Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Gauss

8^e – Sec. II

(Concours pour la 7^e année au verso)

le mercredi 12 mai 2021
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 13 mai 2021
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Durée: 1 heure

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Si vous avez des doutes, demandez des explications au surveillant ou à la surveillante.
4. Ce concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq réponses possibles: **A**, **B**, **C**, **D** et **E**. Une seule réponse est juste. Lorsque votre choix est établi, indiquez la lettre appropriée pour cette question sur la feuille-réponse.
5. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
   Il n'y a *pas de pénalité* pour une réponse fautive.
   Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
6. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles sont là pour aider seulement.
7. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom et le nom et l'endroit de leur école dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Vous y trouverez aussi des copies des concours précédents, ainsi que des renseignements sur les publications qui sont d'excellentes ressources pour de l'enrichissement, de la résolution de problèmes et la préparation pour des concours.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée.*
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de $999 + 999$?

(A) 2999 **(B)** 181 818 **(C)** 1998 **(D)** 999 999 **(E)** 198

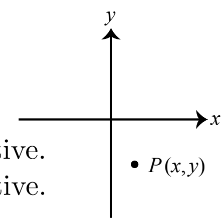
2. Un triangle équilatéral a un périmètre de 15 m. Quelle est la longueur de chaque côté du triangle ?

(A) 7,5 m **(B)** 5 m **(C)** 3,75 m **(D)** 10 m **(E)** 17 m

3. Quel est le plus grand multiple de 4 inférieur à 100 ?

(A) 99 **(B)** 96 **(C)** 97 **(D)** 98 **(E)** 94

4. Pour le diagramme ci-contre, lequel des énoncés suivants est vrai quant aux coordonnées du point $P(x,y)$?



(A) Les valeurs de x et y sont toutes les deux positives.
(B) La valeur de x est positive tandis que la valeur de y est négative.
(C) La valeur de x est négative tandis que la valeur de y est positive.
(D) Les valeurs de x et y sont toutes les deux négatives.
(E) La valeur de x est 0 tandis que la valeur de y est négative.

5. Si $x = -6$, laquelle des expressions suivantes a la plus grande valeur ?

(A) $2 + x$ **(B)** $2 - x$ **(C)** $x - 1$ **(D)** x **(E)** $x \div 2$

6. Une fontaine d'eau coule à un débit constant de 500 mL toutes les 6 secondes. À ce débit, combien de temps faut-il pour remplir une bouteille de 250 mL ?

(A) 2 s **(B)** 9 s **(C)** 3 s **(D)** 6 s **(E)** 1 s

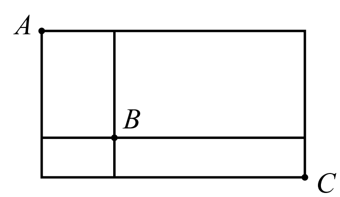
7. Le nombre 17 est un exemple d'un nombre premier qui demeure premier même si l'on inverse ses chiffres (c'est-à-dire que 71 est également un nombre premier). Lequel des nombres premiers suivants a également cette propriété ?

(A) 29 **(B)** 53 **(C)** 23 **(D)** 13 **(E)** 41

8. Un sac contient d'abord 5 haricots rouges et 9 haricots noirs. On rajoute au sac 3 haricots rouges et 3 haricots noirs. Si l'on choisit un haricot au hasard du sac, quelle est la probabilité que ce haricot soit rouge ?

(A) $\frac{3}{8}$ **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** $\frac{4}{5}$ **(D)** $\frac{5}{8}$ **(E)** $\frac{8}{17}$

9. Dans la figure ci-contre, une fourmi commence son chemin à A et ne se déplace que vers la droite ou vers le bas tout en restant sur les segments de droites indiqués. Combien de chemins différents mènent de A à C en passant par B ?



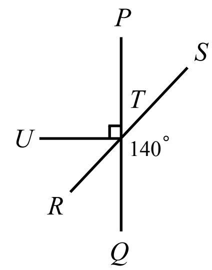
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4
(D) 5 **(E)** 6

10. On peut réarranger les chiffres de 2021 pour obtenir d'autres nombres entiers de quatre chiffres entre 1000 et 3000. Quelle est la plus grande différence possible entre deux tels nombres ?

(A) 1188 **(B)** 1098 **(C)** 1080 **(D)** 2088 **(E)** 999

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Dans la figure ci-contre, PQ et RS se coupent en T. Si $\angle STQ = 140°$ et $\angle PTU = 90°$, quelle est la mesure de l'angle RTU ?

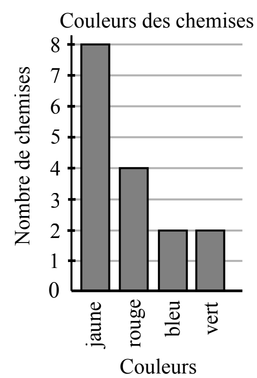


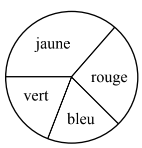
(A) 30° **(B)** 90° **(C)** 50°
(D) 40° **(E)** 140°

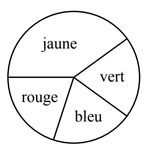
12. Lequel des nombres suivants est égal à la somme de trois entiers consécutifs ?

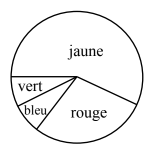
(A) 17 **(B)** 11 **(C)** 25 **(D)** 21 **(E)** 8

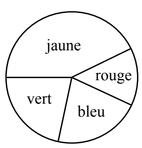
13. Lequel des diagrammes circulaires suivants représente le mieux les données du diagramme à bandes ci-contre ?

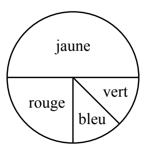


(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


14. Un nombre entier a exactement 6 facteurs positifs. L'un de ses facteurs est 16. Lequel des choix suivants pourrait être ce nombre ?

(A) 16 **(B)** 32 **(C)** 6 **(D)** 49 **(E)** 48

15. Un triangle a des angles intérieurs dont les mesures présentent le rapport 1 : 4 : 7. Quelles sont les mesures des angles ?

(A) $12°, 48°, 120°$ **(B)** $10°, 40°, 70°$ **(C)** $20°, 25°, 155°$
(D) $15°, 60°, 105°$ **(E)** $14°, 56°, 110°$

16. Une liste de sept nombres, soit $1, 2, 5, 10, 25, 50, 100$, se répète de manière à produire la régularité suivante :

$$1, 2, 5, 10, 25, 50, 100, 1, 2, 5, 10, 25, 50, 100, \ldots$$

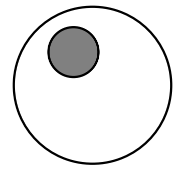
Quelle est la somme des 18e et 75e nombres de la régularité ?

(A) 110 **(B)** 11 **(C)** 27 **(D)** 7 **(E)** 35

17. L'équipe de soccer de Gaussville a remporté 40 % de ses 40 premiers matchs. L'équipe a ensuite remporté n jeux d'affilée. Sachant qu'à ce moment-là l'équipe avait remporté 50 % de tous ses matchs, quelle est la valeur de n ?

(A) 4 **(B)** 10 **(C)** 12 **(D)** 8 **(E)** 9

18. Dans la figure ci-contre, le rayon du grand cercle est 3 fois plus grand que le rayon du petit cercle. Quelle fraction de l'aire du grand cercle n'est pas ombrée ?



(A) $\frac{8}{9}$ **(B)** $\frac{2}{3}$ **(C)** $\frac{5}{6}$
(D) $\frac{7}{9}$ **(E)** $\frac{1}{3}$

19. Asima et Nile pensent chacun à un entier supérieur à 0. Chacun d'eux double son entier, puis soustrait 10 du résultat et multiplie finalement cette différence par 4. Leurs résultats ont une somme de 440. Combien y a-t-il de possibilités pour l'entier initial d'Asima ?

(A) 64 **(B)** 44 **(C)** 65 **(D)** 45 **(E)** 66

20. Les faces d'un dé juste sont numérotées de 1 à 6. Ruby et Sam jettent chacun le dé. Ensuite, Sam soustrait le nombre qu'il a obtenu de celui qu'a obtenu Ruby. Quelle est la probabilité que le résultat de cette soustraction soit un nombre négatif ?

(A) $\frac{5}{18}$ **(B)** $\frac{5}{12}$ **(C)** $\frac{7}{12}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ **(E)** $\frac{5}{6}$

Partie C (8 points par bonne réponse)

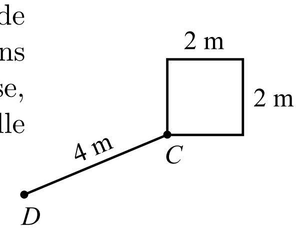
21. Quelle est la somme des chiffres de l'entier égal à $10^{2021} - 2021$?

(A) 18194 **(B)** 18176 **(C)** 18167 **(D)** 18153 **(E)** 18185

22. Les nombres premiers 23 et 29 sont des *nombres premiers consécutifs* puisque 29 est le plus petit nombre premier supérieur au nombre premier 23. Parmi les entiers strictement positifs qui sont inférieurs à 900, combien peuvent être exprimés sous la forme d'un produit de deux nombres premiers consécutifs ou plus ?

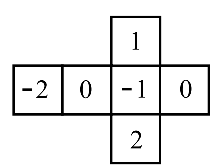
(A) 14 **(B)** 13 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 15

23. Dans la figure ci-contre, une laisse de chien mesurant 4 m de long est attachée au coin C d'une niche carrée de dimensions 2 m $\times$ 2 m. Un chien est attaché à l'autre extrémité de la laisse, représentée par D. Quelle est l'aire de la région dans laquelle le chien peut jouer à l'extérieur de la niche ?



(A) 14π m^2 **(B)** 16π m^2 **(C)** 20π m^2
(D) 15π m^2 **(E)** 24π m^2

24. Jonas construit un grand cube de dimensions $n \times n \times n$ à l'aide de cubes de dimensions $1 \times 1 \times 1$ dont on voit le développement ci-contre. Quelle est la plus petite valeur de n telle que la somme des faces extérieures du cube de dimensions $n \times n \times n$ puisse être supérieure à 1500 ?



(A) 9 **(B)** 11 **(C)** 12
(D) 13 **(E)** 16

25. Le carré $PQRS$ a des côtés de longueur 8. On divise ce dernier en quatre régions rectangulaires en traçant deux segments de droites de manière que l'un des segments soit parallèle à PQ tandis que l'autre soit parallèle à QR. Ces segments de droites peuvent être tracés de N façons de sorte que l'aire de chacune des quatre régions rectangulaires soit un entier strictement positif. Quel est le reste lorsque l'on divise N^2 par 100 ?

(A) 9 **(B)** 61 **(C)** 1 **(D)** 41 **(E)** 36