



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Fermat

(11^e année – Sec. V)

le mercredi 26 février 2025

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 27 février 2025

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée: 60 minutes

©2025 University of Waterloo

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Les parties A et B du concours sont composées de questions à choix multiple. Chacune de ces questions est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. La réponse juste à chaque question de la partie C est un entier de 0 à 99 inclusivement. Après avoir décidé de votre réponse, remplissez les deux cercles appropriés sur la feuille-réponse. Une réponse à un chiffre (p. ex. $\langle 7 \rangle$) doit être codée avec un zéro non significatif ($\langle 07 \rangle$).
8. Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C. Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée. Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
9. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
10. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.
11. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Pascal, Cayley ou Fermat.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

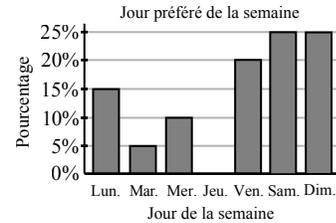
Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

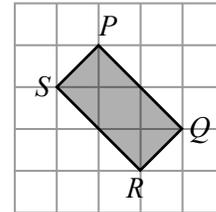
1. Quelle est la valeur de $2 - 0 + 2 \times 5$?
(A) -8 (B) 10 (C) 0 (D) 12 (E) 2

2. Dans le cadre d'un sondage, chaque élève a choisi son jour de la semaine préféré. Le graphique indique les pourcentages des élèves qui ont choisi chaque jour de la semaine. Si 3000 élèves ont participé au sondage, combien d'entre eux ont choisi le vendredi comme jour préféré ?
(A) 400 (B) 600 (C) 700
(D) 500 (E) 800



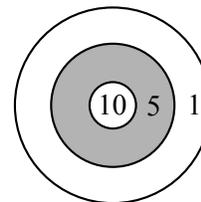
3. Combien de valeurs entières possibles de x vérifient l'inéquation $2 < x < 14$?
(A) 10 (B) 7 (C) 13 (D) 14 (E) 11
4. Rachel, Christophe et Alfonzo sont payés pour organiser des livres. Au total, ils reçoivent 50 \$. Alfonzo est payé 14 \$. Rachel est payée deux fois plus que Christophe. Quel est le salaire de Christophe ?
(A) 10 \$ (B) 12 \$ (C) 14 \$ (D) 16 \$ (E) 18 \$

5. Dans la figure ci-contre, les points P , Q , R et S se trouvent à l'intersection des lignes d'un quadrillé de 5 carrés sur 5 carrés, dont chaque carré mesure 1 sur 1. Qu'elle est l'aire du rectangle $PQRS$?
(A) 5 (B) 8 (C) 4
(D) 7 (E) 6



6. L'année en cours, 2025, est un nombre carré parfait. Dans n années à compter de 2025, l'année sera à nouveau un nombre carré parfait. Quelle est la plus petite valeur possible de n ?
(A) 2025 (B) 100 (C) 9 (D) 46 (E) 91

7. Dans la figure ci-contre, la cible est divisée en trois zones de notation. Le cercle central vaut 10 points, l'anneau gris vaut 5 points et l'anneau extérieur vaut 1 point. On tire 3 fléchettes, qui atteignent toutes la cible. Parmi les options suivantes, laquelle *ne peut pas être* le score total des 3 fléchettes ?
(A) 16 (B) 11 (C) 13
(D) 7 (E) 20



8. La moyenne de 15 entiers est de 18. La moyenne de 5 de ces entiers est de 12. Quelle est la moyenne des 10 autres entiers ?
(A) 15 (B) 21 (C) 24 (D) 18 (E) 12

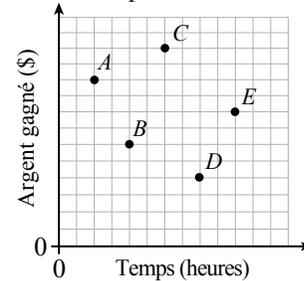
9. Si $x^2 - y^2 = 72$ et $x - y = 12$, quelle est la valeur de $x + y$?
 (A) 8 (B) 60 (C) 9 (D) 72 (E) 6
10. Il y a 186 élèves qui participent à un voyage scolaire. Chaque élève est placé dans exactement un des 50 groupes. Chaque groupe compte exactement 3 élèves ou exactement 4 élèves. Il y a m groupes qui comptent 3 élèves et n groupes qui comptent 4 élèves. Quelle est la valeur de $m - n$?
 (A) -22 (B) -10 (C) -14 (D) -26 (E) -18

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Douze ampoules sont alignées. Toutes les ampoules sont éteintes. Angie appuie sur chaque deuxième interrupteur d'une ampoule. Ensuite, Bilal appuie sur sur chaque troisième interrupteur d'une ampoule. Enfin, Chenxhui appuie sur chaque quatrième interrupteur d'une ampoule. Combien d'ampoules sont maintenant allumées ?
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

12. Dans le graphique ci-contre, cinq points indiquent l'argent gagné en fonction du temps travaillé pour cinq employés. Chacun d'entre eux a reçu un montant différent, mais fixe, en dollars par heure. Quelle lettre représente l'employé le mieux payé par heure ?

