



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Fermat

(11<sup>e</sup> année – Sec. V)

le mardi 26 février 2019

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le mercredi 27 février 2019

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée : 60 minutes

©2019 University of Waterloo

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

## Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.  
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.  
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.
10. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Pascal, Cayley ou Fermat.

---

*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

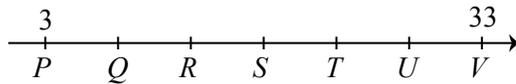
*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca), Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

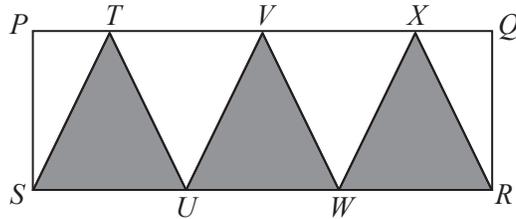
### Partie A (5 points par bonne réponse)

- Quel est le reste lorsqu'on divise 14 par 5?  
(A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4
- Laquelle des expressions suivantes est égale à  $20(x + y) - 19(y + x)$  pour toutes les valeurs de  $x$  et  $y$ ?  
(A)  $39x + 39y$    (B)  $x + y$       (C)  $39x + y$       (D)  $x + 39y$       (E)  $19x - 18y$
- Quelle est la valeur de  $8 - \frac{6}{4 - 2}$ ?  
(A) 5      (B) 1      (C)  $\frac{7}{2}$       (D)  $\frac{17}{2}$       (E) 7
- Dans la droite numérique suivante, le point  $P$  se trouve à la valeur de 3 tandis que le point  $V$  se trouve à 33. La droite numérique est divisée de 3 à 33 en six parties égales par les points  $Q, R, S, T, U$ .



Quelle est la somme des longueurs de  $PS$  et  $TV$  ?

- (A) 25      (B) 23      (C) 24      (D) 21      (E) 27
- Mike fait du vélo à une vitesse constante de 30 km/h. Combien de kilomètres parcourt-il en 20 minutes?  
(A) 5      (B) 6      (C) 1,5      (D) 15      (E) 10
  - Dans la figure ci-dessous,  $PQRS$  est un rectangle. De plus, les triangles  $STU$ ,  $UVW$  et  $WXR$  sont congruents.



Quelle fraction de l'aire du rectangle  $PQRS$  est ombrée ?

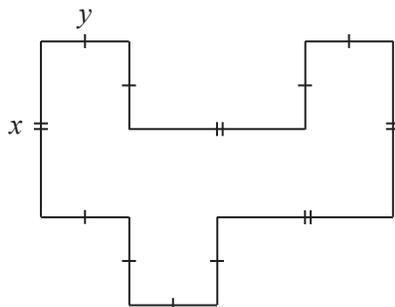
- (A)  $\frac{3}{7}$       (B)  $\frac{3}{4}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{3}{5}$       (E)  $\frac{2}{3}$
- La ville de Cans est située au nord de la ville d'Ernie. La ville de Dundee est située au sud de Cans mais au nord d'Ernie. La ville d'Arva est située au sud de la ville de Blythe et au nord de Dundee et de Cans. Quelle est la ville qui est située le plus au nord?  
(A) Arva      (B) Blythe      (C) Cans      (D) Dundee      (E) Ernie

8. Le produit de  $8 \times 48 \times 81$  est divisible par  $6^k$ . Quelle est la plus grande valeur entière possible de  $k$  ?
- (A) 7            (B) 6            (C) 5            (D) 4            (E) 3
9. Quelle est la moyenne de  $\frac{1}{8}$  et  $\frac{1}{6}$  ?
- (A)  $\frac{1}{9}$             (B)  $\frac{7}{24}$             (C)  $\frac{1}{5}$             (D)  $\frac{1}{48}$             (E)  $\frac{7}{48}$
10. On peut utiliser chacun des chiffres 2, 3, 5, 7 et 8 une seule fois pour former des nombres entiers à cinq chiffres. Parmi ces nombres entiers,  $N$  est celui qui est le plus près possible de 30 000. Quel est le chiffre des dizaines de  $N$  ?
- (A) 2            (B) 5            (C) 3            (D) 8            (E) 7

**Partie B (6 points par bonne réponse)**

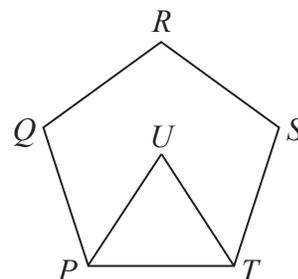
11. La droite  $d$  est perpendiculaire à la droite d'équation  $y = x - 3$ . La droite  $d$  a la même abscisse à l'origine que la droite d'équation  $y = x - 3$ . Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite  $d$  ?
- (A)  $-3$             (B)  $\frac{1}{3}$             (C) 3            (D)  $-1$             (E) 0
12. La première partie du quiz Genius comporte 30 questions tandis que la deuxième partie comporte 50 questions. Alberto a bien répondu à 70% des 30 questions de la première partie. Il a bien répondu à 40% des 50 questions de la deuxième partie. Le pourcentage de toutes les questions du quiz auxquelles Alberto a bien répondues est plus près de :
- (A) 59            (B) 57            (C) 48            (D) 51            (E) 41
13. À un moment donné, Tanis vérifia l'heure sur sa montre et remarqua qu'il était  $8x$  minutes après 7h00 et  $7x$  minutes avant 8h00 pour une valeur de  $x$ . Quelle heure était-il à ce moment ?
- (A) 7h08            (B) 7h40            (C) 7h32            (D) 7h36            (E) 7h31
14. Les lettres A, B, C, D et E doivent être placées dans les cases du quadrillage ci-contre de manière que chaque lettre ne paraisse qu'une seule fois dans chaque rangée et dans chaque colonne. Quelle lettre va dans la case indiquée par le \* ?
- |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| A |   |   |   | E |
|   |   | C | A |   |
| E |   | B | C |   |
|   | * |   |   |   |
| B |   |   | D |   |
- (A) A            (B) B            (C) C  
(D) D            (E) E
15. Il y a six boules rouges identiques et trois boules vertes identiques dans un seau. On en sélectionne quatre au hasard et on les arrange en ordre en ligne droite. Combien d'arrangements visiblement différents sont possibles ?
- (A) 15            (B) 16            (C) 10            (D) 11            (E) 12

16. Dans la figure ci-dessous, chaque segment de droite a une longueur de  $x$  ou de  $y$ . De plus, chaque paire de côtés adjacents est perpendiculaire.



Si l'aire de la figure est 252 et que  $x = 2y$ , que serait le périmètre de cette figure ?

- (A) 96      (B) 192      (C) 288      (D) 72      (E) 168
17. Les cinq côtés d'un pentagone régulier ont tous la même longueur. De plus, tous les angles intérieurs d'un pentagone régulier ont la même mesure. Dans la figure ci-contre,  $PQRST$  est un pentagone régulier et  $PUT$  est un triangle équilatéral. Quelle est la mesure de l'angle obtus  $QUS$  ?
- (A)  $172^\circ$       (B)  $168^\circ$       (C)  $170^\circ$   
 (D)  $176^\circ$       (E)  $174^\circ$
18. Combien y a-t-il d'entiers positifs à 7 chiffres qui comportent uniquement les chiffres 0 et 1 et qui sont divisibles par 6 ?
- (A) 16      (B) 11      (C) 21      (D) 10      (E) 33
19. La fonction  $f$  est telle que  $f(1) = 6$  et  $f(2x + 1) = 3f(x)$  pour tout entier  $x$ . Quelle est la valeur de  $f(63)$  ?
- (A) 4374      (B) 1162      (C) 54      (D) 1458      (E) 486
20. Les sommets d'un triangle équilatéral sont situés sur un cercle de rayon 2. Quelle est l'aire du triangle ?
- (A)  $3\sqrt{3}$       (B)  $4\sqrt{3}$       (C)  $6\sqrt{3}$       (D)  $5\sqrt{3}$       (E)  $2\sqrt{3}$




---

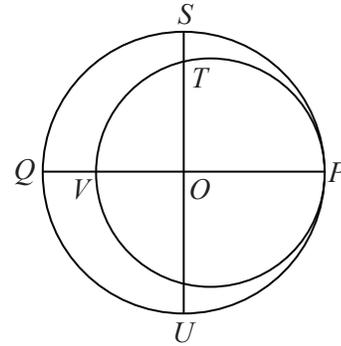
**Partie C (8 points par bonne réponse)**

21. Dans la multiplication ci-contre,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  et  $T$  représentent chacun un chiffre. Quelle est la valeur de  $P + Q + R + S + T$  ?

- (A) 14      (B) 20      (C) 16  
 (D) 17      (E) 13

$$\begin{array}{r} P Q R S T 4 \\ \times \phantom{P Q R S T} 4 \\ \hline 4 P Q R S T \end{array}$$

22. Dans la figure ci-contre, deux cercles se coupent en  $P$ . De plus,  $QP$  et  $SU$  se coupent en  $O$  et sont les diamètres perpendiculaires du grand cercle. Le point  $V$  est situé sur  $QP$ , et  $VP$  est le diamètre du petit cercle. Comme indiqué dans la figure,  $SU$  et le petit cercle se coupent en  $T$ . Si  $QV = 9$  et  $ST = 5$ , quelle est la somme des longueurs des diamètres des deux cercles ?



- (A) 50            (B) 91            (C) 41  
(D) 82            (E) 100

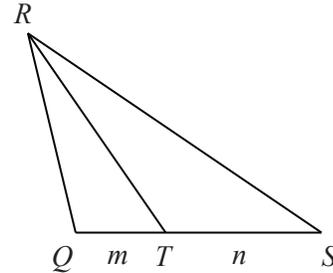
23. Combien y a-t-il de valeurs entières strictement positives de  $n$ , où  $n \leq 100$ , qui peuvent être exprimées par la somme de quatre entiers consécutifs ou plus, chacun strictement positif ?

- (A) 64            (B) 63            (C) 66            (D) 65            (E) 69

24. On considère l'équation quadratique  $x^2 - (r + 7)x + r + 87 = 0$  où  $r$  est un nombre réel. Cette équation a deux solutions réelles distinctes,  $x$ , qui sont toutes les deux négatives lorsque  $p < r < q$ , où  $p$  et  $q$  sont des nombres réels. Quelle est la valeur de  $p^2 + q^2$  ?

- (A) 7618            (B) 698            (C) 1738            (D) 7508            (E) 8098

25. Dans le triangle  $QRS$ , le point  $T$  est situé sur  $QS$  et  $\angle QRT = \angle SRT$ . Soit  $QT = m$  et  $TS = n$  pour des entiers  $m$  et  $n$  où  $n > m$  et pour lesquels  $n + m$  est un multiple de  $n - m$ . Étant donné que le périmètre du triangle  $QRS$  est égal à  $p$  et que le nombre de valeurs entières possibles de  $p$  est égal à  $m^2 + 2m - 1$ , que serait la valeur de  $n - m$  ?



- (A) 4            (B) 1            (C) 3  
(D) 2            (E) 5



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

**Pour les élèves...**

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2019! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignante ou votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- plus d'information à propos du concours Hypatie
- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

**Pour les enseignants...**

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11<sup>e</sup> et 12<sup>e</sup> année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours