



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Cayley

(10^e année – Sec. IV)

le mardi 26 février 2019

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le mercredi 27 février 2019

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 60 minutes

©2019 University of Waterloo

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.
10. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Pascal, Cayley ou Fermat.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

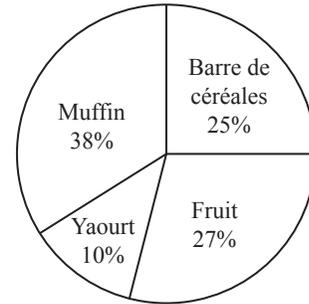
1. L'expression $2 \times 0 + 1 - 9$ est égale à :

- (A) -8 (B) -6 (C) -7 (D) -11 (E) 0

2. Kai fêtera ses 25 ans en mars 2020. En quelle année est-il né ?

- (A) 1975 (B) 1990 (C) 1995 (D) 2000 (E) 1955

3. Hier, une collation a été offerte à chaque élève à l'É.S. Cayley. Chaque élève a reçu une seule collation parmi les suivantes : un muffin, un yaourt, un fruit ou une barre de céréales. Les pourcentages d'élèves qui ont reçu chaque collation sont indiqués dans le diagramme circulaire ci-contre. Quel pourcentage d'élèves *n'a pas* reçu de muffin ?



- (A) 27% (B) 38% (C) 52%
(D) 62% (E) 78%

4. L'expression $(2 \times \frac{1}{3}) \times (3 \times \frac{1}{2})$ est égale à :

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) 1 (D) 5 (E) 6

5. Si $10d + 8 = 528$, quelle est la valeur de $2d$?

- (A) 104 (B) 76 (C) 96 (D) 41 (E) 520

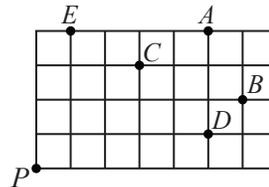
6. La droite d'équation $y = x + 4$ subit une translation de 6 unités vers le bas. Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite qui en résulte ?

- (A) 6 (B) 4 (C) 10 (D) -6 (E) -2

7. Les trois nombres, 2, x et 10 ont une moyenne de x . Quelle est la valeur de x ?

- (A) 5 (B) 4 (C) 7 (D) 8 (E) 6

8. Dans la figure ci-contre, Alain voyage sur le quadrillage 4×7 en commençant au point P et en se dirigeant vers un des points A , B , C , D ou E . Il voyage en se déplaçant uniquement vers le haut ou vers la droite le long des lignes du quadrillage. Vers quel point Alain devrait-il se diriger afin de parcourir la distance la plus courte ?



- (A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E

9. Si $(pq)(qr)(rp) = 16$, que serait une valeur possible de pqr ?

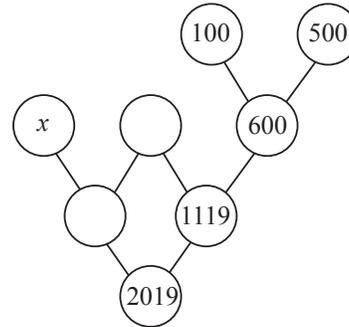
- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16

10. Mathilde et Ellie divisent en deux un mur blanc dans leur chambre. Mathilde prend une moitié du mur tandis qu'Ellie prend l'autre moitié. Mathilde peint la moitié de sa section en rouge. Ellie peint le tiers de sa section en rouge. Quelle fraction de tout le mur est peinte en rouge ?

(A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{2}$

Partie B (6 points par bonne réponse)

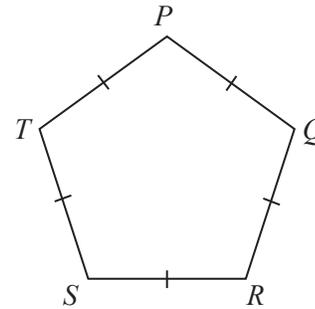
11. Dans la figure ci-contre, on place des nombres dans les cercles de manière que chaque cercle relié à deux cercles supérieurs contienne la somme des nombres dans les deux cercles supérieurs. Quelle est la valeur de x ?



(A) 481 (B) 381 (C) 281
(D) 581 (E) 681

12. La mesure de chaque angle intérieur dans un pentagone régulier est 108° . Si $PQRST$ est un pentagone régulier, quelle est la mesure de l'angle PRS ?

(A) 72° (B) 54° (C) 60°
(D) 45° (E) 80°



13. Dans le problème d'addition ci-contre, m , n , p et q représentent chacun des chiffres positifs. Lorsque le problème est résolu correctement, quelle est la valeur de $m + n + p + q$?

$$\begin{array}{r} n\ 6\ 3 \\ 7\ p\ 2 \\ +\ 5\ 8\ q \\ \hline m\ 0\ 4\ 2 \end{array}$$

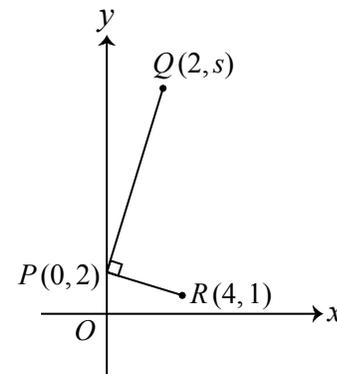
(A) 23 (B) 24 (C) 21
(D) 22 (E) 20

14. Les lettres A, B, C, D et E doivent être placées dans les cases du quadrillage ci-contre de manière que chaque lettre ne paraisse qu'une seule fois dans chaque rangée et dans chaque colonne. Quelle lettre va dans la case indiquée par le * ?

A				E
		C	A	
E		B	C	
	*			
B			D	

(A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E

15. Dans la figure ci-contre, les segments de droites PQ et PR sont perpendiculaires. Quelle est la valeur de s ?

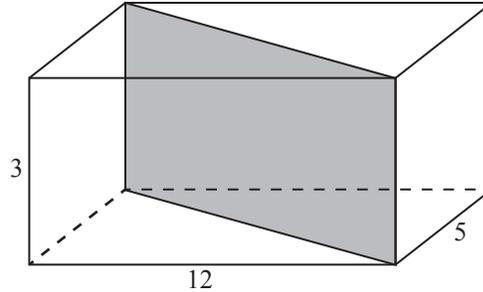


(A) 6 (B) 9 (C) 10
(D) 12 (E) 9,5

16. Kaukab fait la file dans la caféteria. Dans la file d'attente, le nombre de personnes qui la pr  c  dent est égal à deux fois le nombre de personnes qui la suivent. Il y a n personnes dans la file d'attente. Que serait une valeur possible de n ?

(A) 23 (B) 20 (C) 24 (D) 21 (E) 25

17. Un prisme en bois à base rectangulaire mesure $3 \times 5 \times 12$. Comme illustré dans la figure ci-contre, le prisme est coupé en deux par une coupe verticale qui passe par quatre sommets. Cette coupe crée deux prismes congruents à base triangulaire. Lorsque ces prismes sont séparés, quelle est l'aire totale de l'un de ces prismes à base triangulaire ?



(A) 135 (B) 111 (C) 114
(D) 150 (E) 90

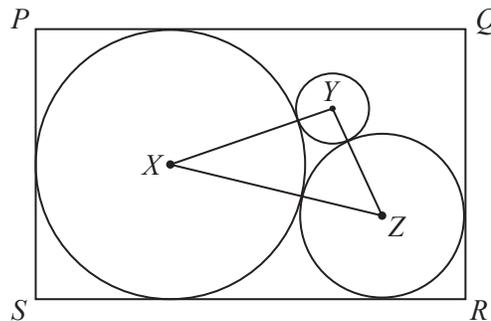
18. Carl et André participent à une course. Carl court à une vitesse constante de x m/s. André court à une vitesse constante de y m/s. Carl a commencé la course 20 s avant André. Après avoir couru pendant 10 secondes, André rattrape Carl. Le rapport $y : x$ est équivalent à :

(A) 20 : 1 (B) 2 : 1 (C) 1 : 3 (D) 3 : 1 (E) 1 : 2

19. On considère les entiers positifs x et y tels que $xy = 6$. Quelle est la somme de toutes les valeurs possibles de $\frac{2^{x+y}}{2^{x-y}}$?

(A) 4180 (B) 4160 (C) 4164 (D) 4176 (E) 4128

20. Dans la figure ci-dessous, chacun des cercles de centres X , Y et Z est tangent aux deux autres cercles. De plus, on voit que le cercle de centre X touche trois côtés du rectangle $PQRS$ tandis que le cercle de centre Z touche deux côtés du rectangle $PQRS$.



Si $XY = 30$, $YZ = 20$ et $XZ = 40$, l'aire du rectangle $PQRS$ est plus près de :

(A) 3900 (B) 4100 (C) 4050 (D) 4000 (E) 3950

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Dans la multiplication ci-contre, P , Q , R , S et T représentent chacun un chiffre. Quelle est la valeur de $P + Q + R + S + T$?

(A) 14 (B) 20 (C) 16
(D) 17 (E) 13

$$\begin{array}{r} P Q R S T 4 \\ \times \qquad \qquad \qquad 4 \\ \hline 4 P Q R S T \end{array}$$

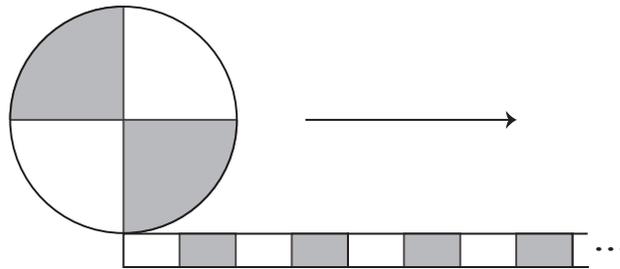
22. Sept amis prennent le bus pour aller à l'école :

- Cha et Bai sont dans 2 bus différents.
- Bai, Abu et Don sont dans 3 bus différents.
- Don, Gia et Fan sont dans 3 bus différents.
- Abu, Eva et Bai sont dans 3 bus différents.
- Gia et Eva sont dans 2 bus différents.
- Fan, Cha et Gia sont dans 3 bus différents.
- Cha et Eva sont dans 2 bus différents.

Quel est le plus petit nombre de bus qu'il puisse y avoir ?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

23. Un chemin d'une longueur de 38 m est constitué de 19 bandes non ombrées de 1 m chacune en alternance avec 19 bandes ombrées de 1 m chacune. Une roue circulaire de rayon 2 m est divisée en quatre quarts de manière que les secteurs alternent entre ombrés et non ombrés. La roue roule à vitesse constante le long du chemin à partir de la position de départ indiquée.



La roue fait exactement 3 tours complets. Le pourcentage de temps pendant lequel une section ombrée de la roue touche une partie ombrée du chemin est plus près de :

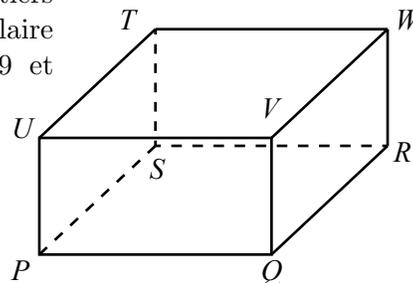
- (A) 20% (B) 18% (C) 24% (D) 22% (E) 26%

24. Roberta choisit un entier, r , de l'ensemble $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, un entier, s , de l'ensemble $\{22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$, et un entier, t , de l'ensemble $\{202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909\}$. Combien y a-t-il de valeurs possibles pour le produit rst ?

- (A) 85 (B) 81 (C) 90 (D) 84 (E) 80

25. Dans la figure ci-contre, pour combien d'entiers strictement positifs x existe-t-il un prisme rectangulaire $PQRSTUW$ tel que $PR = 1867$, $PV = 2019$ et $PT = x$?

- (A) 1980 (B) 1982 (C) 1984
(D) 1983 (E) 1981





Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2019! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignante ou votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- plus d'information à propos du concours Galois
- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^e et 12^e année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours