



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Cayley

(10<sup>e</sup> année – Sec. IV)

le mercredi 26 février 2025

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 27 février 2025

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée: 60 minutes

©2025 University of Waterloo

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

## Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Les parties A et B du concours sont composées de questions à choix multiple. Chacune de ces questions est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. La réponse juste à chaque question de la partie C est un entier de 0 à 99 inclusivement. Après avoir décidé de votre réponse, remplissez les deux cercles appropriés sur la feuille-réponse. Une réponse à un chiffre (p. ex.  $\langle 7 \rangle$ ) doit être codée avec un zéro non significatif ( $\langle 07 \rangle$ ).
8. Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C. Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée. Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
9. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
10. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.
11. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Pascal, Cayley ou Fermat.

---

*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca). Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

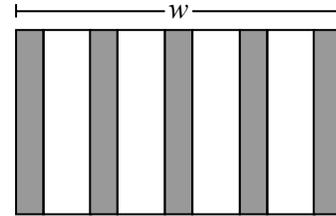
Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

**Partie A (5 points par bonne réponse)**

1. Quelle est la valeur de  $\frac{20 + 25}{25 + 20}$  ?  
(A)  $-1$       (B)  $1$       (C)  $0$       (D)  $2025$       (E)  $-2025$
2. Une mère ourse pêche 14 poissons. Elle donne 4 poissons à chacun de ses 3 oursons. Combien de poissons reste-t-il à la mère ourse ?  
(A)  $0$       (B)  $2$       (C)  $3$       (D)  $4$       (E)  $5$

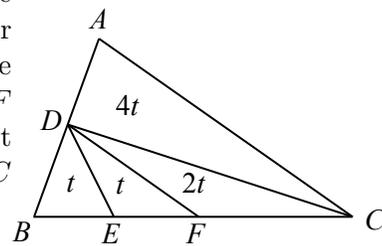
3. Dans la figure ci-contre, le grand rectangle est divisé en 9 petits rectangles. Chacun des 5 petits rectangles ombrés a une largeur de 4 et chacun des 4 petits rectangles non ombrés a une largeur de 8. Quelle est la largeur ( $w$ ) du grand rectangle ?



- (A)  $20$       (B)  $32$       (C)  $52$   
(D)  $56$       (E)  $68$

4. Si la moyenne de  $n - 3$ ,  $n - 1$ ,  $n + 1$ , et  $n + 3$  est 17, quelle est la valeur de  $n$  ?  
(A)  $13$       (B)  $15$       (C)  $17$       (D)  $19$       (E)  $21$
5. Un théâtre compte 600 places. Exactement 25 % de ces places sont occupées. Toutes les personnes assises se déplacent ensuite vers un théâtre vide de 200 places. Quel est le pourcentage de places occupées dans le deuxième théâtre ?  
(A)  $50\%$       (B)  $40\%$       (C)  $60\%$       (D)  $75\%$       (E)  $55\%$

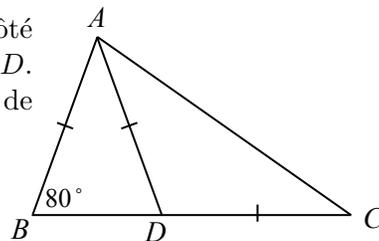
6. Dans la figure ci-contre, le point  $D$  est situé sur le côté  $AB$  du triangle  $ABC$  et les points  $E$  et  $F$  sont situés sur le côté  $BC$ . Le nombre  $t$  est un nombre réel positif. L'aire du triangle  $DBE$  est égale à  $t$ ; l'aire du triangle  $DEF$  est égale à  $t$ ; l'aire du triangle  $DFC$  est égale à  $2t$ ; et l'aire du triangle  $DAC$  est égale à  $4t$ . Si le triangle  $DEC$  a une aire de 63, quelle est l'aire du triangle  $ABC$  ?



- (A)  $168$       (B)  $105$       (C)  $84$   
(D)  $189$       (E)  $126$

7. Supposons que  $50 - 2\sqrt{x} = 18$ . Quelle est la valeur de  $x$  ?  
(A)  $32$       (B)  $16$       (C)  $64$       (D)  $256$       (E)  $8$

8. Dans la figure ci-contre, le point  $D$  se trouve sur le côté  $BC$  du triangle  $ABC$ , de sorte que  $AB = AD = CD$ . Supposons que  $\angle ABC = 80^\circ$ . Quelle est la mesure de l'angle  $ACD$  ?

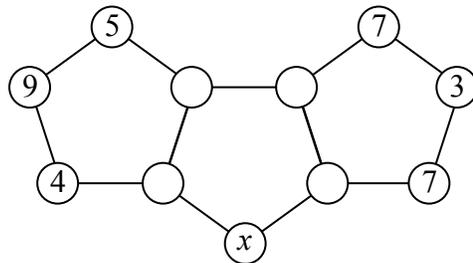


- (A)  $20^\circ$       (B)  $60^\circ$       (C)  $80^\circ$   
(D)  $100^\circ$       (E)  $40^\circ$

9. Teddy possède 10 blocs rectangulaires qui mesurent chacun 3 cm sur 4 cm sur 5 cm. Il construit une tour d'exactly 21 cm de haut, où chaque bloc peut être empilé sur n'importe laquelle de ses faces. Quel est le plus petit nombre de blocs que Teddy peut utiliser pour réaliser cette tour ?
- (A) 4            (B) 5            (C) 6            (D) 7            (E) 8
10. Supposons que  $x = \frac{1}{4}$ . Lequel des nombres  $x$ ,  $-x$ ,  $x^2$ ,  $3x$ , et  $\sqrt{x}$  a la plus grande valeur ?
- (A)  $x$             (B)  $-x$             (C)  $x^2$             (D)  $3x$             (E)  $\sqrt{x}$

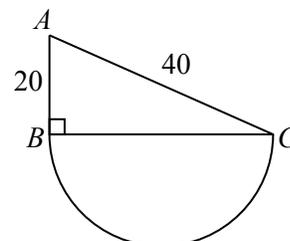
**Partie B (6 points par bonne réponse)**

11. L'année en cours, 2025, est un nombre carré parfait. Dans  $n$  années à compter de 2025, l'année sera à nouveau un nombre carré parfait. Quelle est la plus petite valeur possible de  $n$  ?
- (A) 2025            (B) 100            (C) 9            (D) 46            (E) 91
12. Dans la figure ci-dessous, un nombre doit être inscrit à chacun des sommets des trois pentagones. Certains nombres sont déjà inscrits.



- Si la somme des nombres aux sommets de chaque pentagone doit correspondre à 25, quelle est la valeur de  $x$  ?
- (A) 6            (B) 7            (C) 8            (D) 9            (E) 10
13. Farhan a un chapeau bleu, un chapeau noir, un foulard bleu, un foulard noir et un foulard vert. Il choisit au hasard un chapeau et un foulard. Quelle est la probabilité que le chapeau et le foulard soient de la même couleur ?
- (A)  $\frac{1}{3}$             (B)  $\frac{2}{5}$             (C)  $\frac{2}{3}$             (D)  $\frac{3}{5}$             (E)  $\frac{1}{6}$
14. Hier, 200 personnes ont acheté des glaces à la crèmerie Cayley.  
 Au total, 85 personnes ont commandé du caramel avec leur glace.  
 Au total, 60 personnes ont commandé des bonbons avec leur glace.  
 Au total, 32 personnes ont commandé à la fois du caramel et des bonbons.  
 Des 200 personnes, combien n'ont commandé ni caramel ni bonbons ?
- (A) 23            (B) 55            (C) 87            (D) 113            (E) 168

15. Dans la figure ci-contre, le triangle ABC est rectangle en B, et BC représente le diamètre du demi-cercle. Supposons que  $AB = 20$  et  $AC = 40$ . Quelle est l'aire du demi-cercle ?



- (A)  $37,5\pi$             (B)  $75\pi$             (C)  $100\pi$   
 (D)  $150\pi$             (E)  $225\pi$

16. Un bocal contient 600 billes, chacune d'entre elles étant soit rouge, soit jaune, soit verte. Le rapport entre le nombre de billes rouges, de billes jaunes et de billes vertes est de  $7 : 3 : 5$ . Supposons que l'on retire 20 billes de chaque couleur. Quel est le nouveau rapport entre le nombre de billes rouges, de billes jaunes et de billes vertes ?

(A)  $5 : 1 : 3$       (B)  $15 : 7 : 11$       (C)  $13 : 5 : 9$       (D)  $9 : 5 : 7$       (E)  $209 : 89 : 149$

17. Pour chaque nombre réel non nul  $a$ ,  $a^* = \frac{5}{a}$ . À quoi équivaut l'expression  $(100^*)^*$  ?

(A) 100      (B)  $\frac{1}{4}$       (C) 20      (D)  $\frac{1}{20}$       (E)  $\frac{1}{100}$

18. Lavinia possède une bouteille d'une capacité de 6 L et une autre bouteille d'une capacité de 5 L. Les deux bouteilles sont vides. Elle dispose d'une feuille de papier sur laquelle sont inscrites les étapes suivantes.

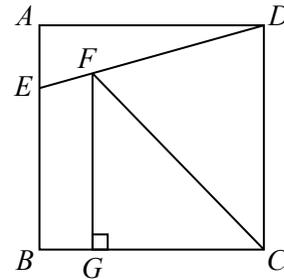
- (i) Remplir complètement la bouteille de 6 L avec de l'eau.
- (ii) Verser l'eau de la bouteille de 6 L dans la bouteille de 5 L jusqu'à ce que cette dernière soit pleine.
- (iii) Vider la bouteille de 5 L.
- (iv) Verser l'eau de la bouteille de 6 L dans la bouteille de 5 L jusqu'à ce que la bouteille de 5 L soit pleine ou que la bouteille de 6 L soit vide, selon ce qui se produit en premier. Si la bouteille de 5 L se remplit, la vider et recommencer cette étape.

Lavinia effectue cette séquence de quatre étapes dans cet ordre 3 fois au total. Elle ne renverse jamais d'eau. Quelle quantité d'eau y aura-t-il dans la bouteille de 5 L une fois que Lavinia aura terminé toutes les étapes ?

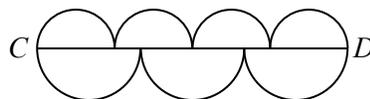
(A) 0 L      (B) 1 L      (C) 2 L      (D) 3 L      (E) 4 L

19. Dans la figure ci-contre,  $ABCD$  est un carré dont l'aire correspond à  $k$ . Le point  $E$  est situé sur  $AB$ , et  $AE = \frac{1}{3}AB$ . Le point  $G$  est situé sur  $BC$ , et  $BG = \frac{1}{4}BC$ . Le point  $F$  est situé sur  $ED$  de sorte que  $GF$  est perpendiculaire à  $BC$ . Quelle est l'aire du triangle  $FGC$  ?

(A)  $\frac{9}{32}k$       (B)  $\frac{13}{48}k$       (C)  $\frac{3}{14}k$   
 (D)  $\frac{7}{24}k$       (E)  $\frac{2}{7}k$



20. Dans la figure ci-dessous, la ligne droite  $CD$  a une longueur de 48 cm. Deux fourmis, Violette et Pétunia, se trouvent au point  $C$  et veulent se rendre au point  $D$ . Violette marche le long des quatre demi-cercles isométriques au-dessus de la ligne  $CD$ . Pétunia marche le long des trois demi-cercles isométriques au-dessous de la ligne  $CD$ .



Violette et Pétunia commencent à marcher en même temps, chacune à une vitesse différente, mais constante. Pétunia arrive au point  $D$  12 secondes avant Violette et avance 3 fois plus vite que Violette. Combien de temps faut-il à Violette pour se rendre du point  $C$  au point  $D$  ?

(A) 24 secondes      (B) 18 secondes      (C) 36 secondes  
 (D) 16 secondes      (E) 21 secondes

---

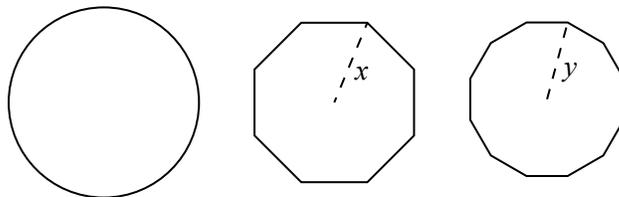
**Partie C (8 points par bonne réponse).**

Chaque bonne réponse est un entier de 0 à 99 inclusivement.

Une réponse à un chiffre (p. ex. « 7 ») doit être codée avec un zéro non significatif (« 07 »).

**Remarque:** L'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de 12 345 est 45. L'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de 6307 est 7, que l'on code 07.

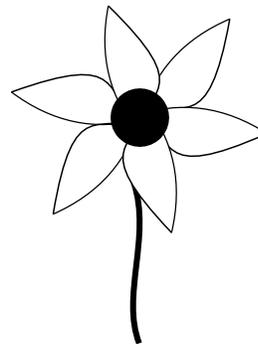
21. Les points  $A(-3, 5)$ ,  $B(0, 7)$  et  $C(r, t)$  sont situés le long d'une ligne. Si  $BC = 4AB$  et  $r > 0$ , quelle est la valeur de  $r + t$ ?
22. Un *nombre de Katende* est un entier strictement positif à quatre chiffres dont les deux premiers chiffres et les deux derniers chiffres, dans l'ordre, forment deux entiers qui sont des multiples consécutifs croissants d'un certain entier strictement positif. Par exemple, 2025 est un nombre de Katende car  $20 = 4 \times 5$  et  $25 = 5 \times 5$ . De même, 2346 et 2324 sont des nombres de Katende. Combien y a-t-il de nombres de Katende supérieurs à 2400 et inférieurs à 2600?
23. Amr, Bai, Cindy et Derek se partagent  $N$  pièces de manière à ce que chacun reçoive une quantité de pièces équivalant à un entier. Amr reçoit  $\frac{1}{3}$  du nombre total de pièces que reçoivent Bai, Cindy et Derek. Bai reçoit  $\frac{1}{5}$  du nombre total de pièces que reçoivent Amr, Cindy et Derek. Cindy reçoit  $\frac{1}{7}$  du nombre total de pièces que reçoivent Amr, Bai et Derek. Si  $N < 100$ , quelle est la plus grande valeur possible de  $N$ ?
24. L'aire d'un cercle est égale à  $A$ , l'aire d'un octogone régulier est égale à  $\frac{1}{2}A$  et l'aire d'un dodécagone régulier est égale à  $\frac{1}{2}A$ . Le cercle a un rayon de 3000. La distance entre le centre de l'octogone et chacun de ses sommets correspond à  $x$ , comme illustré. De plus, la distance entre le centre du dodécagone et chacun de ses sommets correspond à  $y$ .



Quel est l'entier le plus proche de  $x - y$ ?

(Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés sont égaux et dont tous les angles intérieurs sont égaux. Un octogone a 8 côtés et un dodécagone en a 12.)

25. Rita colorie l'image d'une fleur. Elle a déjà colorié le centre et la tige de la fleur, comme illustré. Ensuite, elle colorie chacun des six pétales avec l'une des couleurs suivantes : rouge, orange, jaune et bleu. Deux pétales voisins ne peuvent pas être de la même couleur et il n'est pas nécessaire d'utiliser les quatre couleurs. Rita peut colorier les pétales de  $N$  différentes manières. Quels sont les deux chiffres les plus à droite de  $N$ ?





Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

**Pour les élèves...**

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2025! Chaque année, plus de 265 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignante ou votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- plus d'information à propos du concours Galois
- des copies gratuites des concours précédents
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

**Pour les enseignants...**

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril
- jeter un coup d'œil sur nos cours gratuits en ligne
- utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours