Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire

le mercredi 12 novembre 2025
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 13 novembre 2025
(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 2 heures

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Le questionnaire est divisé en deux parties. Dans chaque partie, les questions sont à peu près en ordre croissant de difficulté. Les premiers problèmes de la partie B sont probablement plus faciles que les derniers de la partie A.

PARTIE A

1. Cette partie est composée de six questions de 5 points chacune.
2. **Écrire la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse.** Le maximum des points est attribué pour une réponse correcte placée dans la case appropriée du cahier-réponse. Une partie des points sera attribuée **pour du travail pertinent** inscrit dans l'espace fourni à cet effet dans le cahier-réponse.

PARTIE B

1. Cette partie est composée de trois questions de 10 points chacune.
2. **Les solutions complètes doivent être écrites aux endroits appropriés du cahier-réponse.** Le brouillon doit être fait ailleurs. Si le cahier est rempli, le surveillant ou la surveillante distribuera des feuilles lignées. Insérer ces feuilles dans le cahier-réponse. Inscrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille insérée.
3. Des points sont attribués pour les solutions complètes, ainsi que pour la clarté et le style de la présentation. Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

À la fin du concours, insérer la feuille de renseignements à l'intérieur du cahier-réponse.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, et le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire

Remarques :

1. Prière de lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Inscrire toutes les solutions dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.
4. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
5. Les figures ne sont pas dessinées à l'échelle. Elles servent d'aide seulement.
6. Aucun élève ne peut passer le Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur et le Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire la même année.

PARTIE A

Pour chaque problème dans la partie A, le maximum des points est attribué pour une réponse correcte placée dans la case appropriée du cahier-réponse. Une partie des points sera attribuée pour du travail pertinent inscrit dans l'espace fourni à cet effet dans le cahier-réponse.

1. Un sanctuaire abrite 140 ânes. Parmi les 140 ânes, 85 % sont des adultes et le reste sont des ânons. Combien y a-t-il d'ânons dans le sanctuaire ?
2. Jimmy et Paige collectionnent des timbres. Chacun d'eux en possède au moins un. Le nombre de timbres dans la collection de Jimmy est pair. Le nombre de timbres dans la collection de Paige est un multiple de cinq. Au total, Jimmy et Paige possèdent 18 timbres. Combien de timbres Jimmy possède-t-il ?
3. Un vase rempli d'eau jusqu'au $\frac{1}{3}$ de sa capacité a une masse totale de 600 g, vase et eau compris. Rempli jusqu'aux $\frac{2}{3}$ de sa capacité, sa masse totale est de 800 g, vase et eau compris. Quelle est la masse du vase vide ?
4. Soit AOB un triangle ayant pour sommets $A(0,2)$, $O(0,0)$ et $B(6,0)$. Le point $C(9a,a)$, a étant un nombre réel strictement positif, est situé sur le côté AB du triangle. Quel est le rapport de l'aire du triangle AOC à l'aire du triangle BOC ?

5. Lundi après-midi, Raya doit assister à n réunions, n étant un entier strictement positif tel que $n \geq 2$.

   La première réunion commence à 13h pile, la dernière réunion se termine à 16h pile et il y a une pause entre chaque paire de réunions consécutives. Les réunions et les pauses remplissent les conditions suivantes :

   — Les réunions ont toutes la même durée. Cette durée en minutes est un entier strictement positif.

   — Les pauses ont toutes la même durée. Cette durée en minutes est un entier strictement positif.

   — Chaque réunion dure 10 minutes de plus qu'une pause.

   Quelles sont les différentes valeurs possibles du nombre de réunions n ?

6. Étant donné un nombre réel strictement positif x, soit $[x]$ la partie entière de x. Par exemple, $[4{,}3] = 4$, $[15{,}95] = 15$ et $[7] = 7$. Combien d'entiers strictement positifs n ($1 \leq n \leq 2025$) vérifient $n = [2x] + [3x] + [5x] + [7x]$, x étant un nombre réel strictement positif ? Par exemple, un tel entier est $n = 26$, car pour $x = 1{,}6$ on obtient $26 = [2(1{,}6)] + [3(1{,}6)] + [5(1{,}6)] + [7(1{,}6)]$.

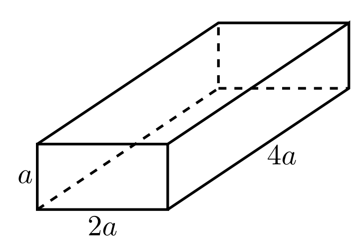
PARTIE B

Pour chaque question dans la partie B, la solution doit être bien organisée et doit aussi présenter certains mots d'explication ou de justification. Des points sont attribués pour les solutions complètes, ainsi que pour la clarté et le style de la présentation. Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

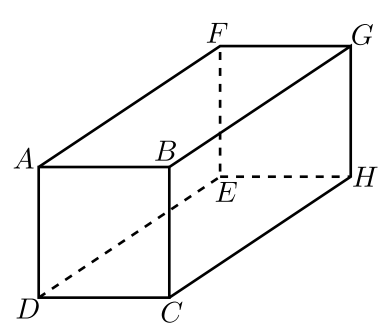
1. L'aire totale d'un prisme droit à base rectangulaire de largeur x, de longueur y et de hauteur z peut être calculée à l'aide de la formule $2(xy + xz + yz)$.

   (a) Un prisme droit à base rectangulaire a une largeur de 3 cm, une longueur de 6 cm et une hauteur de 11 cm. Déterminer l'aire totale du prisme.

   (b) Le prisme droit à base rectangulaire dans la figure ci-contre a une hauteur de a cm, une largeur de $2a$ cm et une longueur de $4a$ cm, a étant un nombre réel strictement positif. L'aire totale du prisme est de $9072\,\text{cm}^2$. Déterminer la valeur de a.



   (c) Soit $ABCDEFGH$ le prisme droit à base rectangulaire dans la figure ci-contre. Sachant que la hauteur AD et la largeur AB sont égales, que la longueur CH est le double de la largeur et que $CG = 10$ cm, déterminer l'aire totale du prisme.



2. La calculatrice de Blaise est équipée d'un générateur de nombres aléatoires qui produit l'un des trois entiers 1, 2 ou 3. Blaise peut ainsi produire des listes composées des entiers 1, 2 et 3 en générant successivement des entiers aléatoires et en les ajoutant à la liste. Par exemple, s'il génère 1, puis 2, puis 1 et puis finalement 3, alors sa liste sera 1, 2, 1, 3.

   (a) Blaise a généré une liste contenant exactement deux entiers. Au moins l'un des deux entiers est 2. Déterminer toutes les listes possibles qui remplissent ces conditions.

   (b) Blaise a généré une liste contenant exactement trois entiers. Le troisième entier est 3 et il n'y a aucun autre 3 dans la liste. Déterminer le nombre de listes possibles.

   Dans les parties (c) et (d), Blaise continuera à générer des entiers et à les ajouter à sa liste jusqu'à ce qu'il génère *soit* un 3, *soit* deux 2 consécutifs. (Donc, la liste se terminera soit par un 3, soit deux 2 consécutifs. Bien qu'il soit théoriquement possible que la liste se prolonge indéfiniment, cela n'a pas d'importance pour les questions suivantes.)

   (c) Blaise a généré une liste contenant exactement 4 entiers. Déterminer le nombre de listes possibles.

   (d) Blaise a généré une liste contenant exactement 10 entiers. Déterminer le nombre de listes possibles.

3. (a) Dresser la liste de tous les entiers strictement positifs de trois chiffres qui sont divisibles par 8 et qui ne contiennent ni le chiffre 0 ni de chiffres impairs.

   (b) Noah écrit un entier n strictement positif, composé de 13 chiffres impairs, et divisible par 17^2. Melaku place ensuite m chiffres impairs à *gauche* de n, de manière à former un entier plus grand de $13 + m$ chiffres. Ce nouvel entier est également divisible par 17^2. Étant donné que $m > 0$, déterminer la plus petite valeur possible de m.

   (c) Démontrer qu'il existe un entier strictement positif de 2025 chiffres, formé uniquement de chiffres impairs, et divisible par 5^{2025}.