



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le mercredi 15 avril 2020

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 16 avril 2020

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 75 minutes

©2020 University of Waterloo

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

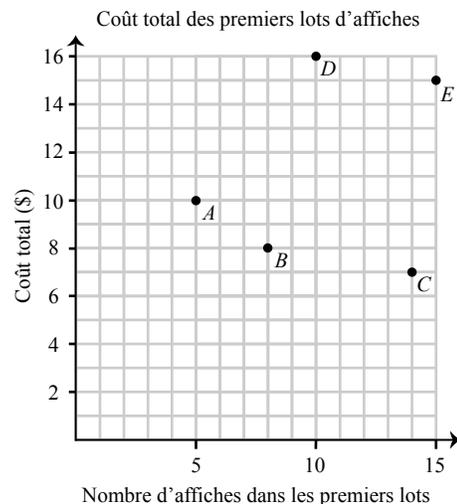
Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

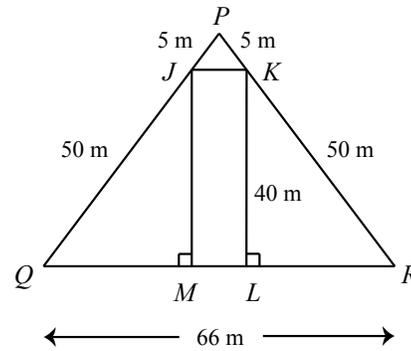
1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Annie (*A*), Bogdan (*B*), Cao (*C*), Daniel (*D*) et Émilie (*E*) se présentent comme candidats lors des élections des membres du conseil des élèves. Chacun des candidats choisit une imprimerie différente pour faire imprimer ses affiches de campagne. Les candidats reçoivent chacun un premier lot d'affiches. Le diagramme ci-contre représente le coût total de chacun des premiers lots d'affiches par rapport au nombre d'affiches qu'il contenait.



- (a) Daniel paie 16,00 \$ pour 10 affiches, soit un prix unitaire de 1,60 \$ par affiche. Combien Cao paie-t-il par affiche?
- (b) Quels sont les deux candidats qui paient le même prix par affiche?
- (c) Daniel a besoin de 40 affiches supplémentaires. En se renseignant, il découvre que la bibliothèque du quartier peut lui imprimer ses 40 affiches pour un coût total de 60,00 \$. Dans l'idéal, Daniel aimerait dépenser le moins d'argent possible. Devrait-il donc imprimer ses 40 affiches à la bibliothèque ou devrait-il se les faire imprimer au même prix unitaire que son premier lot d'affiches?
- (d) L'imprimerie qu'Annie a choisie offre les 5 premières affiches à un prix de 10,00 \$ et toutes affiches supplémentaires à un prix unitaire réduit. L'imprimerie d'Émilie, quant à elle, offre un prix fixe par affiche pour n'importe quel nombre d'affiches. À la fin de la campagne, Émilie et Annie ont chacune dépensé la même somme d'argent afin de faire imprimer 25 affiches. Quel est le prix unitaire réduit offert par l'imprimerie d'Annie?

2. Dans la figure ci-contre, les sommets du rectangle $JKLM$ sont situés sur les côtés du triangle PQR de manière que $PJ = PK = 5$ m, $JQ = KR = 50$ m, $KL = 40$ m et $QR = 66$ m.



- (a) Quelle est la longueur de LR ?
- (b) Quelle est la longueur de ML ?
- (c) Déterminer la hauteur du triangle PJK (soit la longueur du segment de droite qui joint P au côté JK).
- (d) Déterminer la fraction de l'aire du triangle PQR qui est recouverte par le rectangle $JKLM$.

3. Une suite $Dlin$ est une suite dont le premier terme est un entier strictement positif et dont chaque terme, après le premier, est obtenu en ajoutant 1 au terme précédent et en doublant ce résultat. Par exemple, les sept premiers termes d'une suite $Dlin$ de premier terme 4 sont 4, 10, 22, 46, 94, 190, 382.

- (a) Le 5^e terme d'une suite $Dlin$ est 142. Quels sont les 4^e et 6^e termes de cette suite ?
- (b) Déterminer tous les premiers termes possibles de suites $Dlin$ dans lesquelles 1406 paraît comme terme.
- (c) Lesquels des entiers strictement positifs, de 10 à 19, pourraient être les premiers termes d'une suite $Dlin$ dont tous les termes, après le premier, ont le même chiffre des unités ?
- (d) Combien des entiers strictement positifs, de 1 à 2020, pourraient être le troisième terme dans une suite $Dlin$?

4. Une grille $m \times n$ a m rangées et n colonnes. Chaque case dans la grille est soit rouge (R) ou bleue (B). Par exemple, une grille 1×2 peut être coloriée de 4 manières différentes :



- (a) De combien de manières différentes peut-on colorier une grille 5×1 afin qu'elle ait exactement 3 cases rouges et 2 cases bleues ?
- (b) Carrie note toutes les manières différentes dont elle peut colorier une grille 1×13 . En commençant par sa première grille 1×13 , elle compte le nombre de cases rouges et le nombre de cases bleues et commence une liste en notant le maximum de ces deux nombres. Carrie continue ce procédé et note à chaque fois ce maximum pour chacune des grilles 1×13 qu'elle a identifiées. Quel est le *plus petit* nombre qui paraît dans la liste de Carrie ?
- (c) Déterminer la plus petite valeur de n telle qu'une grille de $3 \times n$ ait toujours au moins deux colonnes qui soient coloriées de manière identique peu importe la manière dont a été coloriée la grille.
- (d) On considère l'énoncé suivant :
- Dans une grille 5×41 , on peut toujours retrouver 3 rangées et 3 colonnes telles que les 9 cases situées à leurs intersections soient toutes de la même couleur.

Déterminer si l'énoncé ci-dessus est vrai ou faux et justifier sa réponse.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2020! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2020.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2020/2021
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours