Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Gauss

8^e – Sec. II

(Concours pour la 7^e année au verso)

le mercredi 13 mai 2020
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 14 mai 2020
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée: 1 heure

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Si vous avez des doutes, demandez des explications au surveillant ou à la surveillante.
4. Ce concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq réponses possibles: **A**, **B**, **C**, **D** et **E**. Une seule réponse est juste. Lorsque votre choix est établi, indiquez la lettre appropriée pour cette question sur la feuille-réponse.
5. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
   Il n'y a *pas de pénalité* pour une réponse fautive.
   Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
6. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles sont là pour aider seulement.
7. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom et le nom et l'endroit de leur école dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Vous y trouverez aussi des copies des concours précédents, ainsi que des renseignements sur les publications qui sont d'excellentes ressources pour de l'enrichissement, de la résolution de problèmes et la préparation pour des concours.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée.*
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Combien des nombres de la liste 1,5; 0,03; −0,2; 0,76 sont inférieurs à 1 ?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

2. Le coût total de 4 cartons de lait de 1 litre chacun est de 4,88 $. Combien coûte un carton de lait de 1 litre ?

(A) 0,88 $ **(B)** 1,44 $ **(C)** 1,88 $ **(D)** 4,22 $ **(E)** 1,22 $

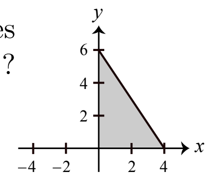
3. Lequel des choix suivants est égal à un nombre entier ?

(A) $\frac{8}{6}$ **(B)** $\frac{9}{5}$ **(C)** $\frac{10}{4}$ **(D)** $\frac{11}{3}$ **(E)** $\frac{12}{2}$

4. Sachant que $x = 4$ et $x + y = 0$, quelle est la valeur de y ?

(A) 0 **(B)** -2 **(C)** -3 **(D)** -1 **(E)** -4

5. Dans la figure ci-contre, un segment de droite joint les points $(0, 6)$ et $(4, 0)$. Quelle est l'aire du triangle ombré ?



(A) 12 **(B)** 5 **(C)** 18

(D) 10 **(E)** 48

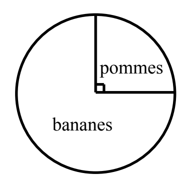
6. Un carré parfait est un nombre entier dont la racine carrée est aussi un nombre entier. Par exemple, 144 est un carré parfait puisqu'il a 12 comme racine carrée. Combien y a-t-il de carrés parfaits entre 2 et 20 ?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

7. Yvon a 4 cahiers différents et 5 stylos différents. Il doit apporter exactement un cahier et exactement un stylo à son cours. Combien de combinaisons différentes de cahiers et de stylos pourrait-il apporter ?

(A) 9 **(B)** 16 **(C)** 20 **(D)** 10 **(E)** 5

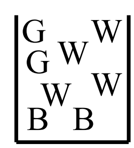
8. Dans le diagramme circulaire ci-contre, 168 élèves ont choisi les bananes comme fruit préféré. Combien d'élèves ont choisi les pommes comme fruit préféré ?



(A) 42 **(B)** 56 **(C)** 48

(D) 60 **(E)** 38

9. Dans la figure ci-contre, on voit un sac qui contient des lettres. Elina choisit au hasard l'une des lettres du sac. Quelle est la probabilité qu'Elina choisisse un B ?



(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{4}{3}$

(D) $\frac{3}{4}$ **(E)** $\frac{1}{8}$

10. Vita choisit un nombre de 1 à 10. Balil ajoute 5 à ce nombre et désigne b comme étant le résultat de cette addition. Cali soustrait 5 du nombre qu'a choisi Vita et désigne c comme étant le résultat de cette soustraction. Quelle est la valeur de $b - c$?

(A) 25 **(B)** -10 **(C)** 0 **(D)** 5 **(E)** 10

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Chaque mardi, un autobus s'arrête à la première station de son itinéraire, soit la bibliothèque publique, à 13 h. L'autobus continue de s'arrêter à cette même station toutes les 20 minutes. L'autobus s'arrête pour la dernière fois à cette station à 18 h. Combien de fois l'autobus s'arrête-t-il à la bibliothèque publique les mardis ?

    (A) 16 **(B)** 14 **(C)** 10 **(D)** 20 **(E)** 18

12. Dans l'addition ci-contre, P, Q et R représentent chacun un chiffre. Quelle est la valeur de $P + Q + R$?

$$\begin{array}{r} P\,Q\,R \\ +\quad Q\,R \\ \hline 1\,0\,1\,2 \end{array}$$

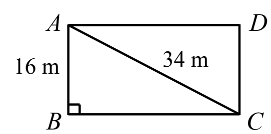
    (A) 12 **(B)** 15 **(C)** 13

    (D) 22 **(E)** 20

13. Émile et Olivia ont tous les deux participé à une course. Leur temps de course ont totalisé 1 heure 52 minutes. Sachant qu'Émile a pris 4 minutes de moins qu'Olivia pour terminer la course, en combien de minutes Olivia a-t-elle complété la course ?

    (A) 78 **(B)** 56 **(C)** 58 **(D)** 74 **(E)** 55

14. Dans la figure ci-contre, le côté AB du rectangle $ABCD$ a une longueur de 16 m tandis que la diagonale AC du rectangle a une longueur de 34 m. Quel est le périmètre du rectangle $ABCD$?



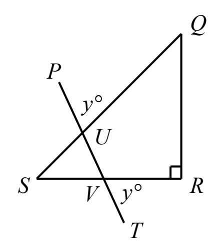
    (A) 46 m **(B)** 126 m **(C)** 100 m

    (D) 92 m **(E)** 240 m

15. Francesca choisit deux entiers de la liste $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ de manière que le premier entier qu'elle choisit soit toujours inférieur au second. Combien de tels couples ont 3 comme somme de leurs entiers ?

    (A) 8 **(B)** 5 **(C)** 4 **(D)** 7 **(E)** 6

16. Dans la figure ci-contre, le triangle QRS est un triangle rectangle isocèle avec $QR = SR$ et $\angle QRS = 90°$. Le segment de droite PT coupe SQ en U et SR en V. Sachant que $\angle PUQ = \angle RVT = y°$, quelle est la valeur de y ?



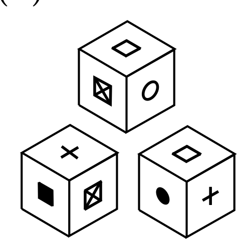
    (A) 72.5 **(B)** 60 **(C)** 67.5

    (D) 62.5 **(E)** 70

17. Marc a joué 5 matchs de basket. Il a marqué des paniers lors de chacun des matchs et a obtenu les pointages suivants pour ses 5 matchs : x, 11, 13, y, 12. Combien y a-t-il de médianes différentes pour les pointages de ses 5 matchs ?

    (A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

18. Dans la figure ci-contre, on voit trois vues différentes des côtés d'un même cube. L'une des faces du cube contient le symbole ●. Quel est le symbole contenu dans la face opposée ?



    (A) + **(B)** ■ **(C)** ⊠

    (D) □ **(E)** ○

19. Sachant que X est égal à 20 % de 50, que 40 est égal à 20 % de Y et que 40 est égal à Z % de 50, quelle est la valeur de $X + Y + Z$?

    (A) 218 **(B)** 335 **(C)** 98 **(D)** 290 **(E)** 380

20. Sachant que a et b sont des entiers strictement positifs et que $\frac{20}{19} = 1 + \dfrac{1}{1+\frac{a}{b}}$, quelle est la plus petite valeur possible de $a+b$?

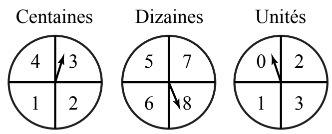
(A) 16 **(B)** 19 **(C)** 20 **(D)** 38 **(E)** 39

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Dans un sac, le rapport des boules vertes aux boules jaunes est de 3 : 7. Lorsqu'on retire 9 boules de chaque couleur, le rapport des boules vertes aux boules jaunes est alors de 1 : 3. Combien de boules y avait-il au départ dans le sac ?

(A) 60 **(B)** 90 **(C)** 100 **(D)** 70 **(E)** 80

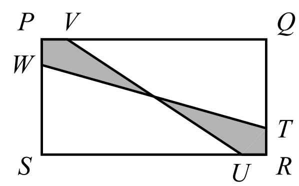
22. On utilise les trois disques ci-contre afin de déterminer le chiffre des centaines, le chiffre des dizaines et le chiffre des unités d'un nombre de trois chiffres. Parmi les nombres de trois chiffres possibles que l'on peut former de cette manière, combien sont divisibles par 6 ?



(A) 11 **(B)** 16 **(C)** 22

(D) 12 **(E)** 9

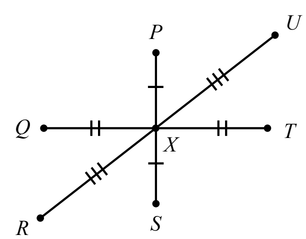
23. Dans la figure ci-contre, le rectangle $PQRS$ a $PS = 2$ et $PQ = 4$. De plus, les points T, U, V et W sont situés de manière que $RT = RU = PW = PV = a$. Sachant que VU et WT passent par le centre du rectangle, pour quelle valeur de a la région ombrée aurait-elle une aire égale à $\frac{1}{8}$ de celle du rectangle $PQRS$?



(A) $\frac{2}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{2}{5}$

(D) $\frac{1}{3}$ **(E)** $\frac{1}{4}$

24. Chaque 12 minutes, l'autobus A effectue un tour de son itinéraire en passant de P à X à S à X à P. Chaque 20 minutes, l'autobus B effectue un tour de son itinéraire en passant de Q à X à T à X à Q. Chaque 28 minutes, l'autobus C effectue un tour de son itinéraire en passant de R à X à U à X à R. À 13 h, les autobus A, B et C quittent, respectivement, de P, Q et R, chacun conduisant à une vitesse constante et chacun se retournant instantanément en arrivant au point final de son itinéraire. Les trois autobus ont circulé jusqu'à 23 h. Entre 17 h et 22 h, combien de fois y a-t-il eu deux autobus ou plus qui sont arrivés à X en même temps ?



(A) 18 **(B)** 19 **(C)** 20

(D) 21 **(E)** 22

25. Une *suite FT* est une suite d'entiers strictement positifs de 2020 termes dont chaque terme, à partir du troisième, est obtenu en additionnant les deux termes précédants. Par exemple, si les deux premiers termes d'une suite FT sont 8 et 7, la suite débuterait par 8, 7, 15, 22, 37, ... Pour un entier strictement positif quelconque, m, il y a exactement 2415 suites FT dont chacun des deux premiers termes serait inférieur à $2m$ et dont le nombre de termes impairs est supérieur au double du nombre de termes pairs. Quelle est la valeur de m ?

(A) 21 **(B)** 69 **(C)** 115 **(D)** 35 **(E)** 105