

Problem J4/S1: Flipper

Problem Description

You are trying to pass the time while at the optometrist. You notice there is a grid of four numbers:

| | |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |

You see lots of mirrors and lenses at the optometrist, and wonder how flipping the grid horizontally or vertically would change the grid.

Specifically, a “horizontal” flip (across the horizontal centre line) would take the original grid of four numbers and result in:

| | |
|---|---|
| 3 | 4 |
| 1 | 2 |

A “vertical” flip (across the vertical centre line) would take the original grid of four numbers and result in:

| | |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 4 | 3 |

Your task is to determine the final orientation of the numbers in the grid after a sequence of horizontal and vertical flips.

Input Specification

The input consists of one line, composed of a sequence of at least one and at most 1 000 000 characters. Each character is either H, representing a horizontal flip, or V, representing a vertical flip.

For 8 of the 15 available marks, there will be at most 1 000 characters in the input.

Output Specification

Output the final orientation of the four numbers. Specifically, each of the two lines of output will contain two integers, separated by one space.

Sample Input 1

HV

Output for Sample Input 1

4 3
2 1

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Sample Input 2

VVHH

Output for Sample Input 2

1 2

3 4

Problème J4/S1: Inverser

Énoncé du problème

Vous essayez de passer le temps chez l'optométriste. Vous remarquez une grille de quatre nombres:

| | |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |

Vous remarquez d'ailleurs plusieurs miroirs et lentilles chez l'optométriste et vous vous demandez l'effet qu'aurait une inversion horizontale ou verticale sur la grille.

Plus précisément, une inversion horizontale (sur la ligne horizontale du milieu) de la grille originale donnerait la grille suivante comme résultat:

| | |
|---|---|
| 3 | 4 |
| 1 | 2 |

Tandis qu'une inversion verticale (sur la ligne verticale du milieu) de la grille originale donnerait la grille suivante comme résultat:

| | |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 4 | 3 |

Votre tâche consiste à déterminer l'orientation finale des nombres dans la grille après une séquence d'inversions verticales et horizontales.

Précisions par rapport aux données d'entrée

Les données d'entrée ne contiennent qu'une seule ligne. Cette ligne est composée d'une séquence de caractères (dont au minimum un seul caractère et au maximum 1 000 000 caractères). Chaque caractère est soit un H (ce qui représente une inversion horizontale), soit un V (ce qui représente une inversion verticale).

Pour 8 des 15 points disponibles, il y aura au plus 1 000 caractères dans les données d'entrée.

Précisions par rapport aux données de sortie

Les données de sortie devraient afficher l'orientation finale des quatre nombres. Plus précisément, chacune des deux lignes de sortie contiendra deux entiers qui seront séparés par un espace.

Données d'entrée d'un 1^{er} exemple

HV

Données de sortie du 1^{er} exemple

4 3

2 1

Données d'entrée d'un 2^e exemple

VVHH

Données de sortie du 2^e exemple

1 2

3 4

Problem S2: Pretty Average Primes

Problem Description

For various given positive integers $N > 3$, find two primes, A and B such that N is the average (mean) of A and B . That is, N should be equal to $(A + B)/2$.

Recall that a *prime number* is an integer $P > 1$ which is only divisible by 1 and P . For example, 2, 3, 5, 7, 11 are the first few primes, and 4, 6, 8, 9 are not prime numbers.

Input Specification

The first line of input is the number T ($1 \leq T \leq 1000$), which is the number of test cases. Each of the next T lines contain one integer N_i ($4 \leq N_i \leq 1\,000\,000$, $1 \leq i \leq T$).

For 6 of the available 15 marks, all $N_i < 1\,000$.

Output Specification

The output will consist of T lines. The i th line of output will contain two integers, A_i and B_i , separated by one space. It should be the case that $N_i = (A_i + B_i)/2$ and that A_i and B_i are prime numbers.

If there are more than one possible A_i and B_i for a particular N_i , output any such pair. The order of the pair A_i and B_i does not matter.

It will be the case that there will always be at least one set of values A_i and B_i for any given N_i .

Sample Input

```
4
8
4
7
21
```

Possible Output for Sample Input

```
3 13
5 3
7 7
13 29
```

Explanation of Possible Output for Sample Input

Notice that:

$$8 = (3 + 13)/2,$$

$$4 = (5 + 3)/2,$$

$$7 = (7 + 7)/2,$$

Version française figure à la suite de la version anglaise.

$$21 = (13 + 29)/2.$$

It is interesting to note, that we can also write

$$\begin{aligned} 8 &= (5 + 11)/2 \\ 21 &= (5 + 37)/2 = (11 + 31)/2 = (19 + 23)/2 \\ 7 &= (3 + 11)/2 \end{aligned}$$

and so any of these pairs could have also been used in output. There is no pairs of primes other than 3 and 5 which average to the value of 4.

Footnote

You may have heard about *Goldbach's conjecture*, which states that every even integer greater than 2 can be expressed as the sum of two prime numbers. There is no known proof, yet, so if you want to be famous, prove that conjecture (after you finish the CCC).

This problem can be used to help verify that conjecture, since every even integer can be written as $2N$, and your task is to find two primes A and B such that $2N = A + B$.

Problème S2: Des nombres premiers assez moyens

Énoncé du problème

Étant donné différents nombres entiers positifs N où $N > 3$, déterminer deux nombres premiers, A et B , de manière que N soit égal à la moyenne de A et B . C'est-à-dire que N doit être égal à $(A + B)/2$.

À se rappeler qu'un *nombre premier* est un entier $P > 1$ qui n'est divisible que par 1 et P . Par exemple, parmi la liste des nombres premiers, les nombres 2, 3, 5, 7, 11 en sont les premiers. Les nombres 4, 6, 8, 9 ne font pas partie de cette liste car ce ne sont pas des nombres premiers.

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne des données d'entrée contient le nombre T ($1 \leq T \leq 1000$) qui représente le nombre de cas de tests. Chacune des T prochaines lignes contient un entier N_i ($4 \leq N_i \leq 1\,000\,000$, $1 \leq i \leq T$).

Pour 6 des 15 points disponibles, tout nombre N_i doit suivre la condition $N_i < 1\,000$.

Précisions par rapport aux données de sortie

Il devrait y avoir T lignes dans les données de sortie. La i^e ligne des données de sortie devrait contenir les deux entiers A_i and B_i . Ces derniers devraient être séparés par un espace. De plus, comme le précise l'énoncé du problème, A_i et B_i doivent être des nombres premiers et doivent aussi vérifier l'équation $N_i = (A_i + B_i)/2$.

Il peut exister pour N_i plus qu'un seul couple A_i et B_i . Dans ce cas, les données de sortie devraient également contenir ces autres possibilités. L'ordre dans lequel sont présentés A_i et B_i n'est pas important.

Il y aura toujours au moins un couple de valeurs A_i et B_i pour chaque valeur de N_i .

Exemple de données d'entrée

```
4
8
4
7
21
```

Exemple de données de sortie possibles

```
3 13
5 3
7 7
13 29
```

Justification des données de sortie

On remarque que:

$$\begin{aligned}8 &= (3 + 13)/2, \\4 &= (5 + 3)/2, \\7 &= (7 + 7)/2, \\21 &= (13 + 29)/2.\end{aligned}$$

D'ailleurs, on aurait pu écrire:

$$\begin{aligned}8 &= (5 + 11)/2 \\21 &= (5 + 37)/2 = (11 + 31)/2 = (19 + 23)/2 \\7 &= (3 + 11)/2\end{aligned}$$

Donc on aurait pu utiliser n'importe lequel de ces couples dans les données de sortie. Il n'y a pas de couples de nombres premiers autres que 3 et 5 qui donneraient une moyenne de 4.

Note de bas de page

Vous avez peut-être entendu parler de la *conjecture de Goldbach* selon laquelle tout entier pair supérieur à 2 peut être exprimé par la somme de deux nombres premiers. Cette conjecture n'a toujours pas été validée par manque de preuves. Donc, si vous voulez devenir célèbre, il n'y aura qu'à la prouver (une fois que vous aurez terminé le CCI).

Ce problème peut être utilisé dans la vérification de cette conjecture car chaque entier pair peut être écrit de la forme $2N$, et votre tâche est de trouver deux nombres premiers A et B tels que $2N = A + B$.

Problem S3: Arithmetic Square

Problem Description

You are given a 3×3 grid which contains integers.

Some of the 9 elements in the grid will have a value already, and the remaining elements will be unspecified.

Your task is to determine values for the unspecified elements such that each row, when read from left-to-right is an arithmetic sequence, and that each column, when read from the top-down, is an arithmetic sequence.

Recall that an *arithmetic sequence* of length three is a sequence of integers of the form

$$a, a + d, a + 2d$$

for integer values of a and d . Note that d may be any integer, including zero or a negative integer.

Input Specification

The input will be 3 lines long. Each line will have three space-separated values. Each value will either be an integer in the range from $-1\,000\,000$ to $1\,000\,000$, inclusive, or the symbol X.

For 4 of the 15 marks available, there will be at most 3 X symbols in the input.

For an additional 3 of the 15 marks available, all integer values in the input will be between -10 and 10, inclusive.

For an additional 4 of the 15 marks available, there will be at least 7 X symbols in the input.

For an additional 2 of the 15 marks available, all integer values in the input will be even numbers.

Output Specification

The output will be 3 lines long. Each line will have three space-separated integers. All integers that were given in the input must be in their same position (i.e., same row and same column as in the input). All rows and columns must form arithmetic sequences. All integers in the output must be between $-1\,000\,000\,000$ and $1\,000\,000\,000$, inclusive.

If there is more than one solution, output any solution. There is guaranteed to be at least one solution.

Sample Input 1

```
8 9 10
16 X 20
24 X 30
```

Output for Sample Input 1

```
8 9 10
```

La version française figure à la suite de la version anglaise.

```
16 18 20
24 27 30
```

Explanation of Output for Sample Input 1

Notice that the second element of the second row must be $16 + t$ and since $20 = 16 + 2t$, then $t = 2$, and thus, this unspecified element must be 18. A similar argument applies to the second element of the third row.

Sample Input 2

```
14 X X
X X 18
X 16 X
```

Possible Output for Sample Input 2

```
14 20 26
18 18 18
22 16 10
```

Explanation of Output for Sample Input 2

This is one of many possible solutions. For example, another solution is:

```
14 16 18
14 16 18
14 16 18
```

Problème S3: Carré Arithmétique

Énoncé du problème

Vous recevez une grille 3×3 qui contient des entiers.

Parmi les 9 éléments dans la grille, certains auront déjà une valeur tandis que d'autres seront indéterminés.

Votre tâche consiste à déterminer les valeurs des éléments indéterminés telles que chaque rangée, lue de gauche à droite, soit une suite arithmétique et que chaque colonne, lue de haut en bas, soit elle aussi une suite arithmétique.

À se rappeler qu'une *suite arithmétique* de longueur trois est une suite d'entiers de la forme

$$a, a + d, a + 2d$$

où a et d sont des valeurs entières. Remarquons aussi que d peut être un entier quelconque, y compris zéro ou un entier négatif.

Précisions par rapport aux données d'entrée

Il devrait y avoir 3 lignes dans les données d'entrée. Chaque ligne contiendra trois valeurs dont chacune des valeurs sera séparée des autres par un espace. Chaque valeur sera soit un entier de $-1\,000\,000$ à $1\,000\,000$, soit le symbole X.

Pour 4 des 15 points disponibles, il y aura un maximum de 3 symboles X dans les données d'entrée.

Pour 3 autres points parmi les 15 points disponibles, les entiers des données d'entrée auront tous des valeurs de -10 à 10 .

Pour 4 autres points parmi les 15 points disponibles, il y aura un minimum de 7 symboles X dans les données d'entrée.

Pour 2 autres points parmi les 15 points disponibles, tous les entiers dans les données d'entrée seront des nombres pairs.

Précisions par rapport aux données de sortie

Il devrait y avoir 3 lignes dans les données de sortie. Chaque ligne contiendra trois entiers dont chacun des entiers sera séparé des autres par un espace. Tous les entiers qui se trouvaient dans les données d'entrée doivent être situés à la même position (c.-à-d. dans la même rangée et dans la même colonne qu'ils ne l'étaient dans les données d'entrée). Toutes les rangées et toutes les colonnes doivent former des suites arithmétiques. Les entiers des données de sortie auront tous des valeurs de $-1\,000\,000\,000$ à $1\,000\,000\,000$.

Il y aura toujours au moins une solution. Dans le cas où il existerait plusieurs solutions, fournissez-en au moins une.

Données d'entrée d'un 1^{er} exemple

English version appears before the French version

8 9 10
16 X 20
24 X 30

Données de sortie du 1^{er} exemple

8 9 10
16 18 20
24 27 30

Justification des données de sortie du 1^{er} exemple

On remarque que le deuxième élément de la deuxième rangée doit être $16+t$. Puisque $20 = 16+2t$, donc $t = 2$, ainsi cet élément indéterminé doit être 18. On peut utiliser le même argument pour le deuxième élément de la troisième rangée.

Données d'entrée d'un 2^e exemple

14 X X
X X 18
X 16 X

Données de sortie possibles pour le 2^e exemple

14 20 26
18 18 18
22 16 10

Justification des données de sortie du 2^e exemple

Celle-ci n'est qu'une solution parmi plusieurs. Voici, par exemple, une autre solution:

14 16 18
14 16 18
14 16 18

Problem S4: Tourism

Problem Description

You are planning a trip to visit N tourist attractions. The attractions are numbered from 1 to N and must be visited in this order. You can visit at most K attractions per day, and want to plan the trip to take the fewest number of days as possible.

Under these constraints, you want to find a schedule that has a nice balance between the attractions visited each day. To be precise, we assign a score a_i to attraction i . Given a schedule, each day is given a score equal to the maximum score of all attractions visited that day. Finally, the scores of each day are summed to give the total score of the schedule. What is the maximum possible total score of the schedule, using the fewest days possible?

Input Specification

The first line contains two space-separated integers N and K ($1 \leq K \leq N \leq 10^6$).

The next line contains N space separated integers a_i ($1 \leq a_i \leq 10^9$).

For 3 of the 15 available marks, $2K \geq N$.

For an additional 3 of the 15 available marks, $K \leq 100$ and $N \leq 10^5$.

Output Specification

Output a single integer, the maximum possible total score.

Sample Input

```
5 3
2 5 7 1 4
```

Output for Sample Input

```
12
```

Explanation of Output for Sample Input

We need to have at least two days to visit all the attractions, since we cannot visit all attractions in one day.

Visiting the first two attractions on day 1 will give a score of 5, and visiting the last three attractions on day 2 will give a score of 7, for a total score of 12.

Visiting three attractions on day 1, and two attractions on day 2, which is the only possibility to visit in the fewest number of days possible, would yield a total score of $7 + 4 = 11$.

Problème S4: Le tourisme

Énoncé du problème

Vous planifiez un voyage afin de visiter N attractions touristiques. Les attractions touristiques sont numérotées de 1 à N et doivent être visitées dans cet ordre. Vous pouvez visiter un maximum de K attractions par jour. Vous essayez d'ailleurs de planifier votre voyage de manière qu'il soit aussi court que possible (c.-à.d. le moins de jours possible).

De plus, vous souhaitez établir un horaire plus ou moins équilibré quant au nombre d'attractions que vous visitez par jour. Par souci de précision, on attribue un score de a_i à l'attraction i . Le score d'une journée correspond au score le plus élevé parmi tous les scores des attractions qui ont été visitées ce jour-là. Enfin, on additionne les scores de toutes les journées du voyage afin d'obtenir le score total de l'horaire. En voyageant le moins de jours possible, quel est le score total maximal possible de l'horaire?

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne contiendra deux valeurs, soit N et K ($1 \leq K \leq N \leq 10^6$), dont chacune sera séparée de l'autre par un espace.

La prochaine ligne contiendra N entiers a_i ($1 \leq a_i \leq 10^9$) dont chacune sera séparée des autres par un espace.

Pour 3 des 15 points disponibles, $2K \geq N$.

Pour 3 autres points parmi les 15 points disponibles, $K \leq 100$ et $N \leq 10^5$.

Précisions par rapport aux données de sortie

Les données de sortie ne devraient contenir qu'un seul entier, soit le score total maximal possible.

Exemple de données d'entrée

```
5 3
2 5 7 1 4
```

Exemple de données de sortie

```
12
```

Justification des données de sortie

Il nous faudra au moins deux jours de voyage afin de visiter les attractions car on ne peut pas toutes les visiter en une seule journée.

En visitant les deux premières attractions lors du premier jour, on obtient un score de 5 pour cette journée. En visitant les trois dernières attractions lors du deuxième jour, on obtient un score de 7 pour cette deuxième journée. Donc, le score total est égal à 12.

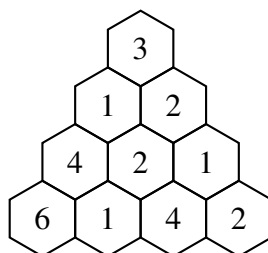
En considérant les autres possibilités, il faut garder en tête que le voyage doit être aussi court que

possible. On aurait donc pu visiter trois attractions lors du premier jour et deux attractions lors du deuxième jour afin d'obtenir un score total de $7 + 4 = 11$.

Problem S5: Triangle: The Data Structure

Problem Description

In a parallel universe, the most important data structure in computer science is the *triangle*. A triangle of size M consists of M rows, with the i -th row containing i elements. Furthermore, these rows must be arranged to form the shape of an equilateral triangular. That is, each row is centered around a vertical line of symmetry through the middle of the triangle. For example, the diagram below shows a triangle of size 4:



A triangle contains sub-triangles. For example, the triangle above contains ten sub-triangles of size 1, six sub-triangles of size 2 (two of which are the triangle containing $(3, 1, 2)$ and the triangle containing $(4, 6, 1)$), three sub-triangles of size 3 (one of which contains $(2, 2, 1, 1, 4, 2)$). Note that every triangle is a sub-triangle of itself.

You are given a triangle of size N and must find the sum of the maximum elements of every sub-triangle of size K .

Input Specification

The first line contains two space-separated integers N and K ($1 \leq K \leq N \leq 3000$).

Following this are N lines describing the triangle. The i -th of these lines contains i space-separated integers $a_{i,j}$ ($0 \leq a_{i,j} \leq 10^9$), representing the i -th row of the triangle.

For 4 of the 15 available marks, $N \leq 1000$.

Output Specification

Output the integer sum of the maximum elements of every sub-triangle of size K .

Sample Input

```
4 2
3
1 2
4 2 1
6 1 4 2
```

Output for Sample Input

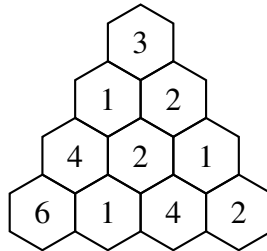
```
23
```

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Problème S5: Le triangle en tant que structure de données

Énoncé du problème

Dans un monde parallèle, la structure de données la plus importante dans le domaine de l'informatique est le *triangle*. Un triangle de taille M comprend M rangées dont la i^e rangée contient i éléments. De plus, on doit arranger ces rangées de manière qu'elles aient la forme d'un triangle équilatéral. C'est-à-dire que chaque rangée a son centre sur la ligne de symétrie verticale du triangle. Par exemple, on voit dans la figure ci-dessous un triangle de taille 4:



Un triangle contient aussi des sous-triangles. Par exemple, le triangle ci-dessus contient dix sous-triangles de taille 1, six sous-triangles de taille 2 (dont deux sont les triangles qui contiennent $(3, 1, 2)$ et $(4, 6, 1)$), trois sous-triangles de taille 3 (dont le triangle qui contient $(2, 2, 1, 1, 4, 2)$). On remarque aussi que chaque triangle est son propre sous-triangle.

Étant donné un triangle de taille N , déterminer la somme des éléments maximal de chaque sous-triangle de taille K .

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne contiendra deux entiers, soit N et K ($1 \leq K \leq N \leq 3000$), qui seront séparés l'un de l'autre par un espace.

Les N lignes suivantes décriront le triangle. Parmi ces lignes, la i^e ligne contiendra i entiers $a_{i,j}$ ($0 \leq a_{i,j} \leq 10^9$) qui seront séparés les uns des autres par un espace. Ces derniers représenteront la i^e rangée du triangle.

Pour 4 des 15 points disponibles, $N \leq 1000$.

Précisions par rapport aux données de sortie

Il devrait y avoir la somme des éléments maximal de chaque sous-triangle de taille K .

Exemple de données d'entrée

```
4 2
3
1 2
4 2 1
6 1 4 2
```

Exemple de données de sortie

```
23
```