Problem J4/S1: Trianglane

Problem Description

Bocchi the Builder just finished constructing her latest project: a laneway consisting of two rows of white equilateral triangular tiles. However, at the last moment, disaster struck! She accidentally spilled black paint on some of the tiles. Now, some of the tiles are wet and the other tiles are dry. Bocchi must place warning tape around the perimeters of all wet areas. Can you help her determine how many metres of tape she needs?

The first triangular tile will point upwards. Each pair of adjacent tiles (that is, tiles that share a common side) will point in opposite directions. Each tile has a side length of 1 metre.

Input Specification

The first line of input will consist of one positive integer C, representing the number of columns.

The next two lines will each consist of C integers separated by spaces. Each integer represents the colour of a tile along the laneway, with 1 indicating that the tile is black (wet) and 0 indicating that the tile is white (dry).

The following table shows how the available 15 marks are distributed:

Marks	Description	Bound
3	The laneway is not very long, black tiles are never adjacent and the second row is fully white.	$C \leq 2\,000$
3	The laneway is not very long, black tiles may be adjacent and the second row is fully white.	$C \leq 2\,000$
5	The laneway is not very long, black tiles may be adjacent and may appear in the second row.	$C \leq 2\,000$
4	The laneway may be very long, black tiles may be adjacent and may appear in the second row.	$C \leq 200\,000$

Output Specification

Output a single integer representing the length of tape Bocchi needs, in metres.

Sample Input 1

```
5
1 0 1 0 1
0 0 0 0 0
```

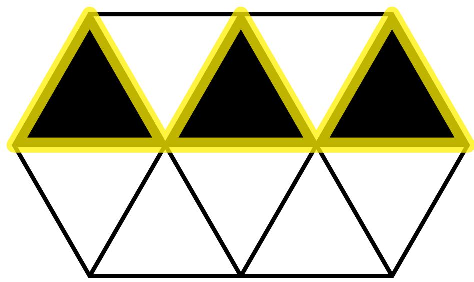
Output for Sample Input 1

```
9
```

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Explanation of Output for Sample Input 1

The tiles are painted as follows, creating three wet areas. Bocchi will need 9 metres of warning tape as shown in yellow.



Sample Input 2

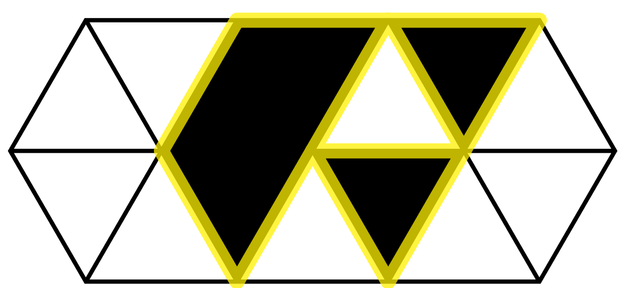
```
7
0 0 1 1 0 1 0
0 0 1 0 1 0 0
```

Output for Sample Input 2

```
11
```

Explanation of Output for Sample Input 2

The tiles are painted as follows, creating three wet areas. Bocchi will need 5 metres of warning tape to surround one area and 3 metres of warning tape to surround each of the other two areas as shown in yellow.



La version française figure à la suite de la version anglaise.

Problème J4/S1 : Allée de triangles

Énoncé du problème

Bocchi la Bâtisseuse vient de terminer la construction de son dernier projet : une allée composée de deux rangées de tuiles triangulaires équilatérales blanches. Cependant, au dernier moment, le désastre a frappé ! Elle a accidentellement renversé de la peinture noire sur certaines des tuiles. Par conséquent, certaines des tuiles sont humides tandis que d'autres sont sèches. Bocchi doit placer du ruban de signalisation autour du périmètre de toutes les surfaces humides. Pouvez-vous l'aider à déterminer le nombre de mètres de ruban de signalisation dont elle aura besoin ?

La première tuile triangulaire sera orientée vers le haut. Les tuiles de chaque paire de tuiles adjacentes (soit les tuiles qui partagent un côté commun) seront orientées dans des directions opposées. Les côtés de chaque tuile mesurent 1 mètres.

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne des données d'entrée doit contenir un entier strictement positif C, représentant le nombre de colonnes.

Chacune des deux lignes suivantes doit contenir C entiers, chacun des entiers étant séparé des autres par un espace simple. Chaque entier représente la couleur d'une tuile le long de l'allée, 1 indiquant que la tuile est noire (humide) et 0 indiquant que la tuile est blanche (sèche).

Le tableau suivant indique la manière dont les 15 points disponibles sont répartis.

Points	Description	Bornes
3	L'allée n'est pas très longue, les tuiles noires ne sont jamais adjacentes et la seconde rangée est entièrement blanche.	$C \leq 2\,000$
3	L'allée n'est pas très longue, les tuiles noires peuvent être adjacentes et la seconde rangée est entièrement blanche.	$C \leq 2\,000$
5	L'allée n'est pas très longue, les tuiles noires peuvent être adjacentes et peuvent paraitre dans la seconde rangée.	$C \leq 2\,000$
4	L'allée peut être très longue, les tuiles noires peuvent être adjacentes et peuvent paraitre dans la seconde rangée.	$C \leq 200\,000$

Précisions par rapport aux données de sortie

Les données de sortie devraient contenir un seul entier représentant le nombre de mètres de ruban de signalisation dont Bocchi aura besoin.

Données d'entrée d'un 1^er^ exemple

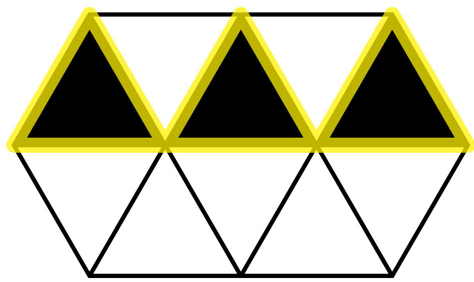
```
5
1 0 1 0 1
0 0 0 0 0
```

Données de sortie du 1^er^ exemple

```
9
```

Justification des données de sortie du 1^er^ exemple

Les tuiles sont peintes comme dans la figure ci-dessous, créant ainsi trois surfaces humides séparées. Bocchi aura besoin de 9 mètres de ruban de signalisation (le ruban étant représenté par les lignes jaunes).



Données d'entrée d'un 2^e^ exemple

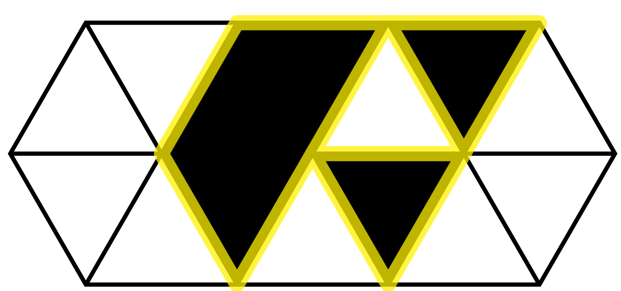
```
7
0 0 1 1 0 1 0
0 0 1 0 1 0 0
```

Données de sortie du 2^e^ exemple

```
11
```

Justification des données de sortie du 2^e^ exemple

Les tuiles sont peintes comme dans la figure ci-dessous, créant ainsi trois surfaces humides séparées. Bocchi aura besoin de 5 mètres de ruban de signalisation (le ruban étant représenté par les lignes jaunes) pour entourer l'une des surfaces et de 3 mètres de ruban de signalisation pour entourer chacune des deux autres surfaces.



Problem S2: Symmetric Mountains

Problem Description

Rebecca is a tour guide and is trying to market the Rocky Mountains for her magazine. She recently took a beautiful picture consisting of N mountains where the i-th mountain from the left has a height h_i. She will crop this picture for her magazine, by possibly removing some mountains from the left side of the picture and possibly removing some mountains from the right side of the picture. That is, a crop consists of consecutive mountains starting from the l-th to the r-th mountain where $l \leq r$. To please her magazine readers, Rebecca will try to find the most symmetric crop.

We will measure the *asymmetric value* of a crop as the sum of the absolute difference for every pair of mountains equidistant from the midpoint of the crop. To help understand that definition, note that the absolute value of a number v, written as $|v|$, is the non-negative value of v: for example $|-6| = 6$ and $|14| = 14$. The asymmetric value of a crop is the sum of all $|h_{l+i} - h_{r-i}|$ for $0 \leq i \leq \frac{r-l}{2}$. To put that formula in a different way, we pair up the mountains working from the outside in toward the centre, calculate the absolute difference in height of each of these pairs, and sum them up.

Because Rebecca does not know how wide the picture needs to be, for all possible crop lengths, find the asymmetric value of the most symmetric crop (the crop with the minimum asymmetric value).

Input Specification

The first line consists of an integer N, representing the number of mountains in the picture. The second line consists of N space-separated integers, where the i-th integer from the left represents h_i.

The following table shows how the available 15 marks are distributed:

Marks	Bounds on N	Bounds on h_i	Additional Constraints
5	$1 \leq N \leq 300$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	None
5	$1 \leq N \leq 5000$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	Height of mountains are in non-decreasing order from left to right.
5	$1 \leq N \leq 5000$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	None

Output Specification

Output on one line N space-separated integers, where the i-th integer from the left is the asymmetric value of the most symmetric picture of crops of length i.

Sample Input 1

```
7
3 1 4 1 5 9 2
```

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Output for Sample Input 1

```
0 2 0 5 2 10 10
```

Explanation of Output for Sample Input 1

We will show why the fifth value from the left is 2. Let us try to compute all the asymmetric values of crops with length 5.

The height of the mountains in the first crop is $[3, 1, 4, 1, 5]$. The asymmetric value of this crop is $|3 - 5| + |1 - 1| + |4 - 4| = 2$.

The height of the mountains in the second crop is $[1, 4, 1, 5, 9]$. The asymmetric value of this crop is $|1 - 9| + |4 - 5| + |1 - 1| = 9$.

The height of the mountains in the last crop is $[4, 1, 5, 9, 2]$. The asymmetric value of this crop is $|4 - 2| + |1 - 9| + |5 - 5| = 10$.

Hence, the most symmetric crop of length 5 is 2.

Sample Input 2

```
4
1 3 5 6
```

Output for Sample Input 2

```
0 1 3 7
```

Explanation of Output for Sample Input 2

This sample satisfies the second subtask. Note that the only crop of length 4 is $[1, 3, 5, 6]$ which has asymmetric value of $|1 - 6| + |3 - 5| = 7$.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Problème S2 : Montagnes symétriques

Énoncé du problème

Rebecca est guide touristique et tente de faire la promotion des montagnes Rocheuses pour son magazine. Récemment, elle a pris une belle photo composée de N montagnes où la $i^{\text{ième}}$ montagne en partant de la gauche a une hauteur de h_i. Elle va recadrer cette photo pour son magazine, en retirant éventuellement certaines montagnes du côté gauche de la photo et éventuellement certaines montagnes du côté droit de la photo. Autrement dit, une photo recadrée est constituée de montagnes consécutives, allant de la $g^{\text{ième}}$ à la $d^{\text{ième}}$ montagne, avec $g \leq d$. Pour des raisons esthétiques, Rebecca va essayer de recadrer la photo de manière qu'elle soit aussi symétrique que possible.

La *valeur asymétrique* d'une photo recadrée est égale à la somme de la « différence absolue » (c'est-à-dire la valeur absolue de la différence) de chaque paire de montagnes équidistantes du point central de la photo recadrée. Pour mieux comprendre cette définition, remarquons que la valeur absolue d'un nombre v, qui se note $|v|$, est la valeur non négative de v : par exemple $|-6| = 6$ et $|14| = 14$. La valeur asymétrique d'une photo recadrée est la somme de tous $|h_{g+i} - h_{d-i}|$ pour $0 \leq i \leq \frac{d-l}{2}$. Pour exprimer cette formule d'une autre manière, on jumelle les montagnes en partant de l'extérieur vers le centre, on calcule la différence absolue entre les hauteurs des deux montagnes de chaque paire et on additionne toutes les différences absolues.

Étant donné que Rebecca ne sait pas quelle doit être la longueur de la photo recadrée, alors pour toutes les longueurs possibles de la photo recadrée, déterminer la valeur asymétrique de la photo recadrée la plus symétrique (soit la photo recadrée ayant la valeur asymétrique minimale).

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne des données d'entrée contient un entier N, représentant le nombre de montagnes dans la photo.

La seconde ligne des données d'entrée contient N entiers, chacun étant séparé des autres par un espace, où le $i^{\text{ième}}$ entier en partant de la gauche représente h_i.

Le tableau suivant indique la manière dont les 15 points disponibles sont répartis.

Points	Bornes de N	Bornes de h_i	Contraintes additionnelles
5	$1 \leq N \leq 300$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	Aucune
5	$1 \leq N \leq 5000$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	La hauteur des montagnes est en ordre non décroissant de gauche à droite.
5	$1 \leq N \leq 5000$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	Aucune

Précisions par rapport aux données de sortie

Les données de sortie devraient afficher, sur une seule ligne, N entiers, chacun étant séparé des autres par un espace, où le $i^{\text{ième}}$ entier en partant de la gauche représente la valeur asymétrique de l'image la plus symétrique des photos recadrées de longueur i.

Données d'entrée d'un 1er exemple

```
7
3 1 4 1 5 9 2
```

Données de sortie du 1er exemple

```
0 2 0 5 2 10 10
```

Justification des données de sortie du 1er exemple

On va démontrer pourquoi la cinquième valeur en partant de la gauche est 2. Essayons de calculer toutes les valeurs asymétriques des photos recadrées de longueur 5.

La hauteur des montagnes dans la première photo recadrée est $[3, 1, 4, 1, 5]$. La valeur asymétrique de cette photo recadrée est $|3 - 5| + |1 - 1| + |4 - 4| = 2$.

La hauteur des montagnes dans la deuxième photo recadrée est $[1, 4, 1, 5, 9]$. La valeur asymétrique de cette photo recadrée est $|1 - 9| + |4 - 5| + |1 - 1| = 9$.

La hauteur des montagnes dans la dernière photo recadrée est $[4, 1, 5, 9, 2]$. La valeur asymétrique de cette photo recadrée est $|4 - 2| + |1 - 9| + |5 - 5| = 10$.

Donc, 2 est la valeur asymétrique de l'image la plus symétrique des photos recadrées de longueur 5.

Données d'entrée d'un 2e exemple

```
4
1 3 5 6
```

Données de sortie du 2e exemple

```
0 1 3 7
```

Justification des données de sortie du 2e exemple

Cet exemple satisfait à la deuxième sous-tâche. Remarquons que la seule photo recadrée de longueur 4 est $[1, 3, 5, 6]$. Cette dernière a une valeur asymétrique de $|1 - 6| + |3 - 5| = 7$.

Problem S3: Palindromic Poster

Problem Description

Ryo and Kita are designing a new poster for Kessoku Band. After some furious brainstorming, they came to the conclusion that the poster should come in the form of a 2-D grid of lowercase English letters (i.e. `a` to `z`), with N rows and M columns.

Furthermore, it is known that Ryo and Kita both have peculiar tastes in palindromes. Ryo will only be satisfied with the poster if exactly R of its rows are palindromes, and Kita will only be satisfied with the poster if exactly C of its columns are palindromes. Can you design a poster that will satisfy both Ryo and Kita, or determine that it is impossible to do so?

Note: A string is considered a *palindrome* if it is the same when read forwards and backwards. For example, `kayak` and `bb` are palindromes, whereas `guitar` and `live` are not.

Input Specification

The first and only line of input consists of 4 space-separated integers N, M, R, and C.

The following table shows how the available 15 marks are distributed:

Marks	**Bounds on N**	**Bounds on M**	**Bounds on R**	**Bounds on C**
2 marks	$2 \leq N \leq 2\,000$	$2 \leq M \leq 2\,000$	$R = 1$	$C = 1$
2 marks	$N = 2$	$M = 2$	$0 \leq R \leq N$	$0 \leq C \leq M$
4 marks	$N = 2$	$2 \leq M \leq 2\,000$	$0 \leq R \leq N$	$0 \leq C \leq M$
7 marks	$2 \leq N \leq 2\,000$	$2 \leq M \leq 2\,000$	$0 \leq R \leq N$	$0 \leq C \leq M$

Output Specification

If it is impossible to design a poster that will satisfy both Ryo and Kita, output `IMPOSSIBLE` on a single line.

Otherwise, your output should contain N lines, each consisting of M lowercase English letters, representing your poster design. If there are multiple possible designs, output any of them.

Sample Input 1

```
4 5 1 2
```

Output for Sample Input 1

```
union
radar
badge
anime
```

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Explanation of Output for Sample Input 1

In the given design, only the second row (namely `radar`) and the second and third columns (namely `naan` and `iddi`) are palindromes. Since exactly $R = 1$ of the rows and $C = 2$ of the columns are palindromes, this is an acceptable design.

Sample Input 2

```
2 2 2 1
```

Output for Sample Input 2

```
IMPOSSIBLE
```

Explanation of Output for Sample Input 2

In this case, it can be proven that it is impossible to satisfy both Ryo and Kita.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Problème S3 : Affiche palindromique

Énoncé du problème

Ryo et Kita conçoivent une nouvelle affiche pour le groupe Kessoku. Après un remue-méninges, ils arrivent à la conclusion que l'affiche doit avoir la forme d'une grille bidimensionnelle composée de lettres minuscules de l'alphabet français (c'est-à-dire de `a` à `z`) disposées en N rangées et M colonnes.

De plus, on sait que Ryo et Kita ont tous deux des goûts particuliers en matière de palindromes. Ryo ne sera satisfait de l'affiche que si exactement R de ses rangées sont des palindromes tandis que Kita ne sera satisfaite de l'affiche que si exactement C de ses colonnes sont des palindromes. Pouvez-vous concevoir une affiche qui satisfera à la fois Ryo et Kita, ou, dans le cas contraire, déterminer qu'il est impossible de le faire ?

Remarque : Une chaîne de caractères est considérée comme étant un *palindrome* si elle est la même lorsqu'elle est lue à l'endroit ou à l'envers. Par exemple, `kayak` et `bb` sont des palindromes tandis que `guitar` et `live` ne le sont pas.

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première et unique ligne des données d'entrée contient 4 entiers (soit N, M, R et C), chacun étant séparé des autres par un espace simple.

Le tableau suivant indique la manière dont les 15 points disponibles sont répartis.

Points	**Bornes de N**	**Bornes de M**	**Bornes de R**	**Bornes de C**
2 marks	$2 \leq N \leq 2\,000$	$2 \leq M \leq 2\,000$	$R = 1$	$C = 1$
2 marks	$N = 2$	$M = 2$	$0 \leq R \leq N$	$0 \leq C \leq M$
4 marks	$N = 2$	$2 \leq M \leq 2\,000$	$0 \leq R \leq N$	$0 \leq C \leq M$
7 marks	$2 \leq N \leq 2\,000$	$2 \leq M \leq 2\,000$	$0 \leq R \leq N$	$0 \leq C \leq M$

Précisions par rapport aux données de sortie

S'il est impossible de concevoir une affiche qui satisfera à la fois Ryo et Kita, les données de sortie devraient afficher le mot `IMPOSSIBLE` sur une seule ligne.

Sinon, les données de sortie devraient contenir N lignes, chacune étant composée de M lettres minuscules de l'alphabet français, représentant l'affiche. S'il existe plusieurs affiches possibles qui satisfont aux critères, les données de sortie peuvent afficher n'importe laquelle d'entre elles.

Données d'entrée d'un 1er exemple

```
4 5 1 2
```

Données de sortie du 1^er exemple

```
union
radar
badge
anime
```

Justification des données de sortie du 1^er exemple

Dans l'affiche donnée, seule la deuxième rangée (soit `radar`) et les deuxième et troisième colonnes (soit `naan` et `iddi`) sont des palindromes. Comme exactement $R = 1$ rangées et $C = 2$ colonnes sont des palindromes, cette affiche est acceptable.

Données d'entrée d'un 2^e exemple

```
2 2 2 1
```

Données de sortie du 2^e exemple

```
IMPOSSIBLE
```

Justification des données de sortie du 2^e exemple

Dans ce cas, on peut démontrer qu'il est impossible de satisfaire à la fois Ryo et Kita.

Problem S4: Minimum Cost Roads

Problem Description

As the newly elected mayor of Kitchener, Alanna's first job is to improve the city's road plan.

Kitchener's current road plan can be represented as a collection of N intersections with M roads, where the i-th road has length l_i meters, costs c_i dollars per year to maintain, and connects intersections u_i and v_i. To create a plan, Alanna must select some subset of the M roads to keep and maintain, and that plan's cost is the sum of maintenance costs of all roads in that subset.

To lower the city's annual spending, Alanna would like to minimize the plan's cost. However, the city also requires that she minimizes travel distances between intersections and will reject any plan that does not conform to those rules. Formally, for any pair of intersections (i, j), if there exists a path from i to j taking l meters on the existing road plan, Alanna's plan must also include a path between those intersections that is at most l meters.

Input Specification

The first line contains the integers N and M.

Each of the next M lines contains the integers u_i, v_i, l_i, and c_i, meaning that there currently exists a road from intersection u_i to intersection v_i with length l_i and cost c_i $(1 \leq u_i, v_i \leq N, u_i \neq v_i)$.

The following table shows how the available 15 marks are distributed.

Marks	Bounds on N and M	Bounds on l_i	Bounds on c_i	Additional Constraints
3 marks	$1 \leq N, M \leq 2\,000$	$l_i = 0$	$1 \leq c_i \leq 10^9$	None
6 marks	$1 \leq N, M \leq 2\,000$	$1 \leq l_i \leq 10^9$	$1 \leq c_i \leq 10^9$	There is at most one road between any unordered pair of intersections.
6 marks	$1 \leq N, M \leq 2\,000$	$0 \leq l_i \leq 10^9$	$1 \leq c_i \leq 10^9$	None

Output Specification

Output one integer, the minimum possible cost of a road plan that meets the requirements.

Sample Input

```
5 7
1 2 15 1
2 4 9 9
5 2 5 6
```

La version française figure à la suite de la version anglaise.

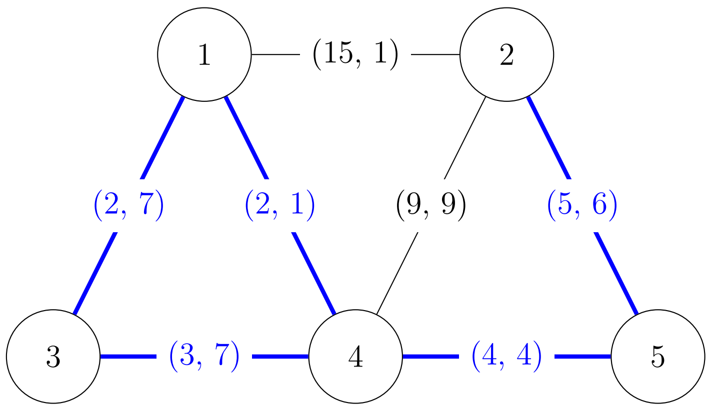
```
4 5 4 4
4 3 3 7
1 3 2 7
1 4 2 1
```

Output for Sample Input

```
25
```

Explanation of Output for Sample Input

Here is a diagram of the intersections along with a valid road plan with minimum cost.



Each edge is labeled with a pair (l, c) denoting that it has length l meters and cost c dollars. Additionally, the roads that are part of the plan are highlighted in blue, with a total cost of $7 + 1 + 6 + 7 + 4 = 25$.

It can be shown that we cannot create a cheaper plan that also respects the city's requirements.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Problème S4 : Routes à coût minimum

Énoncé du problème
En tant que maire nouvellement élu de Kitchener, la première tâche d'Alanna est d'améliorer le plan routier de la ville.

Le plan routier actuel de Kitchener peut être représenté comme un ensemble de N intersections avec M routes où la $i^{\text{ième}}$ route a une longueur de l_i mètres, coûte c_i dollars par an à entretenir et relie les intersections u_i et v_i. Pour créer un plan, Alanna doit sélectionner un sous-ensemble des M routes à garder et à entretenir. Le coût de ce plan est égal à la somme des coûts d'entretien de toutes les routes du sous-ensemble.

Pour réduire les dépenses annuelles de la ville, Alanna souhaite minimiser le coût du plan. Cependant, la ville exige également qu'elle minimise les distances de déplacement entre les intersections et rejettera tout plan qui ne se conforme pas à ces règles. Officiellement, pour toute paire d'intersections (i, j), s'il existe dans le plan routier actuel un chemin de l mètres qui relie i et j, le plan d'Alanna doit également contenir un chemin reliant ces intersections qui fait au plus l mètres.

Précisions par rapport aux données d'entrée
La première ligne des données d'entrée doit contenir les entiers N et M.

Chacune des M lignes suivantes contient les entiers u_i, v_i, l_i et c_i, ce qui signifie qu'il existe actuellement une route reliant les intersections u_i et v_i dont la longueur est de l_i et dont le coût est c_i ($1 \leq u_i, v_i \leq N, u_i \neq v_i$).

Le tableau suivant indique la manière dont les 15 points disponibles sont répartis.

Points	**Bornes de N et M**	**Bornes de l_i**	**Bornes de c_i**	**Contraintes additionnelles**
3 points	$1 \leq N, M \leq 2\,000$	$l_i = 0$	$1 \leq c_i \leq 10^9$	Aucune
6 points	$1 \leq N, M \leq 2\,000$	$1 \leq l_i \leq 10^9$	$1 \leq c_i \leq 10^9$	Il y a au plus une route entre toute paire non ordonnée d'intersections.
6 points	$1 \leq N, M \leq 2\,000$	$0 \leq l_i \leq 10^9$	$1 \leq c_i \leq 10^9$	Aucune

Précisions par rapport aux données de sortie
Les données de sortie devraient contenir un seul entier, soit le coût minimum possible d'un plan routier qui remplit les conditions.

Exemple de données d'entrée
```
5 7
1 2 15 1
```

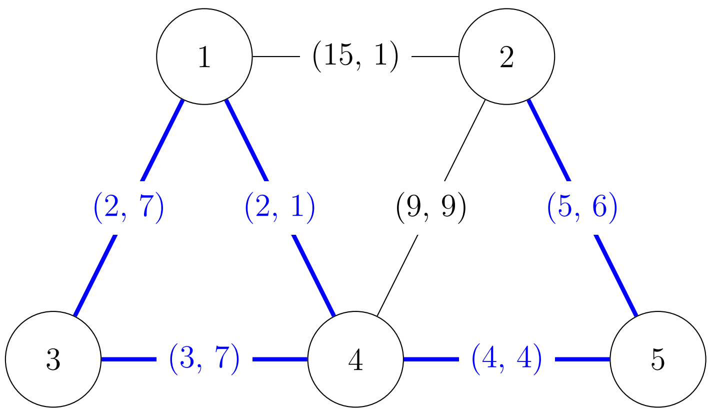
```
2 4 9 9
5 2 5 6
4 5 4 4
4 3 3 7
1 3 2 7
1 4 2 1
```

Exemple de données de sortie

```
25
```

Justification des données de sortie

Dans la figure ci-dessous, on voit 5 intersections reliées par 7 routes. On y voit aussi un plan routier qui remplit les conditions énoncées et qui a également un coût minimum.



Chaque route contient une paire (l, c) indiquant sa longueur en mètres (soit l) et son coût d'entretien en dollars (soit c). De plus, les routes qui font partie du plan sont surlignées en bleu et ont un coût total de $7 + 1 + 6 + 7 + 4 = 25$.

On peut démontrer qu'il est impossible de créer un plan moins cher qui respecte également les exigences de la ville.

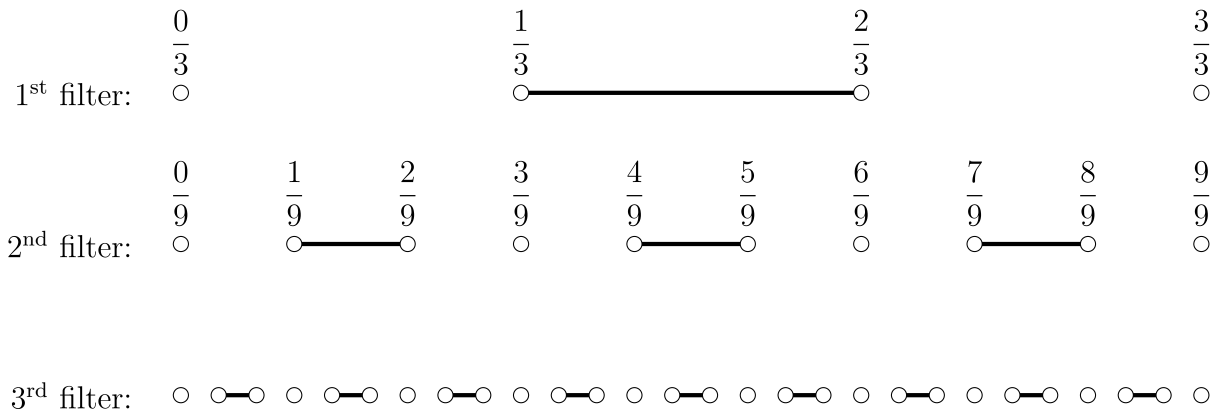
Problem S5: The Filter

Problem Description

Alice, the mathematician, likes to study real numbers that are between 0 and 1. Her favourite tool is the *filter*.

A filter covers part of the number line. When a number reaches a filter, two events can happen. If a number is not covered by the filter, the number will pass through. If a number is covered, the number will be removed.

Alice has infinitely many filters. Her first 3 filters look like this:



In general, the k-th filter can be defined as follows:

- Consider the number line from 0 to 1.
- Split this number line into 3^k equal-sized pieces. There are $3^k + 1$ points and 3^k intervals.
- The k-th filter consists of the 2^{nd} interval, 5^{th} interval, 8^{th} interval, and in general, the $(3i-1)^{\text{th}}$ interval. The points are **not** part of the k-th filter.

Alice has instructions for constructing the *Cantor set*. Start with the number line from 0 to 1. Apply all filters on the number line, and remove the numbers that are covered. The remaining numbers form the Cantor set.

Alice wants to research the Cantor set, and she came to you for help. Given an integer N, Alice would like to know which fractions $\frac{x}{N}$ are in the Cantor set.

Input Specification

The first line contains the integer N.

The following table shows how the available 15 marks are distributed.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Marks	Bounds on N	Additional Constraints
3 marks	$3 \leq N \leq 3^{18}$	N is a power of 3
4 marks	$2 \leq N \leq 10^5$	None
8 marks	$2 \leq N \leq 10^9$	None

Output Specification
Output all integers x where $0 \leq x \leq N$ and $\frac{x}{N}$ is in the Cantor set.

Output the answers in increasing order. The number of answers will not exceed 10^6.

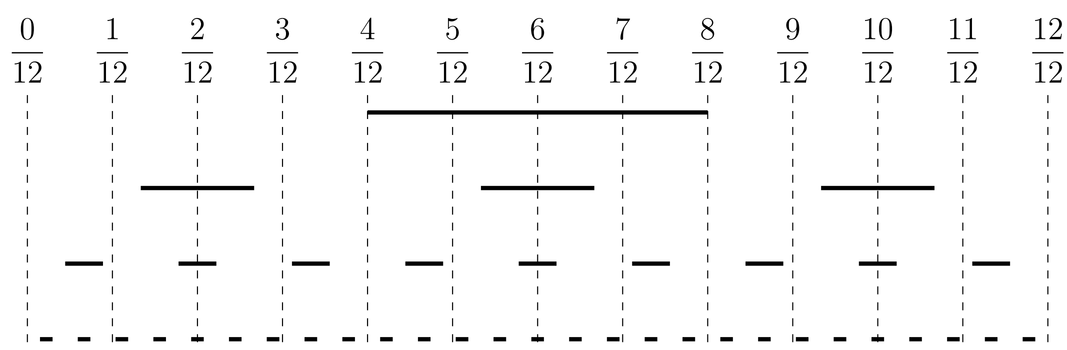
Sample Input

```
12
```

Output for Sample Input

```
0
1
3
4
8
9
11
12
```

Explanation of Output for Sample Input
Here is a diagram of the fractions and the first 4 filters. In reality, there are infinitely many filters.



$\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}$, and $\frac{7}{12}$ are not in the Cantor set because they were covered by the 1st filter.

Furthermore, $\frac{2}{12}$ and $\frac{10}{12}$ are not in the Cantor set because they were covered by the 2nd filter.

It can be shown that the remaining fractions will pass through all filters.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

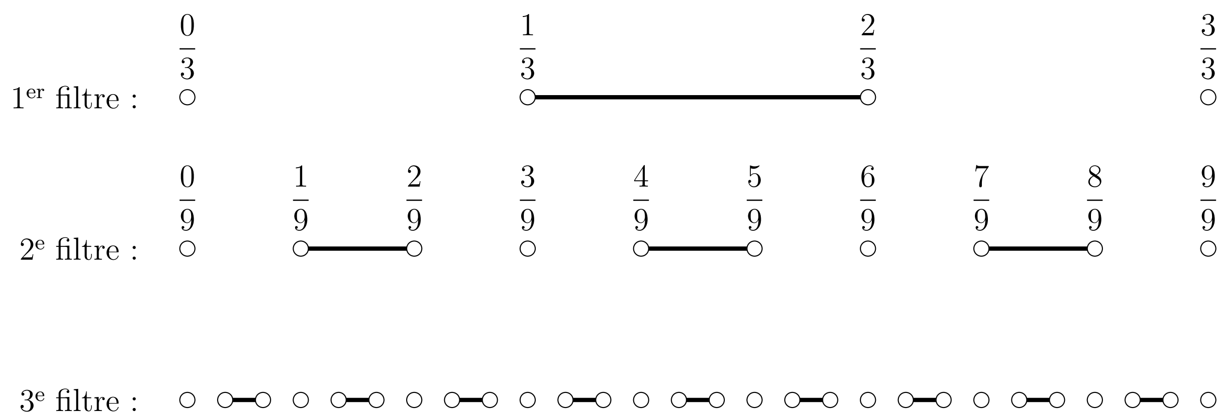
Problème S5 : Le filtre

Énoncé du problème

Alice, la mathématicienne, aime étudier les nombres réels compris entre 0 et 1. Son outil préféré est le *filtre*.

Un filtre couvre une partie de la droite numérique. Lorsqu'un nombre atteint un filtre, deux événements peuvent se produire. Si le nombre n'est pas dans l'intervalle « couvert » par le filtre, le nombre passera à travers le filtre. Si un nombre est situé dans l'intervalle « couvert » par le filtre, le nombre est supprimé.

Alice a un nombre infini de filtres. Voici ses 3 premiers filtres :



En général, on peut définir le $k^{\text{ième}}$ filtre comme suit :

— Considérons la droite numérique de 0 à 1.
— Diviser cette droite en 3^k sections de taille égale. Il y a $3^k + 1$ points et 3^k intervalles.
— Le $k^{\text{ième}}$ filtre est composé du 2^{e} intervalle, du 5^{e} intervalle, du 8^{e} intervalle et, de manière générale, du $(3i-1)^{\text{e}}$ intervalle. Le points **ne font pas** partie du $k^{\text{ième}}$ filtre.

Alice a des instructions pour construire *l'ensemble de Cantor* : commencer d'abord avec la droite numérique de 0 à 1, appliquer tous les filtres sur la droite numérique et supprimer les nombres qui sont couverts. Les nombres restants forment l'ensemble de Cantor.

Alice veut mener des recherches sur l'ensemble de Cantor, elle vient donc susciter votre aide. Étant donné un entier N, Alice aimerait savoir quelles fractions $\frac{x}{N}$ sont dans l'ensemble de Cantor.

Précisions par rapport aux données d'entrée

Le première ligne des données d'entrée contient l'entier N.

Le tableau suivant indique la manière dont les 15 points disponibles sont répartis.

Points	Bornes de N	Contraintes additionnelles
3 points	$3 \leq N \leq 3^{18}$	N est une puissance de 3
4 points	$2 \leq N \leq 10^5$	Aucune
8 points	$2 \leq N \leq 10^9$	Aucune

Précisions par rapport aux données de sortie

Les données de sortie devraient afficher tous les entiers x $(0 \leq x \leq N)$ pour lesquels $\frac{x}{N}$ est dans l'ensemble de Cantor.

Les données de sortie devraient afficher les entiers en ordre croissant. Le nombre de réponses ne devrait pas dépasser 10^6.

Exemple de données d'entrée

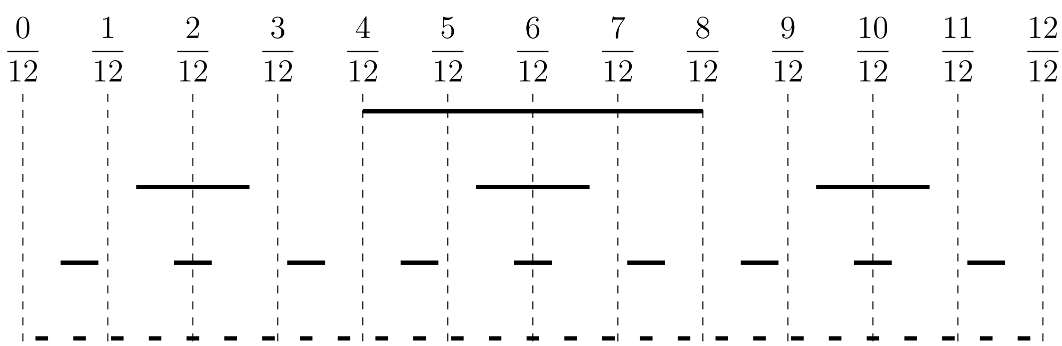
```
12
```

Exemple de données de sortie

```
0
1
3
4
8
9
11
12
```

Justification des données de sortie

Dans la figure ci-dessous, on voit les fractions et les 4 premiers filtres. Remarquons qu'il y a en réalité un nombre infini de filtres.



$\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}$ et $\frac{7}{12}$ ne sont pas dans l'ensemble de Cantor parce qu'ils ont été couverts par le 1er filtre.

De plus, $\frac{2}{12}$ et $\frac{10}{12}$ ne sont pas dans l'ensemble de Cantor parce qu'ils ont été couverts par le 2e filtre.

Il est possible de démontrer que les fractions restantes passeront à travers tous les filtres.