Argent gagné par rapport au temps travaillé

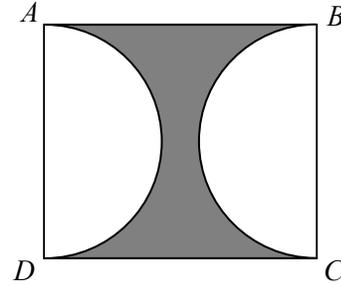


- (A) A (B) B (C) C
 (D) D (E) E

13. Supposons que l'équation $(x + 2)(x + t) = x^2 + bx + 12$ est vraie pour tous les nombres réels x . Quelle est la valeur de b ?
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14
14. Le volume d'une substance double toutes les minutes. À 9 h 00, une petite quantité de la substance a été placée dans un grand récipient vide. Le même jour, à 9 h 20, le récipient est plein. À quel moment le récipient était-il rempli au quart ?
 (A) 9 h 15 (B) 9 h 10 (C) 9 h 16 (D) 9 h 04 (E) 9 h 18
15. Quel est le chiffre des centaines du *plus petit* entier strictement positif à cinq chiffres divisible par 12, 13, 14 et 15 ?
 (A) 2 (B) 7 (C) 1 (D) 9 (E) 3

16. Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un rectangle dont l'aire correspond à 224. Des demi-cercles de diamètres AD et BC sont tracés à l'intérieur du rectangle. Supposons que la distance la plus courte entre les demi-cercles est de 2. Parmi les options suivantes, de quel nombre l'aire de la partie ombrée est-elle la plus proche ?

(A) 50 (B) 55 (C) 60
 (D) 65 (E) 70



17. Un tournoi de tennis débute avec 8 joueuses. Francesca a autant de chances de jouer contre l'une des 7 autres joueuses lors de son premier match. Si Francesca joue contre Dominique ou Estella, la probabilité que Francesca gagne est de $\frac{2}{5}$. Si Francesca joue contre l'une des 5 autres joueuses, la probabilité qu'elle gagne est de $\frac{3}{4}$. Quelle est la probabilité que Francesca gagne son premier match ?

(A) $\frac{23}{50}$ (B) $\frac{29}{50}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{13}{20}$ (E) $\frac{2}{3}$

18. Dans une course de 2000 m, Arturo, Morgan et Henri courent à des vitesses différentes, mais constantes. Arturo termine avec 200 m d'avance sur Morgan et 290 m d'avance sur Henri. Si Morgan et Henri continuent chacun à leur vitesse, quelle sera l'avance de Morgan sur Henri ?

(A) 90 m (B) 100 m (C) 110 m (D) 120 m (E) 130 m

19. Les droites d'équations $y = mx + 7$, $y = 2$, $x = 0$ et $y = 0$ forment un trapèze ayant une aire de 3. Supposons que $m > 0$. Quelle est la valeur de m ?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 8

20. Lorsqu'on calcule le produit des chiffres formant certains entiers m , où $1 < m < 100\,000$, on obtient 200. Si N est le nombre de ces entiers m , quel est l'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de N ?

(A) 17 (B) 27 (C) 37 (D) 47 (E) 57

Partie C (8 points par bonne réponse).

Chaque bonne réponse est un entier de 0 à 99 inclusivement.

Une réponse à un chiffre (p. ex. « 7 ») doit être codée avec un zéro non significatif (« 07 »).

Remarque: L'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de 12 345 est 45. L'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de 6307 est 7, que l'on code 07.

21. L'aire d'un triangle rectangle est de 54 cm^2 . Les longueurs des côtés du triangle sont $a \text{ cm}$, $b \text{ cm}$ et $c \text{ cm}$, où a , b et c sont des entiers strictement positifs et $a < b < c$. Quelle est la valeur de c ?

22. Les trois entiers x , y et z vérifient le système d'équations suivant :

$$2^x + 2^y + 3^{z-1} = 2259$$

$$2^{x+y} + 3^z = 7073$$

$$2^x + 2^y + 3^z = 6633$$

Si P est égal au produit xyz , quel est l'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de P ?

23. Lorsque deux fourmis travaillent ensemble, elles peuvent construire une fourmilière en 24 minutes. Lorsque la plus grande fourmi travaille seule, une fourmilière peut être construite en 14 minutes de moins que lorsque la plus petite fourmi travaille seule. Combien de minutes faut-il à la plus petite fourmi pour construire une fourmilière lorsqu'elle travaille seule ?

24. Supposons que p , q , r et s sont des nombres réels et que $f(x) = x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s$. De plus, $f(1) = 59$, $f(2) = 118$ et $f(3) = 177$. Si $T = f(9) + f(-5)$, quelle est la somme des chiffres de l'entier T ?

25. Une suite a_1, a_2, \dots a $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ et $a_n = -a_{n-1} + a_{n-2}$ pour chaque entier $n \geq 3$. Par exemple, $a_3 = -a_2 + a_1 = -2$. Combien des 2025 entiers $(a_1)^2, (a_2)^2, (a_3)^2, \dots, (a_{2025})^2$ sont divisibles par 2025 ?



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2025! Chaque année, plus de 265 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignante ou votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- plus d'information à propos du concours Hypatie
- des copies gratuites des concours précédents
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril
- jeter un coup d'œil sur nos cours gratuits en ligne
- utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours