Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Pascal 2023

(9e année – Secondaire III)

le mercredi 22 février 2023
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 23 février 2023
(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

1. Puisque 110 003 est supérieur à 110 000 et que chacun des quatre autres choix de réponse est inférieur à 110 000, alors l'entier 110 003 est celui dont la valeur est la plus grande.

   Réponse : (B)

2. De gauche à droite, le nombre de carrés ombrés dans chaque colonne qui en contient est 1, 3, 5, 4, 2.
   Donc, il y a $1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15$ carrés ombrés.
   On aurait également pu remarquer qu'exactement la moitié des 30 carrés sont ombrés puisque chaque colonne qui contient des carrés ombrés peut être appariée avec une colonne contenant le même nombre de carrés non ombrés. (La 1re colonne est appariée avec la 8e colonne, la 2e colonne est appariée avec la 7e, la 3e avec la 6e et la 4e avec la 5e.)
   Donc, il y a effectivement $\frac{1}{2} \times 30 = 15$ carrés ombrés.

   Réponse : (C)

3. On a $2^3 - 2 + 3 = 2 \times 2 \times 2 - 2 + 3 = 8 - 2 + 3 = 9$.

   Réponse : (C)

4. Puisque $3 + \triangle = 5$, alors $\triangle = 5 - 3 = 2$.
   Puisque $\triangle + \square = 7$ et $\triangle = 2$, alors $\square = 5$.
   Donc, $\triangle + \triangle + \triangle + \square + \square = 3 \times 2 + 2 \times 5 = 6 + 10 = 16$.

   Réponse : (E)

5. On a $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} = 0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 = 0{,}333$.

   Réponse : (A)

6. Puisque $\frac{1}{3}$ de x est égal à 4, alors x est égal à 3×4 ou 12. Donc, $\frac{1}{6}$ de x est égal à $12 \div 6 = 2$.
   On aurait pu dire que puisque $\frac{1}{6}$ est la moitié de $\frac{1}{3}$, alors $\frac{1}{6}$ de x est égal à la moitié de $\frac{1}{3}$ de x, soit $4 \div 2$ ou 2.

   Réponse : (C)

7. Jurgen fait ses bagages et se rend à la gare routière en $25 + 35 = 60$ minutes.
   Puisqu'il arrive à la gare routière 60 minutes avant le départ de son bus, alors il a commencé à faire ses bagages $60 + 60 = 120$ minutes, soit 2 heures, avant le départ de son bus.
   Puisque son bus part à 18 h 45, alors Jurgen a commencé à faire ses bagages à 16 h 45.

   Réponse : (A)

8. Puisque les lettres du mot RHOMBUS occupent 7 des 31 espaces, alors il y a $31 - 7 = 24$ espaces vides.
   Puisqu'il doit y avoir un nombre égal d'espaces vides de chaque côté du mot, alors il doit y avoir $24 \div 2 = 12$ espaces vides de chaque côté du mot.
   Donc, en comptant à partir de la gauche, la lettre R doit être placée dans l'espace numéro $12 + 1 = 13$.

   Réponse : (B)

9. La notation décimale de $\frac{1}{7}$ est composée d'un bloc de 6 chiffres qui se répète, soit les chiffres 142857.
   Puisque $16 \times 6 = 96$, alors le 96e chiffre après la virgule décimale est le dernier chiffre de l'un de ces blocs. C'est-à-dire que le 96e chiffre est 7.
   Cela signifie que le 97e chiffre est 1, le 98e chiffre est 4, le 99e chiffre est 2 et le 100e chiffre est 8.

   Réponse : (D)

10. Le chemin que la fourmi parcourt de A à B est vertical et a une longueur de 5.
Le chemin que la fourmi parcourt de B à C est horizontal et a une longueur de 8.
Le chemin que la fourmi parcourt de C à A ne suit pas les lignes du quadrillage. On peut déterminer la longueur de CA à l'aide du théorème de Pythagore car AB et BC forment un angle droit.
On a donc $CA^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89$.
Puisque $CA > 0$, alors $CA = \sqrt{89}$.
Donc, la fourmi a parcouru une distance totale de $5 + 8 + \sqrt{89}$ ou $13 + \sqrt{89}$.
Réponse : (D)

11. Supposons que le prisme initial ait une longueur de ℓ cm, une largeur de w cm et une hauteur de h cm.
Puisque le prisme a un volume de 12 cm^3, alors $\ell wh = 12$.
Le nouveau prisme a une longueur de 2ℓ cm, une largeur de $2w$ cm et une hauteur de $3h$ cm.
Le volume de ce prisme, en cm^3, est égal à $(2l) \times (2w) \times (3h) = 2 \times 2 \times 3 \times lwh = 12 \times 12 = 144$.
Réponse : (E)

12. Puisque $31 = 3 \times 10 + 1$ et $94 = 3 \times 31 + 1$ et $331 = 3 \times 110 + 1$ et $907 = 3 \times 302 + 1$, alors 31, 94, 331 et 907 paraissent dans la deuxième colonne du tableur de Morgan.
Donc, 131 doit être l'entier qui ne parait pas dans le tableur de Morgan. (Remarquons que 131 est 2 de plus que $3 \times 43 = 129$ et n'est donc pas 1 de plus qu'un multiple de 3.)
Réponse : (C)

13. La température a baissé de 16,2°C $-$ ($-$3,6°C) = 19,8°C entre ces deux moments.
Puisque l'on sait qu'il y a douze heures entre 15 h 00 un jour et 3 h du matin du lendemain, il s'ensuit que le temps qui s'est écoulé entre 15 h 00 un jour et 2 h du matin du lendemain est égal à onze heures.
Puisque la température a baissé de manière constante entre ces deux moments, alors le taux auquel la température a baissé est égal à $\dfrac{19{,}8°\text{C}}{11 \text{ h}} = 1{,}8°\text{C/h}$.
Réponse : (B)

14. Chaque porte a 2 « états » possibles, soit ouverte ou fermée.
Donc, il y a $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$ combinaisons possibles d'états pour les 4 portes.
Si exactement deux des quatre portes sont ouvertes, ces portes peuvent être soit la 1$^{\text{re}}$ et la 2$^{\text{e}}$, soit la 1$^{\text{re}}$ et la 3$^{\text{e}}$, soit la 1$^{\text{re}}$ et la 4$^{\text{e}}$, soit la 2$^{\text{e}}$ et la 3$^{\text{e}}$, soit la 2$^{\text{e}}$ et la 4$^{\text{e}}$, soit la 3$^{\text{e}}$ et la 4$^{\text{e}}$. Donc, il y a 6 manières dont deux des quatre portes peuvent être « ouvertes ».
Puisque chacune des portes est aléatoirement ouverte ou fermée, alors la probabilité qu'exactement deux des quatre portes soient ouvertes est égale à $\frac{6}{16}$, soit $\frac{3}{8}$.
Réponse : (A)

15. Nasim peut acheter 24 cartes en achetant trois paquets de 8 cartes ($3 \times 8 = 24$).
Nasim peut acheter 25 cartes en achetant cinq paquets de 5 cartes ($5 \times 5 = 25$).
Nasim peut acheter 26 cartes en achetant deux paquets de 5 cartes et deux paquets de 8 cartes ($2 \times 5 + 2 \times 8 = 26$).
Nasim peut acheter 28 cartes en achetant quatre paquets de 5 cartes et un paquet de 8 cartes ($4 \times 5 + 1 \times 8 = 28$).
Nasim peut acheter 29 cartes en achetant un paquet de 5 cartes et trois paquets de 8 cartes ($1 \times 5 + 3 \times 8 = 29$).

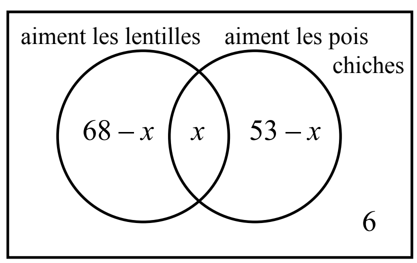
Nasim ne peut pas acheter exactement 27 cartes car le nombre de cartes qu'il peut obtenir à partir des paquets de 8 cartes est soit 0, 8, 16 ou 24, ce qui laisserait 27, 19, 11 ou 3 cartes à obtenir à partir des paquets de 5 cartes. Or, étant donné que 27, 19, 11 et 3 ne sont pas des multiples de 5, cela n'est pas possible.
Donc, Nasim peut acheter exactement n cartes pour cinq des six valeurs de n.

RÉPONSE : (A)

16. Supposons que Mathilde avait m pièces au début du mois dernier et que Salah avait s pièces au début du mois dernier.
D'après l'énoncé, 100 est 25 % de plus que m. Donc, $100 = 1{,}25m$, d'où on a donc $m = \dfrac{100}{1{,}25} = 80$.
D'après l'énoncé, 100 est 20 % de moins que s. Donc, $100 = 0{,}80s$, d'où on a donc $s = \dfrac{100}{0{,}80} = 125$.
Donc, au début du mois dernier, Mathilde et Salah avaient $m+s = 80+125 = 205$ pièces en tout.

RÉPONSE : (E)

17. Soit x le nombre d'élèves qui aiment à la fois les lentilles et les pois chiches.
Puisque 68 élèves aiment les lentilles, ces 68 élèves vont soit aimer les pois chiches, soit ne pas les aimer.
Puisque x élèves aiment à la fois les lentilles et les pois chiches, alors x des 68 élèves qui aiment les lentilles aiment également les pois chiches, d'où $68-x$ élèves aiment les lentilles mais n'aiment pas les pois chiches.
Puisque 53 élèves aiment les pois chiches, alors $53-x$ élèves aiment les pois chiches mais n'aiment pas les lentilles.
On sait qu'il y a 100 élèves en tout et que 6 d'entre eux n'aiment ni les lentilles ni les pois chiches.
On peut représenter ces résultats au moyen d'un diagramme de Venn :



Puisqu'il y a 100 élèves en tout, alors $(68 - x) + x + (53 - x) + 6 = 100$, d'où $127 - x = 100$ ou $x = 27$. Donc, il y a 27 élèves qui aiment à la fois les lentilles et les pois chiches.

RÉPONSE : (B)

18. Puisque $\angle ABD = 180°$ et que $\angle ABC = x°$, alors $\angle CBD = 180° - x°$.
Puisque les mesures des angles du triangle BCD ont une somme de 180°, alors

$$\angle BDC = 180° - (180° - x°) - 90° = x° - 90°$$

De même, $\angle GFD = 180°$ et $\angle FDE = y° - 90°$. Finalement, $\angle BDF = 180°$, d'où

$$\begin{aligned} \angle BDC + \angle CDE + \angle FDE &= 180° \\ (x° - 90°) + 80° + (y° - 90°) &= 180° \\ x + y - 100 &= 180 \end{aligned}$$

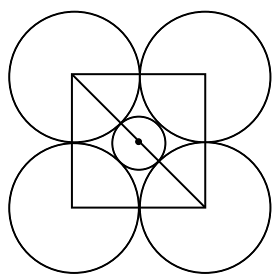
On a donc $x + y = 280$.

RÉPONSE : (D)

19. Avant que Kyne n'enlève les barrettes, Hélène avait 4 barrettes rouges et $4+5+7 = 16$ barrettes en tout. Donc, la probabilité pour qu'elle choisisse au hasard une barrette rouge était égale à $\frac{4}{16}$, soit $\frac{1}{4}$.
Après que Kyne a enlevé les barrettes, la probabilité pour qu'Hélène choisisse au hasard une barrette rouge est égale à $2 \times \frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$.
Puisque Hélène avait 4 barrettes rouges au départ, alors il ne lui reste que 4, 3, 2, 1 ou 0 barrettes rouges après que Kyne a enlevé k barrettes rouges.
Puisque la probabilité pour qu'Hélène choisisse une barrette rouge est supérieure à 0, il n'est pas possible qu'il ne lui reste plus de barrettes rouges.
Puisque la probabilité pour qu'elle choisisse une barrette rouge est égale à $\frac{1}{2}$, alors le nombre total de barrettes qu'il lui reste après que k barrettes ont été enlevées doit être égal au double du nombre de barrettes rouges. Donc, le nombre total de barrettes qu'il lui reste après que k barrettes ont été enlevées est soit 8, soit 6, soit 4, soit 2.
Donc, les valeurs possibles de k sont $16 - 8 = 8$ ou $16 - 6 = 10$ ou $16 - 4 = 12$ ou $16 - 2 = 14$.
Parmi ces valeurs possibles, 12 est l'un des choix de réponse. (Une possibilité est que Kyne enlève 2 des barrettes rouges, 5 des barrettes bleues et 5 des barrettes vertes, laissant ainsi 2 barrettes rouges et 2 barrettes vertes.)

Réponse : (C)

20. Dans la figure ci-dessous, on trace l'une des diagonales du carré qui passe au centre de ce dernier.



Par symétrie, le centre du petit cercle est le centre du carré. (Si cela n'était pas le cas, cela signifierait que l'un des quatre grands cercles est différent des autres d'une manière ou d'une autre, ce qui n'est pas le cas.)
De plus, les diagonales du carré passent par les points où le petit cercle est tangent aux grands cercles. (Le segment de droite allant de chaque sommet du carré au centre du petit cercle passe par le point de tangence. Ces quatre segments de droites sont de même longueur et se rejoignent à angle droit ; ce que l'on peut remarquer par le fait que l'apparence du diagramme demeure inchangée si on le fait tourner de 90 degrés. Donc, chacun de ces segments de droites est la moitié d'une diagonale.)
Puisque chacun des grands cercles a un rayon de 5, le carré a des côtés de longueur $5 + 5 = 10$.
Puisque le carré a des côtés de longueur 10, alors d'après le théorème de Pythagore, la longueur de ses diagonales est égale à $\sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200}$.
Donc, $5 + 2r + 5 = \sqrt{200}$, d'où $2r = \sqrt{200} - 10$ ou $r \approx 2{,}07$.
Parmi les choix de réponse, r est plus près de 2,1, soit (C).

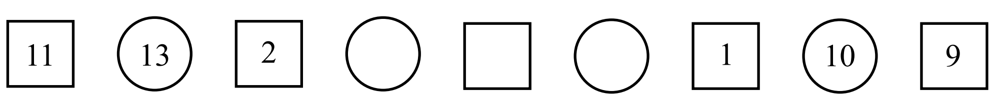
Réponse : (C)

21. Appliquons l'algorithme d'Alice :
   - Étape 1 : Alice écrit le nombre $m = 3$ comme premier terme.
   - Étape 2 : Puisque $m = 3$ est impair, alors elle pose $n = m + 1 = 4$.
   - Étape 3 : Alice écrit le nombre $m + n + 1 = 8$ comme deuxième terme.
   - Étape 4 : Alice pose $m = 8$.
   - Étape 2 : Puisque $m = 8$ est pair, Alice pose $n = \frac{1}{2}m = 4$.
   - Étape 3 : Alice écrit $m + n + 1 = 13$ comme troisième terme.
   - Étape 4 : Alice pose $m = 13$.
   - Étape 2 : Puisque $m = 13$ est impair, Alice pose $n = m + 1 = 14$.
   - Étape 3 : Alice écrit $m + n + 1 = 28$ comme quatrième terme.
   - Étape 4 : Alice pose $m = 28$.
   - Étape 2 : Puisque $m = 28$ est pair, Alice pose $n = \frac{1}{2}m = 14$.
   - Étape 3 : Alice écrit $m + n + 1 = 43$ comme cinquième terme.
   - Étape 5 : Puisqu'elle a cinq termes, elle s'arrête.

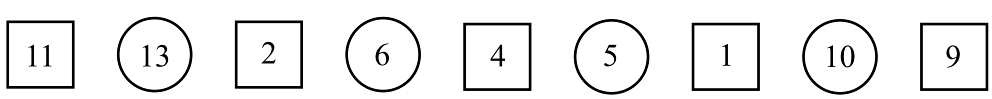
   Donc, le cinquième terme est 43.

   Réponse : 43

22. D'après les données de l'énoncé, si a et b se trouvent dans deux carrés consécutifs, alors $a + b$ se trouve dans le cercle qui les sépare.
   Comme tous les entiers que l'on peut utiliser sont positifs, alors $a + b$ est supérieur à a et à b.
   Cela signifie que le plus grand entier de la liste, soit 13, ne peut être ni x ni y (et ne peut être placé dans un carré) car l'entier dans le cercle à côté doit être inférieur à 13 (qui est le plus grand entier de la liste) et ne peut donc pas être égal à la somme de 13 et d'un autre entier positif de la liste.
   Donc, pour que la valeur de $x + y$ soit aussi grande que possible, il faudrait que x et y soient égaux à 10 et 11 dans un certain ordre. Or, on est confronté au même problème : il n'y a qu'un seul entier de la liste supérieur à 10 et à 11 (soit 13) qui pourrait aller dans les cercles à côté de 10 et 11 ; cependant, puisque chaque entier ne peut être utilisé qu'une seule fois, alors les cercles à côté de 10 et 11 ne peuvent contenir tous deux l'entier 13.
   Donc, la plus grande valeur possible suivante de $x + y$ se produit lorsque $x = 9$ et $y = 11$ (ou lorsque $y = 9$ et $x = 11$).
   Dans ce cas, on pourrait avoir $13 = 11 + 2$ et $10 = 9 + 1$, d'où on aurait la liste partielle suivante :



   Afin de remplir les conditions du problème, les entiers restants (4, 5 et 6) peuvent être placés dans les cercles et les carrés de la manière suivante :



   On voit donc que la plus grande valeur possible de $x + y$ est 20.

   Réponse : 20

23. Soit w, x, y, z les quatre entiers de Dewa.
À partir des quatre entiers, on peut former quatre groupes différents de trois entiers chacun. Les moyennes de ces groupes d'entiers sont :

$$\frac{w+x+y}{3}, \frac{w+x+z}{3}, \frac{w+y+z}{3}, \frac{x+y+z}{3}$$

Ces moyennes sont égales à 32, 39, 40, 44, dans un ordre quelconque.
Chaque groupe de trois entiers a une somme qui est égale à 3 fois sa moyenne. Donc, les sommes des groupes d'entiers sont 96, 117, 120, 132, dans un ordre quelconque.
Autrement dit, $w+x+y$, $w+x+z$, $w+y+z$, $x+y+z$ sont égaux à 96, 117, 120, 132, dans un ordre quelconque.
Donc,

$$(w+x+y)+(w+x+z)+(w+y+z)+(x+y+z) = 96+117+120+132$$

d'où

$$3w+3x+3y+3z = 465$$

ou

$$w+x+y+z = 155$$

Puisque les quatre entiers ont une somme de 155 et que les groupes de trois entiers ont pour sommes 96, 117, 120, 132, alors les quatre entiers sont

$$155-96=59 \qquad 155-117=38 \qquad 155-120=35 \qquad 155-132=23$$

d'où l'entier le plus grand est 59.

Réponse : 59

24. Supposons que la pyramide à base triangulaire $APQR$ a pour base le triangle APQ et pour hauteur l'arête AR.
Puisque cette pyramide est construite à un sommet du cube, alors le triangle APQ est rectangle en A et AR est perpendiculaire à la base.
L'aire du triangle APQ est égale à $\frac{1}{2} \times AP \times AQ = \frac{1}{2}x(x+1)$. La hauteur de la pyramide est égale à $\frac{x+1}{2x}$.
Donc, le volume de la pyramide est égal à $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}x(x+1) \times \frac{x+1}{2x}$, ce qui est équivalent à $\frac{(x+1)^2}{12}$.
Puisque le cube a des arêtes de longueur 100, son volume est égal à 100^3, soit 1 000 000.
Donc, 1 % de 1 000 000 est égal à $\frac{1}{100}$ de 1 000 000, soit 10 000.
Donc, 0,01% de 1 000 000 est égal à $\frac{1}{100}$ de 10 000, soit 100.
On voit donc que 0,04 % de 1 000 000 est égal à 400 et que 0,08 % de 1 000 000 est égal à 800.
On veut déterminer le nombre d'entiers x pour lesquels $\frac{(x+1)^2}{12}$ est compris entre 400 et 800.
Cela revient à déterminer le nombre d'entiers x pour lesquels $(x+1)^2$ est compris entre $12 \times 400 = 4800$ et $12 \times 800 = 9600$.
Puisque $\sqrt{4800} \approx 69{,}28$ et $\sqrt{9600} \approx 97{,}98$, alors les carrés parfaits compris entre 4800 et 9600 sont $70^2, 71^2, 72^2, \ldots, 96^2, 97^2$.

Ces valeurs sont donc les valeurs possibles de $(x+1)^2$, d'où les valeurs possibles de x sont donc $69, 70, 71, \ldots, 95, 96$.
Il y a donc $96 - 69 + 1 = 28$ valeurs de x.

Réponse : 28

25. Puisque la liste a, b, c, d, e a une médiane de 2023 et que $a \leq b \leq c \leq d \leq e$, alors $c = 2023$.
Puisque 2023 parait plus d'une seule fois dans la liste, alors cet entier parait 5, 4, 3 ou 2 fois.

<u>1er cas : 2023 parait 5 fois</u>
Dans ce cas, la liste est 2023, 2023, 2023, 2023, 2023.
Il n'existe qu'une seule telle liste.

<u>2e cas : 2023 parait 4 fois</u>
Dans ce cas, la liste est 2023, 2023, 2023, 2023, x ; x étant soit inférieur, soit supérieur à 2023.
Puisque la moyenne de la liste est égale à 2023, les entiers de la liste ont pour somme 5×2023, ce qui signifie que $x = 5 \times 2023 - 4 \times 2023 = 2023$, ce qui est une contradiction.
Il y a donc 0 telles listes dans ce cas.

<u>3e cas : 2023 parait 3 fois</u>
Dans ce cas, la liste est a, b, 2023, 2023, 2023 (avec $a < b < 2023$) ou a, 2023, 2023, 2023, e (avec $a < 2023 < e$) ou 2023, 2023, 2023, d, e (avec $2023 < d < e$).
Dans le premier cas, la moyenne de la liste sera inférieure à 2023 puisque la somme des entiers sera inférieure à 5×2023.
Dans le troisième cas, la moyenne de la liste sera supérieure à 2023 puisque la somme des entiers sera supérieure à 5×2023.
Il faut donc considérer la liste a, 2023, 2023, 2023, e avec $a < 2023 < e$.
Puisque cette liste a une moyenne de 2023, alors la somme des cinq entiers de la liste est égale à 5×2023, ce qui signifie que $a + e = 2 \times 2023$.
Puisque a est un entier strictement positif, alors $1 \leq a \leq 2022$. Pour chaque telle valeur de a, il existe une valeur correspondante de e égale à $4046 - a$, qui est effectivement supérieure à 2023.
Puisqu'il existe 2022 choix possibles pour a, alors il y a 2022 listes dans ce cas.

<u>4e cas (A) : 2023 parait 2 fois ; $c = d = 2023$</u>
(Remarquons que si 2023 parait 2 fois et puisque $c = 2023$ et $a \leq b \leq c \leq d \leq e$, alors on a soit $c = d = 2023$, soit $b = c = 2023$.)
Dans ce cas, la liste est a, b, 2023, 2023, e avec $1 \leq a < b < 2023 < e$.
Cette liste a pour médiane 2023 et aucun autre entier ne parait plus d'une fois. Donc, il lui reste à remplir la condition relative à la moyenne.
Pour ce faire, la somme des entiers de cette liste doit être égale à 5×2023, ce qui signifie que $a + b + e = 3 \times 2023 = 6069$.
Toute paire de valeurs de a et b avec $1 \leq a < b < 2023$ donnera une telle liste en définissant $e = 6069 - a - b$. (Remarquons que puisque $a < b < 2023$, alors on aura effectivement $e > 2023$.)
Si $a = 1$, il y a 2021 valeurs possibles de b, soit $2 \leq b \leq 2022$.
Si $a = 2$, il y a 2020 valeurs possibles de b, soit $3 \leq b \leq 2022$.
Chaque fois que la valeur de a augmente de 1, il y aura 1 valeur possible de moins pour b, jusqu'à ce que $a = 2021$ et $b = 2022$ (une seule valeur).
Donc, le nombre de paires de valeurs de a et b dans ce cas est égal à

$$2021 + 2020 + \cdots + 2 + 1 = \tfrac{1}{2} \times 2021 \times 2022 = 2021 \times 1011$$

ce qui est égal au nombre de listes dans ce cas.

4$^{\text{e}}$ cas (B) : 2023 parait 2 fois ; $b = c = 2023$

Dans ce cas, la liste est a, 2023, 2023, d, e avec $1 \leq a < 2023 < d < e$.
Cette liste a pour médiane 2023 et aucun autre entier ne parait plus d'une fois. Donc, il lui reste à remplir la condition relative à la moyenne.
Pour ce faire, la somme des entiers de cette liste doit être égale à 5×2023, ce qui signifie que $a + d + e = 3 \times 2023 = 6069$.
Si $d = 2024$, alors $a + e = 4045$. Puisque $1 \leq a \leq 2022$ et que $2025 \leq e$, on pourrait avoir $e = 2025$ et $a = 2020$ ou $e = 2026$ et $a = 1019$ et ainsi de suite. Il y a 2020 telles paires puisqu'il n'y a plus de possibilités une fois que a ait atteint 1.
Si $d = 2025$, alors $a + e = 4044$. Puisque $1 \leq a \leq 2022$ et que $2026 \leq e$, on pourrait avoir $e = 2026$ et $a = 2018$ ou $e = 2027$ et $a = 1017$ et ainsi de suite. Il y a 2018 telles paires.
À mesure que d augmente de 1, la somme $a+e$ diminue de 1 et la valeur minimale de e augmente de 1, ce qui signifie que la valeur maximale de a diminue de 2, ce qui signifie à son tour que le nombre de paires de valeurs de a et e diminue de 2. Cela se poursuit jusqu'à ce qu'on atteigne $d = 3033$ (à ce point, il y a 2 paires de a et e).
Donc, le nombre de paires de valeurs de a et e dans ce cas est égal à

$$2020 + 2018 + 2016 + \cdots + 4 + 2$$

ce qui est égal à

$$2 \times (1 + 2 + \cdots + 1008 + 1009 + 1010)$$

qui est à son tour égal à $2 \times \frac{1}{2} \times 1010 \times 1011$, soit 1010×1011.

On voit donc que le nombre total de listes a, b, c, d, e est égal à

$$N = 1 + 2022 + 2021 \times 1011 + 1010 \times 1011 = 1 + 1011 \times (2 + 2021 + 1010) = 1 + 1011 \times 3033$$

Donc, $N = 3\,066\,364$.
La somme des chiffres de N est égale à $3 + 0 + 6 + 6 + 3 + 6 + 4$, soit 28.

Réponse : 28