + QR + ST + SR + TU + PU \text{ (réorganisation des longueurs)} \\
&= PQ + QR + RV + TV + TU + PU \text{ (puisque } RV = ST \text{ et } TV = SR) \\
&= PQ + QV + UV + PU \text{ (puisque } QR + RV = QV \text{ et } TV + TU = UV)
\end{aligned}$$

qui est le périmètre de la forme $PQVU$.

Chacun des angles de la forme $PQVU$ est un angle droit, et $PQ = PU$, donc $PQVU$ est un carré.
Puisque $PQ = UV = UT + TV = a + b$ et que $PU = QV = QR + RV = c + c = 2c$, alors $a + b = 2c$.
En résumé, le périmètre du polygone original est égal au périmètre du carré $PQVU$, et chaque longueur de côté de ce carré peut être exprimée par $a + b$ ou par $2c$ puisque $a + b = 2c$.
Si chacune des quatre longueurs de côté est exprimée par $a + b$, alors le périmètre de $PQVU$ (et donc le périmètre du polygone d'origine) est égal à $(a+b)+(a+b)+(a+b)+(a+b) = 4a+4b$.
Si trois longueurs de côté sont exprimées par $a + b$ et qu'une longueur de côté est exprimée par $2c$, alors le périmètre est $(a + b) + (a + b) + (a + b) + (2c) = 3a + 3b + 2c$.
Si deux longueurs de côté sont exprimées par $a + b$ et que deux longueurs de côté sont exprimées par $2c$, alors le périmètre est $(a + b) + (a + b) + (2c) + (2c) = 2a + 2b + 4c$.
Si une longueur de côté est exprimée par $a + b$ et que trois longueurs de côté sont exprimées par $2c$, alors le périmètre est $(a + b) + (2c) + (2c) + (2c) = a + b + 6c$.
Enfin, si les longueurs des quatre côtés sont exprimées par $2c$, le périmètre est $(2c) + (2c) + (2c) + (2c) = 8c$.
Parmi les expressions données, il reste $a + b + 7c$, et puisque $a + b + 7c = 2c + 7c = 9c$ n'est pas égal au périmètre, alors la bonne réponse est (B).

Réponse : (B)

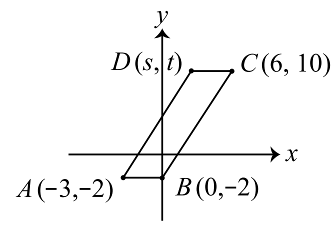
21. H est un carré parfait et est supérieur de 1 à D.
Les carrés parfaits de 1 à 8 inclusivement sont 1 et 4.
Puisque H est supérieur de 1 à D, H ne peut pas être égal à 1 (puisque $D = 0$), donc $H = 4$ et $D = 3$.
B est le plus grand nombre premier de l'ensemble, donc $B = 7$.
C est un multiple de G et de D. Puisque $D = 3$, alors $C = 6$ et G est égal à 1 ou 2 (puisque 6 est un multiple de chacun d'eux).
La valeur de $B + G$ est paire, et puisque $B = 7$, alors $G = 1$.
Les lettres auxquelles aucune valeur n'a été attribuée sont A, E et F, et les nombres entiers auxquels aucune valeur n'a été attribuée sont 2, 5 et 8.

Puisque 5 et 8 sont dans la même ligne et que A et E sont les deux lettres restantes non assignées qui sont dans la même ligne, alors A et E sont 5 et 8 dans un certain ordre, donc il reste $F = 2$.

Réponse : (A)

22. *Solution 1*

Les côtés opposés de $ABCD$ sont parallèles, donc $ABCD$ est un parallélogramme. Comme les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur, $AB = CD$ et $AD = BC$.

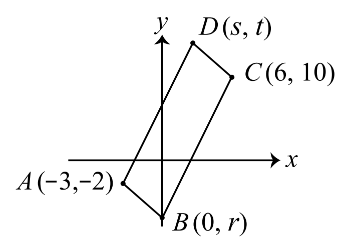


Puisque la valeur de $r+s+t$ est égale à une constante, nous pouvons choisir n'importe quel emplacement pour $B(0,r)$ à condition qu'il satisfasse à la condition donnée $r < 0$. Nous choisissons $r = -2$, de sorte que la coordonnée de l'axe des ordonnées de $B(0, r)$ est égale à la coordonnée de l'axe des ordonnées de $A(-3, -2)$, donc AB est un segment de droite horizontal comme indiqué. Dans ce cas, la longueur de AB est égale à la différence positive entre les coordonnées de l'axe des abscisses de A et B, soit $0 - (-3) = 3$.

CD est parallèle à AB, donc CD doit également être un segment de droite horizontal. Ainsi, les points $C(6, 10)$ et $D(s, t)$ ont des coordonnées égales sur l'axe des ordonnées, donc $t = 10$. De plus, CD a la même longueur que AB, donc $6 - s = 3$ ou s=3. Par conséquent, la valeur de $r + s + t = -2 + 3 + 10 = 11$.

Solution 2

Les côtés opposés de $ABCD$ sont parallèles, donc $ABCD$ est un parallélogramme. Comme les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur, $AB = CD$ et $AD = BC$.



Puisque AB et CD sont parallèles et de même longueur, la distance verticale entre A et B doit être égale à la distance verticale entre C et D, et la distance horizontale entre A et B doit être égale à la distance horizontale entre C et D.

La distance verticale entre deux points est égale à la différence non négative entre leurs coordonnées sur l'axe des ordonnées, donc $-2 - r = t - 10$ (en supposant $r \leq -2$ et $t \geq 10$ comme dans la figure). Pour simplifier, nous obtenons $-2+10 = t+r$, donc $t+r = 8$.

La distance horizontale entre deux points est égale à la différence non négative entre leurs coordonnées sur l'axe des abscisses, donc $0 - (-3) = 6 - s$ (en supposant $s < 6$ comme dans la figure).

Pour simplifier, nous obtenons $0 + 3 = 6 - s$ ou $s = 6 - 3$, donc $s = 3$.

Par conséquent, la valeur de $r + s + t = (r + t) + s = 8 + 3 = 11$. D'après la solution 1, nous constatons que $r = -2$, $s = 3$ et $t = 10$ sont des valeurs satisfaisant aux conditions données et pour lesquelles $r + s + t = 11$.

Réponse : (B)

23. *Solution 1*

$$\begin{array}{rr} & 2\,013 \\ \times & abc \\ \hline & \ldots\ 2\,025 \end{array}$$

Nommons abc les trois derniers chiffres de n. C'est-à-dire que n a le chiffre des unités c, le chiffre des dizaines b et le chiffre des centaines a. (À la fin de cette solution, nous aurons démontré pourquoi il suffisait de ne considérer que les trois derniers chiffres de n.)

Le chiffre des unités du produit $2013 \times n$ est égal au chiffre des unités de $3 \times c$.

Puisque le chiffre des unités du produit $2013 \times n$ est 5, alors le chiffre des unités de $3 \times c$ est 5, donc $c = 5$.
(Vous devez confirmer par vous-même qu'il s'agit de la seule valeur possible de c.)

$$\begin{array}{r} 2\,0\,1\,3 \\ \times \quad 5 \\ \hline 10\ 0\,6\,5 \end{array}$$

En poursuivant la multiplication longue, le chiffre des dizaines de n est b, et le chiffre des dizaines de $2013 \times n$ est égal au chiffre des unités de $6 + 3b$, comme indiqué.
Puisque le chiffre des unités de $6 + 3b$ est 2, alors le chiffre des unités de $3b$ est 6, donc $b = 2$.
(Vous devez confirmer par vous-même qu'il s'agit de la seule valeur possible de b.)

$$\begin{array}{r} 2\ 0\,1\,3 \\ \times \quad b\ 5 \\ \hline 10\ 0\ 6\ 5 \\ \ldots 3b \\ \hline \ldots\ 2\ 5 \end{array}$$

La multiplication effectuée jusqu'à maintenant est indiquée à droite.
Nous avons déterminé que les deux derniers chiffres du produit $2013 \times n$ sont 25 exactement lorsque les deux derniers chiffres de n sont 25.

$$\begin{array}{r} 2\,0\,1\,3 \\ \times \quad 2\,5 \\ \hline 1\,0\,0\,6\,5 \\ 4\,0\,2\,6 \\ \hline \ldots\,2\,5 \end{array}$$

En poursuivant la multiplication longue, le chiffre des centaines de n est a, et le chiffre des centaines de $2013 \times n$ est égal au chiffre des unités de $1 + 0 + 2 + 3a$ (le chiffre 1 est reporté depuis la colonne des dizaines).
Puisque le chiffre des unités de $3 + 3a$ est 0, alors le chiffre des unités de $3a$ est 7, donc $a = 9$.
(Vous devez confirmer par vous-même qu'il s'agit de la seule valeur possible de a.)

$$\begin{array}{r} 2\ 0\ 1\ 3 \\ \times \quad a\ 2\ 5 \\ \hline 1\,0\ 0\ 6\ 5 \\ 4\ 0\ 2\ 6 \\ \ldots 3a \\ \hline \ldots\ 0\ 2\ 5 \end{array}$$

Les trois derniers chiffres de $2013 \times n$ sont 025 exactement lorsque les trois derniers chiffres de n sont 925 (c'est-à-dire que $a = 9$, $b = 2$ et $c = 5$ sont les seules possibilités pour a, b et c).
La multiplication effectuée jusqu'à maintenant est indiquée à droite.
Cela montre que lorsque $n = 925$, les quatre derniers chiffres du produit $2013 \times n$ sont 2025, comme requis.
L'ajout de chiffres supplémentaires à n augmentera sa valeur ; comme on nous demande la plus petite valeur possible de n, nous arrêtons ici.
Ainsi, la plus petite valeur possible de n pour laquelle $2013 \times n$ a les quatre derniers chiffres 2025 est $n = 925$, et la somme des chiffres de n est $9 + 2 + 5 = 16$.

$$\begin{array}{r} 2\,0\,1\,3 \\ \times \quad 9\,2\,5 \\ \hline 1\,0\,0\,6\,5 \\ 4\,0\,2\,6 \\ 1\,8\,1\,1\,7 \\ \hline 1\,8\,6\,2\,0\,2\,5 \end{array}$$

Solution 2
Nous commençons par montrer que tout entier positif dont les deux derniers chiffres sont 25 est un multiple de 25.
(Il ne faut pas oublier que ce ne sont pas pour tous les multiples de 25 que les derniers chiffres sont 25.)
Tous les entiers positifs dont les deux derniers chiffres sont 25 sont supérieurs de 25 à un multiple non négatif de 100.
Autrement dit, tous les entiers positifs dont les deux derniers chiffres sont 25 peuvent être exprimés par $100k + 25$ pour certains entiers $k \geq 0$.

Puisque $100k$ est divisible par 25, et que 25 est divisible par 25, alors $100k + 25$ est divisible par 25.
Ainsi, tout entier positif dont les deux derniers chiffres sont 25 est un multiple de 25, donc $2013 \times n$ est un multiple de 25.
Puisque $2013 = 3 \times 11 \times 61$ n'a pas de facteur premier de 5, alors $2023 \times n$ est un multiple de 25 exactement lorsque n est un multiple de 25.
Les deux derniers chiffres de $2013 \times n$ sont égaux au nombre à deux chiffres formé par les deux derniers chiffres du produit de 13 et les deux derniers chiffres de n.
Quels sont les deux derniers chiffres de n ? Puisque n est un multiple de 25, les deux derniers chiffres de n peuvent être 25, 50, 75 ou 00.
(Vous devez confirmer qu'il s'agit des seules possibilités.)
Ainsi, les deux derniers chiffres de $2013 \times n$ sont égaux aux deux derniers chiffres de $13 \times n$, 13×50, 13×75 ou 13×00, qui sont respectivement 25, 50, 75 et 00.
Puisque les deux derniers chiffres de $2013 \times n$ doivent être 25, alors les deux derniers chiffres de n sont 25.
Nous avons réduit le problème à trouver la plus petite valeur de l'entier positif n dont les deux derniers chiffres sont 25, de sorte que les quatre derniers chiffres de $2013 \times n$ soient 2025.
Nous substituons $n = 25, 125, 225, 325, 425, \ldots$, et ainsi de suite, à leur tour, dans le produit de $2013 \times n$.
En évaluant ces produits, nous déterminons que $2013 \times 925 = 1\,862\,025$ est la première fois que les quatre derniers chiffres de $2013 \times n$ sont 2025.
Ainsi, la plus petite valeur possible de n pour laquelle $2013 \times n$ a les quatre derniers chiffres 2025 est $n = 925$, et la somme des chiffres de n est $9 + 2 + 5 = 16$.

Réponse : (E)

24. Supposons que l'entier dans le cercle central soit a.
Chaque entier dans un cercle relié au cercle central est alors soit d plus que a, ce qui est $a + d$, soit d moins que a, ce qui est $a - d$.
Les entiers dans les deux cercles reliés au cercle central peuvent tous deux être $a + d$, comme dans la figure 1 ci-dessous, ou ils peuvent tous deux être $a - d$, comme dans la figure 2, ou l'un peut être $a - d$ et l'autre peut être $a + d$, comme dans la figure 3.
Nous remarquons que dans le dernier cas (figure 3), le fait d'intervertir les positions de $a - d$ et de $a + d$ ne change pas les entiers dans les deux derniers cercles vides (puisqu'ils dépendent toujours de $a + d$ et de $a - d$), et ne modifie donc pas la somme des cinq entiers.

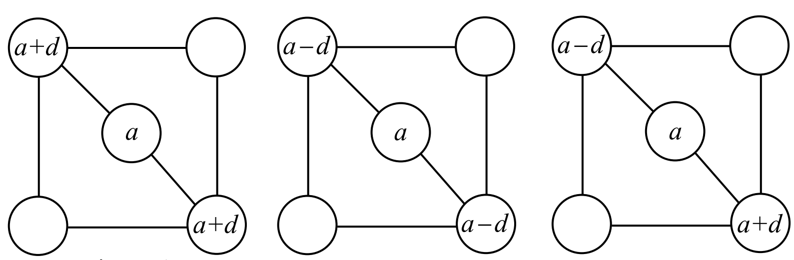


Figure 1 Figure 2 Figure 3

Ensuite, nous expliquons pourquoi il est possible de placer des entiers dans les deux cercles restants (dans chacun des trois cas ci-dessus) de sorte que la différence positive entre chaque paire d'entiers dans les cercles connectés soit d.
Pour le cas qui a commencé à la figure 1, les entiers dans les deux cercles vides sont soit d plus que $a + d$, ce qui est $a + 2d$, soit d moins que $a + d$, ce qui est a.

Ces entiers peuvent tous deux être $a + 2d$, comme dans la figure 1a ci-dessous, ou ils peuvent tous deux être a, comme dans la figure 1b, ou l'un d'eux peut être $a + 2d$ et l'autre peut être a, comme dans la figure 1c.

Nous remarquons que dans le dernier cas (figure 1c), le fait d'intervertir les positions des deux derniers entiers, $a + 2d$ et a, ne modifie pas la somme des cinq entiers.

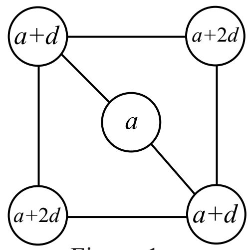


Figure 1a

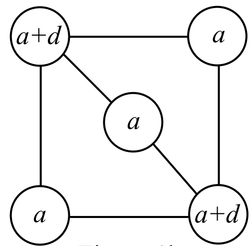


Figure 1b

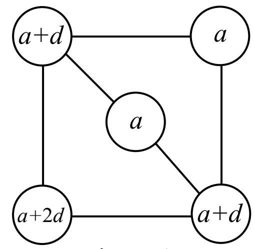


Figure 1c

Pour le cas qui a commencé à la figure 2, les entiers dans les deux cercles vides sont soit d plus que $a - d$, ce qui est a, soit d moins que $a - d$, ce qui est $a - 2d$.

Ces entiers peuvent tous deux être a, comme dans la figure 2a ci-dessous, ou ils peuvent tous deux être $a - 2d$, comme dans la figure 2b, ou l'un peut être a et l'autre peut être $a - 2d$, comme dans la figure 2c.

Nous remarquons de nouveau que dans le dernier cas (figure 2c), le fait d'intervertir les positions des deux derniers entiers, a et $a - 2d$, ne modifie pas la somme des cinq entiers.

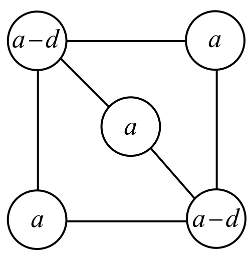


Figure 2a

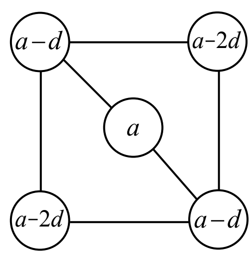


Figure 2b

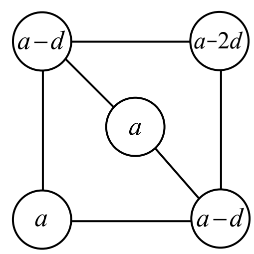


Figure 2c

Enfin, pour le cas qui a commencé à la figure 3, chaque entier dans un cercle vide doit avoir une différence positive de d avec $a - d$ et $a + d$.

L'entier d supérieur à $a - d$ est a, et l'entier d inférieur à $a - d$ est $a - 2d$.

L'entier d supérieur à $a + d$ est $a + 2d$, et l'entier d inférieur à $a + d$ est a.

Ainsi, a est le seul entier qui a une différence positive de d avec $a - d$ et $a + d$, donc les entiers dans les deux cercles vides doivent tous être égaux à a, comme le montre la figure 3a.

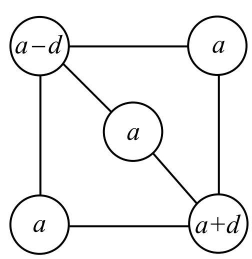


Figure 3a

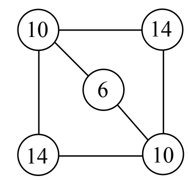
Supposons que la somme des cinq entiers dans les cercles est S.

Pour le cas 1a (qui correspond à la figure 1a), en additionnant les cinq entiers de la figure, nous obtenons $S = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + d) + (a + 2d) = 5a + 6d$.

Dans le tableau ci-dessous, nous déterminons la valeur de S pour chacun des sept cas.

Cas 1a	Cas 1b	Cas 1c	Cas 2a	Cas 2b	Cas 2c	Cas 3a
$S = 5a + 6d$	$S = 5a + 2d$	$S = 5a + 4d$	$S = 5a - 2d$	$S = 5a - 6d$	$S = 5a - 4d$	$S = 5a$

Il faut déterminer le nombre d'entiers différents d, compris entre 1 et 20 inclusivement, pour lesquels au moins une des sept expressions de S est égale à 54 et a est un entier.
Considérons le cas 1a, d'où nous obtenons $5a + 6d = 54$.
Puisque a et d sont tous deux des entiers, et que d est compris entre 1 et 20 inclusivement, nous pouvons systématiquement substituer des valeurs de d dans cette équation, puis résoudre a pour déterminer s'il s'agit d'un entier.
Par exemple, si $d = 1$, nous obtenons $5a + 6 \times 1 = 54$ ou $5a = 48$.
Cependant, il n'existe pas d'entier a pour lequel $5a = 48$; $d = 1$ n'est donc pas une valeur possible de d dans le cas 1a. La substitution de $d = 2$ et de $d = 3$ donne aussi des valeurs de a qui ne sont pas des entiers.
Lorsque $d = 4$, nous obtenons $5a + 6 \times 4 = 54$, et ainsi $5a = 30$ ou $a = 6$.
Dans ce cas, la paire d'entiers $d = 4$ et $a = 6$ satisfait l'équation $5a + 6d = 54$.
En substituant $d = 4$ et $a = 6$ dans la figure 1a, nous obtenons la figure ci-contre.



Nous pouvons confirmer que la différence positive entre chaque paire d'entiers dans les cercles connectés est de 4 (un entier entre 1 et 20 inclusivement), et que la somme des cinq entiers dans les cercles est de 54, comme demandé. Ainsi, $d = 4$ est une valeur possible satisfaisant aux conditions données.
Nous pouvons systématiquement continuer à substituer $d = 5, 6, 7, \ldots, 20$ dans $5a + 6d = 54$ et à résoudre l'équation pour déterminer quelles valeurs de d donnent des valeurs entières de a.
La plus petite valeur suivante de d pour laquelle a est un entier est $d = 9$. Dans ce cas, nous obtenons $5a + 6 \times 9 = 54$, et ainsi $5a = 0$ ou $a = 0$.
Nous pourrions continuer de manière systématique, mais comme il y a 20 valeurs possibles de d et 7 cas à vérifier, cela prendrait un certain temps.
À la place, nous pourrions reconnaître que $d = 4$, $a = 6$ et $d = 9$, $a = 0$ sont tous deux des solutions de $5a + 6d = 54$.
Remarquez que de la première solution à la seconde, la valeur de d augmente de 5, et la valeur de a diminue de 6.
Comprenez-vous pourquoi le fait d'augmenter d de 5 et de diminuer a de 6 donne la paire d'entiers suivante pour laquelle $5a + 6d = 54$? (Indice : Examinez attentivement le côté gauche de l'équation.)
Si nous augmentons encore d de 5 et diminuons a de 6, nous obtenons $d = 9 + 5 = 14$ et $a = 0 - 6 = -6$, et puisque $5a + 6d = 5 \times (-6) + 6 \times 14 = -30 + 84 = 54$, alors $d = 14$ et $a = 6$ est une solution à l'équation (en fait, c'est la prochaine plus petite valeur de d qui fonctionne).
La valeur entière finale de d entre 1 et 20 inclusivement pour laquelle $5a + 6d = 54$ est $d = 14 + 5 = 19$, et dans ce cas $a = -6 - 6 = -12$ ou $(d,a) = (19, -12)$.
Par conséquent, le cas 1a donne $d = 4, 9,14$ et 19, soit quatre valeurs de d qui satisfont aux conditions données.

Nous continuons ainsi pour chacun des quatre premiers cas, et nous résumons toutes les solutions d'entiers possibles pour ces cas dans le tableau ci-dessous.

Cas 1a	$5a + 6d = 54$	$(d,a) = (4, 6), (9, 0), (14, -6), (19, -12)$	$d = 4, 9, 14, 19$
Cas 1b	$5a + 2d = 54$	$(d,a) = (2, 10), (7, 8), (12, 6), (17, 4)$	$d = 2, 7, 12, 17$
Cas 1c	$5a + 4d = 54$	$(d,a) = (1, 10), (6, 6), (11, 2), (16, -2)$	$d = 1, 6, 11, 16$
Cas 2a	$5a - 2d = 54$	$(d,a) = (3, 12), (8, 14), (13, 16), (18, 18)$	$d = 3, 8, 13, 18$

Remarquez qu'après les quatre premiers cas présentés ci-dessus, toutes les valeurs possibles de d

de 1 à 20 inclusivement satisfont aux conditions données, à l'exception de $d = 5, 10, 15$, et de 20. Dans le cas 3a, nous obtenons $5a = 54$, donc a n'est pas un entier. Considérons ensuite le cas 2b, $5a - 6d = 54$.
Chaque valeur de d qu'il reste à vérifier ($d = 5, 10, 15$, 20) est un multiple de 5, et donc $6d$ est un multiple de 5 pour chacune de ces valeurs possibles de d.
Puisque $5a$ est aussi un multiple de 5 pour tous les entiers possibles a, alors $5a - 6d$ est la différence entre deux multiples de 5, et est donc un multiple de 5.
Cependant, comme le côté droit de l'équation $5a - 6d = 54$ n'est pas un multiple de 5, d ne peut pas être égal à un multiple de 5.
Dans le dernier cas, $5a - 4d = 54$, il n'est pas non plus possible que d soit égal à un multiple de 5. Ainsi, d peut être égal à chacun des 20 premiers entiers positifs, à l'exception de 5, 10, 15 et 20, et il existe donc $20 - 4 = 16$ différentes valeurs possibles de d.

Il convient de noter qu'il existe de nombreuses façons différentes de trouver les solutions d'entiers à chacune des sept équations (cas) ci-dessus. Par exemple, la valeur de chacun des termes $6d, 2d, 4d, -2d, -6d, -4d$ et $0d$ est paire pour tous les entiers d, et le côté droit de chaque équation, 54, est également pair. Cela signifie que dans chaque équation, la valeur de $5a$ doit être paire, donc a est pair. De plus, lorsque a est pair, le chiffre des unités de $5a$ est 0. Puisque le chiffre des unités de 54 est 4, que savons-nous maintenant du chiffre des unités de chaque terme contenant un d, et dans chaque cas, qu'est-ce que cela nous apprend sur les valeurs possibles de d ?

Réponse : (E)

25. Nous commençons par reconnaître que dans la liste donnée, chacun des chiffres de 1 à 7 figure au moins une fois comme chiffre des unités et au moins une fois comme chiffre des dizaines.
Par exemple, le chiffre 1 figure deux fois comme chiffre des unités (11 et 31) et trois fois comme chiffre des dizaines ($11, 12$ et 14).
En comptant le nombre de fois où chacun des chiffres de 1 à 7 figure comme chiffre des unités et comme chiffre des dizaines, nous obtenons les résultats du tableau ci-dessous.

Chiffre	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'occurrences en chiffre des unités	2	1	1	4	1	2	1
Nombre d'occurrences en chiffre des dizaines	3	1	1	3	1	2	1

Le chiffre des unités de chaque nombre de la liste correspond au chiffre des dizaines du nombre qui le suit.
Ainsi, à l'exception du chiffre des dizaines du premier nombre de la liste et du chiffre des unités du dernier nombre de la liste, le nombre de fois où chaque chiffre figure en tant que chiffre des unités doit être égal au nombre de fois où il figure en tant que chiffre des dizaines.
En consultant le tableau ci-dessus, nous constatons que c'est le cas pour tous les chiffres, à l'exception de 1 et 4.
Puisque le chiffre 1 figure deux fois comme chiffre des unités et trois fois comme chiffre des dizaines, le chiffre des dizaines du premier nombre de la liste doit être égal à 1.
De même, le chiffre 4 figure quatre fois comme chiffre des unités et trois fois comme chiffre des dizaines, donc le chiffre des unités du dernier nombre de la liste doit être égal à 4.
Ignorant pour l'instant le nombre 14, nous séparons les 11 nombres restants en deux listes distinctes, que nous appelons A et B.

$$A : 11, 12, 23, 31 \qquad B : 44, 45, 46, 56, 64, 67, 74$$

Chaque chiffre de A est inférieur ou égal à 3, et chaque chiffre de B est supérieur ou égal à 4.
Puisque 14 est le seul nombre donné qui n'est présent ni dans A ni dans B, et qu'il a un chiffre

qui figure dans chacune des listes, alors c'est le seul nombre qui peut relier les nombres de A à ceux de B.
Cela nous indique aussi que les nombres de A doivent être arrangés et placés avant ceux de B, avec 14 entre les deux arrangements.
De plus, la disposition des nombres dans A doit commencer et se terminer par un 1, et la disposition des nombres dans B doit commencer et se terminer par un 4 (puisque 14 se trouve entre les deux listes).

Ensuite, nous comptons les façons différentes de disposer les nombres de la liste A, en commençant et en terminant par 1.
Nous commençons par reconnaître que les chiffres 2 et 3 figurent chacun exactement une fois comme chiffre des unités et une fois comme chiffre des dizaines ; $12, 23, 31$ doivent donc être ensemble dans cet ordre (les deux 2 doivent être ensemble et les deux 3 doivent être ensemble).
La liste doit commencer et se terminer par un 1.
Il y a donc deux emplacements possibles pour le 11 et deux arrangements possibles des nombres dans la liste A : $11, 12, 23, 31$, et $12, 23, 31, 11$.

Ensuite, nous comptons les façons différentes de disposer les nombres de la liste B, en commençant et en terminant par 4.
Nous commençons par reconnaître que les chiffres 5 et 7 figurent chacun exactement une fois comme chiffre des unités et une fois comme chiffre des dizaines ; $45, 56$ doivent donc être ensemble dans cet ordre (les deux 5 doivent être ensemble) et $67, 74$ doivent être ensemble dans cet ordre (les deux 7 doivent être ensemble).
L'arrangement se termine par un 4 ; il ne peut donc pas se terminer par $45, 56$, et au moins un autre nombre doit suivre immédiatement $45, 56$.
Il y a deux possibilités : $45, 56, 64$, et $45, 56, 67, 74$ (rappelons que $67, 74$ doivent rester ensemble), ce qui conduit à exactement deux cas distincts à considérer.

Cas 1 : $45, 56, 64$ sont ensemble dans cet ordre

Dans ce cas, les nombres restants sont $44, 46, 67$ et 74. Puisque 44 a deux chiffres identiques, son emplacement dans l'arrangement de la liste B ne peut pas changer le premier chiffre de la liste (qui doit être 4), et ne peut pas changer le dernier chiffre de la liste (qui doit également être 4), donc nous ignorons 44 pour le moment.
Les autres nombres, $46, 67, 74$, doivent se trouver ensemble dans cet ordre. Comprenez-vous pourquoi ?
Comme les blocs $45, 56, 64$ et $46, 67, 74$ doivent être ensemble dans leur ordre respectif, cela donne deux arrangements possibles de la liste B (en ignorant 44).
Il s'agit des suivants : $45, 56, 64, 46, 67, 74$, et $46, 67, 74, 45, 56, 64$.
Ensuite, nous déterminons les façons différentes de placer 44 dans chacun de ces arrangements.
Dans l'arrangement $45, 56, 64, 46, 67, 74$, le 44 peut être au début, à la fin, ou entre le 64 et le 46, ce qui donne trois arrangements différents de la liste B.
(Il s'agit des suivants : $44, 45, 56, 64, 46, 67, 74$; $45, 56, 64, 46, 67, 74, 44$; et $45, 56, 64, 44, 46, 67, 74$).
Dans l'arrangement $46, 67, 74, 45, 56, 64$, le 44 peut être au début, à la fin ou entre le 74 et le 45, ce qui donne trois arrangements supplémentaires de la liste B, soit six au total pour le cas 1.

Cas 2 : $45, 56, 67, 74$ sont ensemble dans cet ordre

Dans ce cas, les nombres restants sont $44, 46$ et 64.
Encore une fois, nous ignorons 44 pour le moment.
Les autres nombres, $46, 64$, doivent se trouver ensemble dans cet ordre.
Comme les blocs $45, 56, 67, 74$ et $46, 64$ doivent être ensemble dans leur ordre respectif, cela donne deux arrangements possibles de la liste B (en ignorant 44).

Il s'agit des suivants : $45, 56, 67, 74, 46, 64$, et $46, 64, 45, 56, 67, 74$.
Dans l'arrangement $45, 56, 67, 74, 46, 64$, le 44 peut être au début, à la fin ou entre le 74 et le 46, ce qui donne trois arrangements différents de la liste B.
Dans l'arrangement $46, 64, 45, 56, 67, 74$, le 44 peut être au début, à la fin ou entre le 64 et le 45, ce qui donne trois arrangements supplémentaires de la liste B, soit six au total pour le cas 2.

Il y a donc au total $6 + 6 = 12$ façons d'organiser la liste B.

Il y a 2 façons différentes de disposer les nombres de la liste A, 12 façons différentes de disposer les nombres de la liste B, et exactement une façon de placer le nombre 14 entre les dispositions de chacune des deux listes.
Ainsi, le nombre total d'arrangements de la liste donnée est de $2 \times 12 \times 1 = 24$.

Réponse : (B)