



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Pascal

(9<sup>e</sup> année – Sec. III)

le mercredi 23 février 2022

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 24 février 2022

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée: 60 minutes

©2022 University of Waterloo

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

## Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Les parties A et B du concours sont composées de questions à choix multiple. Chacune de ces questions est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. La réponse juste à chaque question de la partie C est un entier de 0 à 99 inclusivement. Après avoir décidé de votre réponse, remplissez les deux cercles appropriés sur la feuille-réponse. Une réponse à un chiffre (p. ex.  $\langle 7 \rangle$ ) doit être codée avec un zéro non significatif ( $\langle 07 \rangle$ ).
8. Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C. Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée. Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
9. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
10. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.
11. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Pascal, Cayley ou Fermat.

---

*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca). Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

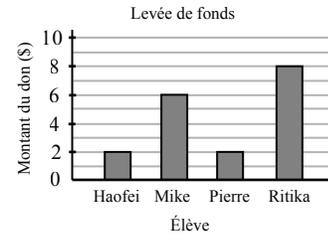
### Partie A (5 points par bonne réponse)

1. L'expression  $\frac{20 + 22}{2}$  est égale à :

- (A) 1                      (B) 4                      (C) 20                      (D) 21                      (E) 22

2. Le diagramme ci-contre représente les sommes d'argent dont quatre élèves ont fait don à une levée de fonds organisée par leur école. Quelle est la somme totale d'argent dont ils ont fait don à leur école ?

- (A) 20 \$                      (B) 18 \$                      (C) 16 \$  
(D) 14 \$                      (E) 22 \$



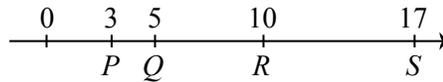
3. Quelle est la valeur de  $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{4}{8} + \frac{8}{16}$  ?

- (A)  $\frac{1}{4}$                       (B)  $\frac{1}{2}$                       (C) 0                      (D) 4                      (E) 2

4. Lequel des nombres suivants est le plus près de  $-3,4$  ?

- (A)  $-4$                       (B)  $-3$                       (C) 0                      (D) 3                      (E) 4

5. Les points  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  et  $S$  sont indiqués sur la droite numérique ci-dessous.



Le rapport des longueurs  $PR : QS$  est égal à :

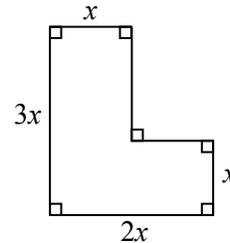
- (A) 7 : 12                      (B) 10 : 17                      (C) 1 : 1                      (D) 5 : 12                      (E) 7 : 17

6. Rosalie a 4 tâches à accomplir et Sophie a 14 tâches à accomplir. Pour que Rosalie et Sophie accomplissent le même nombre de tâches, combien de tâches Sophie devrait-elle confier à Rosalie ?

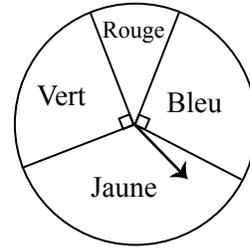
- (A) 6                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 7                      (E) 2

7. Dans la figure ci-contre, les longueurs de quatre côtés de la figure sont exprimées en fonction de  $x$  ( $x \neq 0$ ). Quel est le périmètre de la figure ?

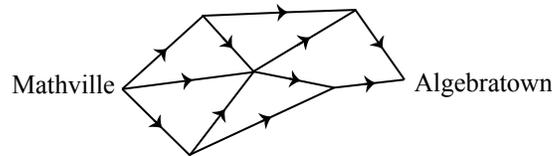
- (A)  $8x$                       (B)  $9x$                       (C)  $12x$   
(D)  $11x$                       (E)  $10x$



8. Un disque est divisé en 4 secteurs, comme dans la figure ci-contre. Les secteurs Vert et Bleu ont chacun un angle au centre de  $90^\circ$ . Une flèche est fixée au centre du disque. On la fait tourner une fois. Quelle est la probabilité pour que la flèche s'arrête sur le secteur Rouge ou le secteur Jaune ?



- (A)  $\frac{1}{8}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{3}{8}$   
 (D)  $\frac{1}{2}$       (E)  $\frac{3}{4}$
9. La droite d'équation  $y = 2x + b$  passe au point  $(-4, 0)$ . Quelle est la valeur de  $b$  ?  
 (A)  $\frac{1}{2}$       (B) 1      (C) 2      (D) 4      (E) 8
10. Selon la carte ci-dessous, plusieurs itinéraires mènent de Mathville à Algebratown.

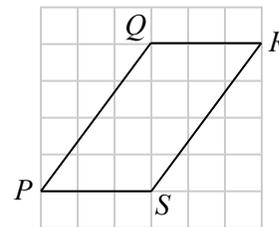


Chaque itinéraire doit suivre les routes dans le sens indiqué par les flèches. Combien y a-t-il d'itinéraires menant de Mathville à Algebratown ?

- (A) 3      (B) 4      (C) 8      (D) 6      (E) 10

**Partie B (6 points par bonne réponse)**

11. Dans le quadrillage  $6 \times 6$  ci-contre, les points  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  et  $S$  sont situés sur des points d'intersection des lignes du quadrillage. Quel est le périmètre du parallélogramme  $PQRS$  ?



- (A) 14      (B) 15      (C) 16  
 (D) 17      (E) 18
12. Parmi les entiers de 1 à 100, combien ont au moins un chiffre égal à 6 ?  
 (A) 17      (B) 18      (C) 19      (D) 21      (E) 22
13. Mayar et Rose sont situées à une distance de 90 mètres l'une de l'autre. Elles commencent à courir l'une vers l'autre en même temps. Mayar court deux fois plus vite que Rose. Quelle distance Mayar aura-t-elle parcourue lorsqu'elles se rencontrent ?  
 (A) 15 m      (B) 30 m      (C) 45 m      (D) 60 m      (E) 75 m
14. Dhruv est plus âgé que Bev. Bev est plus âgé que Elcim. Elcim est plus jeune qu'André. André est plus jeune que Bev. Bev est plus jeune que Cao. Qui est le troisième plus âgé ?  
 (A) André      (B) Bev      (C) Cao      (D) Dhruv      (E) Elcim
15. Parmi les entiers 19, 21, 23, 25, 27, combien peuvent être exprimés comme la somme de deux nombres premiers ?  
 (A) 3      (B) 4      (C) 1      (D) 2      (E) 5

16. Alodie, Bingyi et Cheska jouent un jeu à deux joueurs qui ne se termine jamais à égalité. Lors d'un tournoi entre ces trois joueurs, un total de 60 parties a été joué et chaque couple de joueurs a joué le même nombre de parties.
- Quand Alodie et Bingyi jouaient, Alodie gagnait 20 % des parties.
  - Quand Bingyi et Cheska jouaient, Bingyi gagnait 60 % des parties.
  - Quand Cheska et Alodie jouaient, Cheska gagnait 40 % des parties.
- Combien de parties Bingyi a-t-elle gagnées ?
- (A) 12            (B) 24            (C) 28            (D) 30            (E) 36
17. Les entiers  $a$ ,  $b$  et  $c$  vérifient les équations  $a + 5 = b$ ,  $5 + b = c$  et  $b + c = a$ . Quelle est la valeur de  $b$  ?
- (A) -30            (B) -20            (C) -10            (D) 0            (E) 5
18. Cinq boules numérotées de 1 à 5 sont placées en ordre sur une table. On réorganise l'ordre des boules en exécutant une séquence d'étapes. Dans la 1<sup>re</sup> étape, on ramasse la boule la plus à droite et on la place au milieu des quatre autres boules. (On écarte les autres boules de manière à pouvoir effectuer la manoeuvre.) Ensuite, dans la 2<sup>e</sup> étape, on ramasse la boule la plus à gauche et on la place au milieu des quatre autres boules. Ces étapes sont répétées, les boules les plus à droite et les plus à gauche étant ramassées et placées au milieu des quatre autres boules à tour de rôle. Immédiatement après l'étape  $N$ , les boules sont dans l'ordre inverse de leur ordre initial. Lequel des choix de réponse suivants est une valeur possible de  $N$  ?
- Ordre initial:  
 (1) (2) (3) (4) (5)  
 Après la 1<sup>re</sup> étape:  
 (1) (2) (5) (3) (4)  
 Après la 2<sup>e</sup> étape:  
 (2) (5) (1) (3) (4)
- (A) 2020            (B) 2028            (C) 2031  
 (D) 2027            (E) 2025
19. Miyuki a envoyé par SMS un entier de six chiffres à Greer. Parmi les six chiffres, deux chiffres étaient des 3. Malheureusement, les deux 3 que Miyuki a envoyés ont disparu et Greer n'a reçu qu'un entier de quatre chiffres, soit 2022. Quel est le nombre d'entiers de six chiffres possibles que Miyuki aurait pu envoyer par SMS ?
- (A) 20            (B) 10            (C) 5            (D) 25            (E) 15
20. On découpe une pizza en 10 parts. Parmi les parts, deux correspondent chacune à  $\frac{1}{24}$  de la pizza entière, quatre correspondent chacune à  $\frac{1}{12}$ , deux correspondent chacune à  $\frac{1}{8}$  et deux correspondent chacune à  $\frac{1}{6}$ . Un groupe de  $n$  amis se partage la pizza en distribuant toutes ces parts. Ils ne coupent aucune de ces parts. Chacun des  $n$  amis reçoit, au total, une fraction égale de la pizza entière. Les valeurs de  $n$  ( $2 \leq n \leq 10$ ) pour lesquelles ceci *n'est pas* possible ont une somme de :
- (A) 31            (B) 35            (C) 40            (D) 39            (E) 36

---

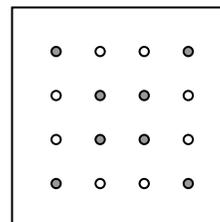
**Partie C (8 points par bonne réponse).**

Chaque bonne réponse est un entier de 0 à 99 inclusivement.

Une réponse à un chiffre (p. ex. « 7 ») doit être codée avec un zéro non significatif (« 07 »).

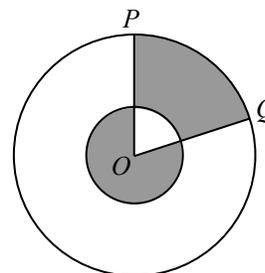
**Remarque:** L'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de 12345 est 45. L'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de 6307 est 7, que l'on code 07.

21. Un panneau perforé de dimensions 5 cm  $\times$  5 cm et un autre de dimensions 10 cm  $\times$  10 cm ont chacun des trous aux intersections de lignes horizontales et verticales invisibles. Ces lignes invisibles paraissent par intervalles de 1 cm en partant de chaque bord. Des crochets droits sont placés dans les trous sur les deux diagonales principales des deux panneaux perforés. On voit dans la figure ci-contre le panneau perforé de dimensions 5 cm  $\times$  5 cm. Ce dernier comporte 16 trous. Les 8 trous ombrés sont ceux dans lesquels des crochets sont insérés tandis que les 8 trous non ombrés sont ceux qui sont vides. Combien y a-t-il de trous vides dans le panneau perforé de dimensions 10 cm  $\times$  10 cm ?



22. Quel est l'entier formé par les deux chiffres les plus à droite de l'entier égal à  $4^{127} + 5^{129} + 7^{131}$  ?

23. Dans la figure ci-contre, deux cercles ont pour centre  $O$ . Le petit cercle a un rayon de 1 tandis que le grand cercle a un rayon de 3. Les points  $P$  et  $Q$  sont placés sur le grand cercle de manière que les deux régions ombrées aient des aires égales. Si  $\angle POQ = x^\circ$ , quelle est la valeur de  $x$  ?

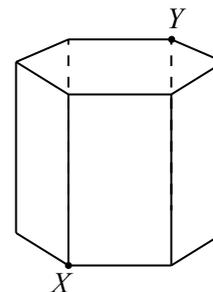


24. Un *nombre Pretti* est un entier strictement positif de sept chiffres qui satisfait aux propriétés suivantes :

- L'entier formé par ses trois chiffres les plus à gauche est un carré parfait.
- L'entier formé par ses quatre chiffres les plus à droite est un cube parfait.
- Son chiffre des dizaines de mille est égal à celui des unités.
- Son chiffre des unités de mille n'est pas égal à zéro.

Combien y a-t-il de nombres Pretti ?

25. Un prisme droit à base hexagonale a une hauteur de 165 cm. Ses deux faces hexagonales sont des hexagones réguliers dont les côtés mesurent 30 cm de longueur. Les six autres faces du prisme sont des rectangles. Une mouche et une fourmi partent du point  $X$  situé sur la face inférieure et se rendent au point  $Y$  situé sur la face supérieure. La mouche vole à travers le prisme en empruntant le chemin le plus court. La fourmi rampe autour de l'extérieur du prisme le long d'un chemin à pente constante, de manière qu'elle fasse le tour du prisme exactement



$n + \frac{1}{2}$  fois,  $n$  étant un entier strictement positif quelconque. La distance parcourue par la fourmi est plus de 20 fois celle parcourue par la mouche. Quelle est la plus petite valeur possible de  $n$  ?



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

**Pour les élèves...**

Merci d'avoir participé au concours Pascal de 2022! Chaque année, plus de 265 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignante ou votre enseignant à vous inscrire au concours Fryer qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- plus d'information à propos du concours Fryer
- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

**Pour les enseignants...**

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours