



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Cayley

(10^e année – Sec. IV)

le mardi 27 février 2018

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le mercredi 28 février 2018

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 60 minutes

©2017 University of Waterloo

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable, telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera, (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.
10. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Pascal, Cayley ou Fermat.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

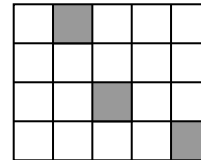
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Si $3 \times n = 6 \times 2$, quelle est la valeur de n ?

(A) 6 (B) 2 (C) 9 (D) 5 (E) 4

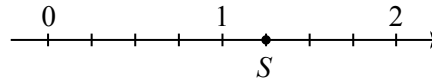
2. Dans la figure ci-contre, trois des cases 1×1 qui forment le quadrillage 4×5 sont ombrées. Combien faut-il ombrer de cases 1×1 de plus pour que la moitié de toutes les cases 1×1 soient ombrées ?



(A) 5 (B) 9 (C) 7
(D) 6 (E) 8

3. Dans la figure ci-contre, la droite numérique de 0 à 2 est divisée en 8 parties égales. Les nombres 1 et S sont aussi indiqués sur la droite. Quelle est la valeur de S ?

(A) 1,1 (B) 0,75 (C) 1,2
(D) 1,25 (E) 1,15

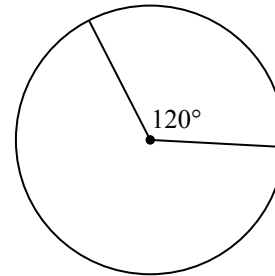


4. Lequel des nombres suivants est égal à 9^4 ?

(A) 3^2 (B) 3^4 (C) 3^6 (D) 3^8 (E) 3^{10}

5. Dans la figure ci-contre, un secteur du disque a un angle au centre de 120° . Le disque au complet a une aire de 9π . Quelle est l'aire du secteur en question ?

(A) 2π (B) 3π (C) 4π
(D) 6π (E) $\frac{9}{2}\pi$



6. Lorsque $x = 2018$, quelle est la valeur de l'expression $x^2 + 2x - x(x + 1)$?

(A) -2018 (B) 2018 (C) 10090 (D) -10090 (E) 4039

7. À 8 h 00, il y avait 24 voitures dans le stationnement.
À 9 h 00, il y avait 48 voitures dans le même stationnement.
Quel est le pourcentage de l'augmentation du nombre d'autos dans le stationnement de 8 h 00 à 9 h 00 ?

(A) 20 % (B) 48 % (C) 72 % (D) 100 % (E) 124 %

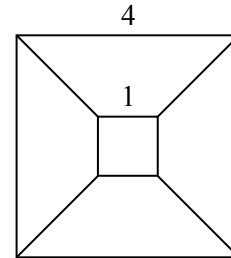
8. Pour quelle valeur de k la droite qui passe aux points $(3, 2k + 1)$ et $(8, 4k - 5)$ est-elle parallèle à l'axe des abscisses ?

(A) -1 (B) 3 (C) 2 (D) 0 (E) -4

9. Les trois nombres, 5, a et b , ont une moyenne de 33. Quelle est la moyenne de a et b ?
 (A) 38 (B) 14 (C) 28 (D) 33 (E) 47
10. Gina, Helga, Ioana, Julia, Karl et Liu ont participé au Concours canadien de mathématiques par équipes de 2017. Ils avaient tous des numéros différents sur leur uniforme d'équipe, soit les numéros 11, 12, 13, 14, 15 et 16. Helga et Julia avaient chacune un numéro pair. Les numéros de Karl et de Liu étaient des nombres premiers. Le numéro de Gina était un carré parfait. Quel était le numéro de Ioana ?
 (A) 11 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 12

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Dans la figure ci-contre, un grand carré a des côtés de longueur 4. Le carré est divisé en quatre trapèzes identiques et un petit carré. Le petit carré a des côtés de longueur 1. Quel est l'aire de chaque trapèze ?



- (A) $\frac{2}{3}$ (B) 3 (C) $\frac{9}{2}$
 (D) $\frac{15}{4}$ (E) 15

12. Un pays insolite a trois sortes de pièces de monnaie, les ixes, les igrecs et les zèdes. Dans ce pays, 2 ixes ont la même valeur que 29 igrecs, tandis que 1 zède a la même valeur que 16 ixes. Un zède a la même valeur que combien d'igrecs ?

- (A) 3,625 (B) 1,103 (C) 232 (D) 464 (E) 928

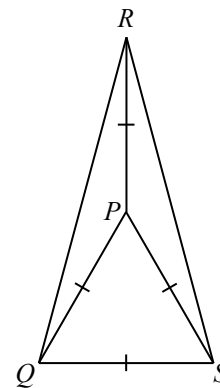
13. Combien y a-t-il de valeurs entières de x pour lesquelles la valeur de $\frac{3}{x+1}$ est un entier ?

- (A) 4 (B) 3 (C) 5 (D) 1 (E) 6

14. On considère le segment de droite qui joint les points $(-9, -2)$ et $(6, 8)$. Combien de points sur ce segment, incluant les extrémités, ont des coordonnées qui sont deux entiers ?

- (A) 2 (B) 7 (C) 16 (D) 11 (E) 6

15. Dans la figure ci-contre, le triangle PQS est équilatéral. De plus, les triangles PQR et PSR sont isocèles, où $PQ = PR = PS$. Sachant que $\angle RPQ = \angle RPS$, quelle est la mesure de l'angle QRS ?



- (A) 30° (B) 60° (C) 15°
 (D) 20° (E) 45°

16. Une échelle a 5 barreaux. Élisabeth peut monter en grimpant 1 ou 2 barreaux à la fois. De combien de façons différentes peut-elle monter jusqu'au cinquième barreau de l'échelle ?

- (A) 10 (B) 9 (C) 7 (D) 6 (E) 8

24. Il y a plus de 1 000 000 de façons d'aligner n bas noirs identiques et $2n$ bas blancs identiques de manière qu'il y ait au moins 2 bas blancs entre n'importe quels 2 bas noirs. Quelle est la somme des chiffres de la plus petite valeur possible de n ?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

25. Il existe N suites de 15 termes qui satisfont aux conditions suivantes :

- chaque terme est un entier,
- au moins un terme est situé dans l'intervalle de -16 à 16 ,
- les 15 termes ont au plus deux valeurs différentes,
- la somme de chaque six termes consécutifs est positive et
- la somme de chaque onze termes consécutifs est négative.

Quelle est la valeur de N ?

- (A) 48 (B) 72 (C) 64 (D) 80 (E) 56



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2018! Chaque année, plus de 240 000 élèves, provenant de 75 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignante ou votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- plus d'information à propos du concours Galois
- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^e et 12^e année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours