Le CENTRE d'ÉDUCATION
en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Pascal 2017

(9e année – Secondaire III)

le mardi 28 février 2017

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le mercredi 1er mars 2017

(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

©2016 University of Waterloo

1. On a : $\dfrac{4 \times 3}{2+1} = \dfrac{12}{3} = 4$.

Réponse : (A)

2. Dans chacune des rangées, il y a 6 petits carrés dont 1 n'est pas ombré. Il y a donc 5 carrés ombrés par rangée.
Puisqu'il y a 6 rangées, il y a 30 carrés ombrés ($6 \times 5 = 30$).
On peut aussi compter 36 petits carrés dans le quadrillage ($6 \times 6 = 36$) dont 6 ne sont pas ombrés. Il y a donc 30 carrés ombrés ($36 - 6 = 30$) dans le quadrillage.

Réponse : (B)

3. Dans la figure, il y a 5 triangles ombrés et 3 triangles non ombrés. Le rapport du nombre de triangles ombrés au nombre de triangles non ombrés est donc de 5 : 3.

Réponse : (B)

4. On sait que $7 = \sqrt{49}$ et que $\sqrt{40} < \sqrt{49} < \sqrt{50} < \sqrt{60} < \sqrt{70} < \sqrt{80}$.
Parmi les choix, $\sqrt{40}$ ou $\sqrt{50}$ doit donc avoir une valeur plus près de 7.
Puisque $\sqrt{40} \approx 6{,}32$ et $\sqrt{50} \approx 7{,}07$, alors $\sqrt{50}$ a une valeur plus près de 7.

Réponse : (C)

5. On cherche l'heure qui correspond à 30 heures après 14 heures vendredi.
On sait que 24 heures après 14 heures vendredi correspondent à 14 heures samedi.
Or, 30 heures après 14 heures vendredi correspondent à 6 heures plus tard.
Cela correspond à 20 heures samedi.

Réponse : (E)

6. L'intervalle de temps dans lequel le nombre de personnes au zoo a subi la plus grande augmentation correspond à celui dans lequel la longueur du bâton a le plus augmenté dans le diagramme. Il s'agit de l'intervalle de 11 h à 12 h.
(On remarque que les trois premiers bâtons représentent des nombres entre 200 et 400, tandis que les trois derniers bâtons représentent des nombres entre 600 et 800. Seul l'intervalle de 11 h à 12 h indique une augmentation supérieure à 200.)

Réponse : (C)

7. Puisque $2x - 3 = 10$, alors $2x = 13$. On double chaque membre de l'équation pour obtenir $4x = 26$. (Il n'était pas nécessaire d'obtenir la valeur de x.)

Réponse : (D)

8. Les trois entiers dans la liste qui ont un produit de 80 sont 1, 4 et 20, puisque $1 \times 4 \times 20 = 80$.
Ces entiers ont une somme de 25 ($1 + 4 + 20 = 25$).
(Puisque 80 est un multiple de 5 et que 20 est le seul entier de la liste qui est un multiple de 5, 20 doit être un des trois entiers que l'on cherche. On doit donc choisir deux autres entiers qui doivent avoir un produit de $\dfrac{80}{20}$, ou 4. Seuls les entiers 1 et 4, dans la liste, satisfont à cette condition.)

Réponse : (C)

9. Puisque Jovin, Anna et Olivia prennent respectivement $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{4}$ de la pizza, la fraction de la pizza qu'il reste pour Wadi est donc égal à :

$$1 - \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{6} - \tfrac{1}{4} = \tfrac{12}{12} - \tfrac{4}{12} - \tfrac{2}{12} - \tfrac{3}{12} = \tfrac{3}{12} = \tfrac{1}{4}$$

Réponse : (B)

10. Lorsque $n = 1$, les cinq expressions ont pour valeurs respectives $2014, 2018, 2017, 2018$ et 2019.
Lorsque $n = 2$, les cinq expressions ont pour valeurs respectives $2011, 2019, 4034, 2021$ et 2021.
Seule la cinquième expression $(2017 + 2n)$ a une valeur impaire pour ces deux valeurs de n. Elle doit donc être la bonne expression.
On remarque aussi que 2017 est un entier impair et que la valeur de $2n$ est toujours un entier pair. La valeur de $2017 + 2n$ est donc toujours un entier impair.

Réponse : (E)

11. Lorsque Ursula parcourt 30 km à une vitesse de 10 km/h, elle met 3 heures pour le faire $\left(\dfrac{30 \text{ km}}{10 \text{ km/h}} = 3 \text{ h}\right)$.
Puisque Jean met une heure de moins, il met 2 heures pour parcourir 30 km.
Il court donc à une vitesse de 15 km/h $\left(\dfrac{30 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 15 \text{ km/h}\right)$.

Réponse : (D)

12. Puisque l'aire du grand carré est égale à l'aire de la région ombrée plus celle de la région non ombrée, l'aire du grand carré est égale à $2 \times 18 \text{ cm}^2$, ou 36 cm^2.
Les côtés du grand carré ont donc une longueur de $\sqrt{36 \text{ cm}^2}$, ou 6 cm.

Réponse : (C)

13. *Solution 1*
On procède à rebours.
En partant de 28, on ajoute 4 (pour obtenir 32), on divise ce nombre par 2 (pour obtenir 16), puis on soustrait 7 (pour obtenir 9).
Janie a choisi le nombre 9.

Solution 2
On suppose que Janie choisit x.
Après avoir ajouté 7 à ce nombre, elle obtient $x + 7$.
Après avoir multiplié cette somme par 2, elle obtient $2(x + 7)$, ou $2x + 14$.
Après avoir soustrait 4 de ce résultat, elle obtient $(2x + 14) - 4$, ou $2x + 10$.
Puisque son résultat final est 28, alors $2x + 10 = 28$, d'où $2x = 18$, ou $x = 9$.

Réponse : (A)

14. Puisqu'il y a une taxe de 10 % sur chaque appli de 2,00 \$, cette taxe correspond à $2{,}00\,\$ \times \dfrac{10}{100}$, ou 0,20 \$.
Chaque appli coute donc 2,00 \$ + 0,20 \$, ou 2,20 \$ taxe incluse.
Puisque Tristan dépense 52,80 \$ en tout et que $\dfrac{52{,}80}{2{,}20} = 24$, il achète 24 applis en tout.
Donc $m = 24$.

Réponse : (D)

15. Soit c la longueur de chaque côté du carré d'aire k.
Les hauteurs des carrés à la droite ont une somme de $3 + 8$, ou 11.
Les hauteurs des carrés à la gauche ont une somme de $1 + c + 4$, ou $c + 5$.
Puisque ces deux sommes sont égales, alors $c + 5 = 11$, d'où $c = 6$.
Le carré d'aire k a donc des côtés de longueur 6. Son aire est donc égale à 6^2, ou 36.
Donc $k = 36$.

Réponse : (C)

16. Les mesures des six angles au centre ont une somme de 360°.
Donc $140^\circ + 20^\circ + 4x^\circ = 360^\circ$, d'où $4x = 360 - 140 - 20$, ou $4x = 200$. Donc $x = 50$.
La somme des mesures des angles des régions ombrées est donc égale à $140^\circ + 50^\circ + 50^\circ$, ou 240°.
La partie favorable de l'angle plein au centre occupe donc un angle de 240° et l'angle plein au centre mesure 360° La probabilité pour que la flèche s'arrête dans un secteur ombré est égale à $\frac{240^\circ}{360^\circ}$, ou $\frac{2}{3}$. (On omet la possibilité que la flèche s'arrête sur une ligne entre les secteurs en supposant que les lignes sont infiniment minces.)

Réponse : (A)

17. Puisqu'Igor est plus petit que Jie, Igor ne peut être le plus grand.
Puisque Faye est plus grande que Goa, Goa ne peut être la plus grande.
Puisque Jie est plus grande que Faye, Faye ne peut être la plus grande.
Puisque Han est plus petit que Goa, Han ne peut être le plus grand.
Seule Jie n'a pas été éliminée. Elle est donc la plus grande.

Réponse : (E)

18. D'après la droite numérique, on peut conclure que $x < x^3 < x^2$.
Si $x > 1$, les puissances successives de x sont croissantes (c.-à-d. que $x < x^2 < x^3$).
Puisque ce n'est pas le cas ici, ce n'est pas vrai que $x > 1$.
Si $x = 0$ ou $x = 1$, les puissances successives de x sont égales. Or, ce n'est pas le cas ici non plus.
Si $0 < x < 1$, les puissances successives de x sont décroissantes (c.-à-d. que $x^3 < x^2 < x$). Or, ce n'est pas le cas ici non plus.
On doit donc avoir $x < 0$.
Si $x < -1$, on doit avoir $x^3 < x < 0 < x^2$. En effet lorsque $x < -1$, x est négatif et en plus, $x^2 > 1$. On a donc $x^3 = x^2 \times x < 1 \times x$. Or, ce n'est pas le cas ici non plus.
Par élimination, on doit donc avoir $-1 < x < 0$.
Parmi les choix de réponse, la seule valeur possible de x est $-\frac{2}{5}$.
On peut vérifier. Lorsque $x = -\frac{2}{5} = -0{,}4$, alors $x^2 = 0{,}16$ et $x^3 = -0{,}064$ et on a donc $x < x^3 < x^2$. On peut aussi vérifier qu'aucun autre choix de réponse ne place x, x^2 et x^3 dans l'ordre approprié.

Réponse : (C)

19. Puisque $\angle XMZ = 30^\circ$ et $\angle XMY = 180^\circ - \angle XMZ$, alors $\angle XMY = 150^\circ$.
Puisque les mesures des angles du triangle XMY ont une somme de 180°, alors :

$$\angle YXM = 180^\circ - \angle XYZ - \angle XMY = 180^\circ - 15^\circ - 150^\circ = 15^\circ$$

(OU : Puisque l'angle XMZ est un angle extérieur du triangle XMY, alors

$$\angle XMZ = \angle YXM + \angle XYM$$

d'où $\angle YXM = 15^\circ$.)
Puisque $\angle XYM = \angle YXM$, le triangle XMY est isocèle et $MX = MY$.
Puisque M est le milieu de YZ, alors $MY = MZ$.
Puisque $MX = MY$ et $MY = MZ$, alors $MX = MZ$.
Le triangle XMZ est donc isocèle et $\angle XZM = \angle ZXM$.
Donc $\angle XZY = \angle XZM$, d'où $\angle XZY = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle XMZ)$, ou $\angle XZY = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ)$, ou $\angle XZY = 75^\circ$.

Réponse : (A)

20. Le cube $n \times n \times n$ est appelé *grand cube* et les cubes $1 \times 1 \times 1$ sont appelés *cubes unités.*
Les cubes unités ayant 0 face dorée sont ceux qui sont à l'intérieur du grand cube. En d'autres mots, ce sont les cubes unités qui n'ont aucune face sur la surface extérieure du grand cube.
Ces cubes unités forment un cube de dimensions $(n-2) \times (n-2) \times (n-2)$.
Pour s'en convaincre, on imagine le grand cube initial, recouvert de peinture dorée, que l'on a posé sur une table.
Tous les cubes unités qui ont au moins une face dorée ont au moins une face sur la surface extérieure du grand cube.
On enlève d'abord les cubes unités qui forment la face inférieure et la face supérieure du grand cube. Il reste alors un prisme droit à base rectangulaire dont la base mesure toujours $n \times n$ et qui a une hauteur de $n-2$.
On enlève maintenant les cubes unités qui forment les faces du devant, de l'arrière, du côté droit et du côté gauche du prisme.
Il reste un cube de dimensions $(n-2) \times (n-2) \times (n-2)$.
Il reste donc $(n-2)^3$ cubes unités ayant 0 face dorée.

Les cubes unités qui ont exactement 1 face dorée sont ceux qui formaient une face extérieure du grand cube, mais qui ne formaient pas une arête du grand cube.
Chacune des six faces de dimensions $n \times n$ du grand cube est formée de n^2 unités.
Les cubes unités qui ont 1 face dorée ont une face sur la surface extérieure du grand cube, mais leur face dorée ne touche pas à une arête du grand cube. À l'aide d'un argument semblable à l'argument précédent, on peut conclure que les cubes unités qui ont exactement 1 face dorée forment un carré de dimensions $(n-2) \times (n-2)$ sur chaque face du grand cube.
Sur chacune des 6 faces du grand cube, il y a donc $(n-2)^2$ cubes unités qui ont exactement une face dorée, c'est-à-dire $6(n-2)^2$ cubes unités en tout qui ont exactement une face dorée.
On calcule les valeurs de $(n-2)^3$ et de $6(n-2)^2$ pour chacun des choix de réponse pour n :

Choix	n	$(n-2)^3$	$6(n-2)^2$
(A)	7	125	150
(B)	8	216	216
(C)	9	343	294
(D)	10	512	384
(E)	4	8	24

D'après ce tableau, la plus petite valeur de n pour laquelle la valeur de $(n-2)^3$ est supérieure à celle de $6(n-2)^2$ doit être $n = 9$.

On peut le voir de façon différente en posant la question « Quant la valeur de $(n-2)^3$ est-elle plus grande que celle de $6(n-2)^2$? ».
On remarque que $(n-2)^3 = (n-2) \times (n-2)^2$ et que $6(n-2)^2 = 6 \times (n-2)^2$. Donc $(n-2)^3$ est supérieur à $6(n-2)^2$ lorsque $(n-2)$ est supérieur à 6, c'est-à-dire lorsque n supérieur à 8.
La plus petite valeur possible de n pour laquelle le nombre de cubes unités ayant 0 face dorée est plus grand que le nombre de cubes unités ayant exactement 1 face dorée est $n = 9$.

Réponse : (C)

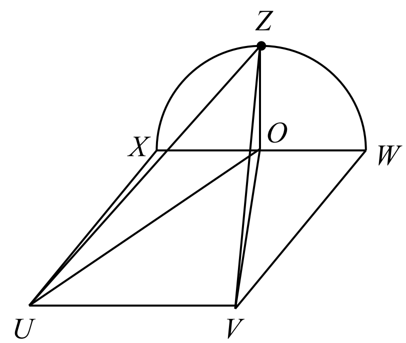
21. Les moyennes des groupes de trois nombres sont égales lorsque les sommes des trois nombres dans chaque groupe sont égales, puisque chaque moyenne est égale à la somme divisée par 3.
Donc dans ce problème, les trois moyennes des trois groupes de trois nombres sont égales lorsque les sommes des trois nombres des trois groupes sont égales.
Les neuf nombres donnés ont une somme égale à :

$$1 + 5 + 6 + 7 + 13 + 14 + 17 + 22 + 26 = 111$$

Lorsqu'on les partage en trois groupes ayant une même somme, chaque groupe a une somme de $\frac{111}{3}$, ou 37.
Dans le groupe du milieu, deux des trois nombres sont 13 et 17 et ils ont une somme de 30. Le troisième nombre doit donc être $37 - 30$, ou 7. On remarque que les autres nombres peuvent être séparés en deux groupes ayant chacun une somme de 37, soit $5, 6, 26$ et $1, 14, 22$.
Donc, le nombre 7 a été placé dans le cercle ombré.

Réponse : (D)

22. Le périmètre du triangle UVZ est égal à $UV + UZ + VZ$.
On sait que $UV = 20$. Il reste à déterminer UZ et VZ.
Soit O le point sur XW qui est directement en dessous de Z.
Puisque Z est le point le plus haut sur le demi-disque de diamètre XW, alors O est le centre du demi-disque.
On trace les segments UO, VO, UZ et VZ.



Puisque $UVWX$ est un rectangle, alors $XW = UV = 20$ et $UX = VW = 30$.
Puisque XW est un diamètre du demi-disque de centre O, alors O est le milieu de XW. Donc $XO = WO = 10$.
Le demi-disque a donc un rayon de 10, d'où $OZ = 10$.
Les triangles UXO et VWO sont rectangles puisque $UVWX$ est un rectangle.
D'après le théorème de Pythagore,

$$UO^2 = UX^2 + XO^2$$

d'où $UO^2 = 30^2 + 10^2$, ou $UO^2 = 900 + 100$, ou $UO^2 = 1000$. De même, $VO^2 = VW^2 + WO^2$, d'où $VO^2 = 30^2 + 10^2$, ou $VO^2 = 1000$.
Chacun des triangles UOZ et VOZ est rectangle en O, puisque le demi-disque est vertical et le rectangle est horizontal.
D'après le théorème de Pythagore, $UZ^2 = UO^2 + OZ^2$ et $VZ^2 = VO^2 + OZ^2$.
Puisque $UO^2 = VO^2 = 1000$, alors $UZ^2 = VZ^2 = 1000 + 10^2$, d'où $UZ^2 = VZ^2 = 1100$.
Donc $UZ = VZ = \sqrt{1100}$.
Le périmètre du triangle UVZ est donc égal à $20 + 2\sqrt{1100}$, ou environ 86,332.
Le choix de réponse le plus près est 86.

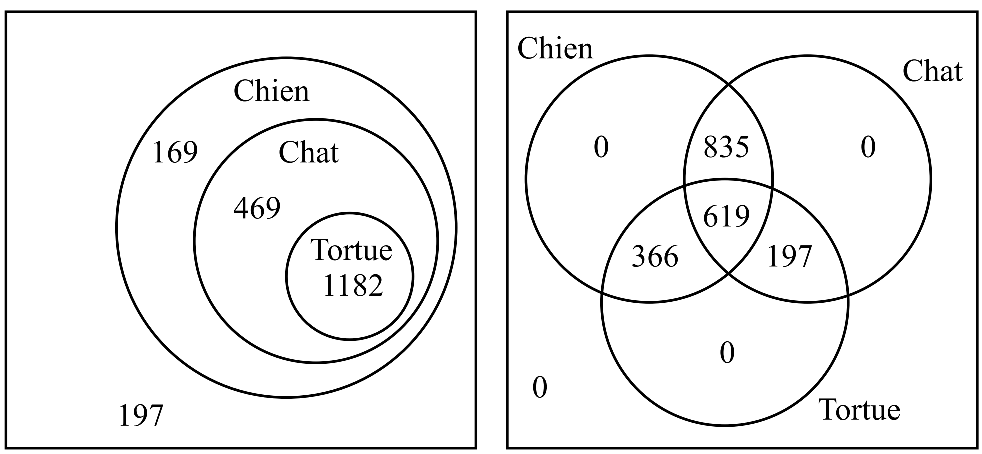
Réponse : (B)

23. Les entiers strictement positifs d'un chiffre, $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, ont pour carrés respectifs $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64$ et 81.
Parmi ces carrés $1, 25$ et 36 se terminent par le même chiffre que celui de leur racine carrée.
En d'autres mots, 1, 5 et 6 sont des nombres Anderson.
Donc, 6 est le seul nombre Anderson pair d'un chiffre.
Pour déterminer tous les nombres Anderson de deux chiffres, on remarque qu'un tel nombre k doit avoir 6 pour chiffre des unités. En effet, le chiffre des unités de k doit être le même que celui de k^2 (selon la définition des nombres Anderson) et chaque chiffre des unités de k détermine complètement celui de k^2. (On peut le voir en faisant des multiplications à la main.)
On cherche donc des nombres Anderson k de deux chiffres ayant pour chiffres $c6$.
Puisque le chiffre c représente le nombre de dizaines et que le 6 représente le nombre d'unités, ce nombre $c6$ peut s'écrire sous forme $k = 10c + 6$.
Donc $k^2 = (10c + 6)^2 = (10c + 6)(10c + 6) = (10c)^2 + 6(10c) + 10c(6) + 6^2 = 100c^2 + 120c + 36$.
On remarque que $k^2 = 100(c^2 + c) + 10(2c + 3) + 6$. Le chiffre des unités de k^2 est donc 6.
Pour que k soit un nombre Anderson, il faut que le chiffre des dizaines de k^2 soit c, c'est-à-dire que les deux derniers chiffres de k^2 soient $c6$.
Donc, le chiffre des dizaines de k^2 doit être égal au chiffre des unités de $2c + 3$.
Donc $k = 10c + 6$ est un nombre Anderson lorsque le chiffre des unités de $2c + 3$ est le chiffre c.
On vérifie les 9 valeurs possibles de c pour conclure que la seule qui vérifie la condition est $c = 7$.
Donc, $k = 76$ est le seul nombre Anderson pair de deux chiffres.
On peut vérifier que $76^2 = 5776$ et que ce dernier nombre se termine par 76.
On cherche maintenant un nombre Anderson pair k de trois chiffres.
En utilisant un argument semblable au précédent, on conclut que les chiffres de k sont $b76$.
En d'autres mots, $k = 100b + 76$ pour un chiffre b quelconque.
On a $k^2 = (100b + 76)^2 = 10000b^2 + 15200b + 5776$.
Les chiffres des dizaines et des unités de k^2 sont 76. Pour que k soit un nombre Anderson, le chiffre des centaines de k^2 doit être b.
Or, $k^2 = 1000(10b^2 + 15b + 5) + 100(2b + 7) + 76$.
Donc, k est un nombre Anderson lorsque le chiffre des unités de $2b + 7$ est b.
On vérifie les 9 valeurs possibles de b pour conclure que la seule qui vérifie la condition est $b = 3$.
Donc, $k = 376$ est le seul nombre Anderson pair de trois chiffres.
On peut vérifier que $376^2 = 141\,376$ et que ce nombre se termine par 376.
Puisque les nombres Anderson sont inférieurs à $10\,000$, il nous reste à déterminer les nombres Anderson pairs de quatre chiffres.
En utilisant un argument semblable au précédent, on conclut que les chiffres de k sont $a376$.
En d'autres mots, $k = 1000a + 376$ pour un chiffre a quelconque.
On a $k^2 = (1000a + 376)^2 = 1\,000\,000a^2 + 752000a + 141\,376$.
Les chiffres des centaines, des dizaines et des unités de k^2 sont 376. Pour que k soit un nombre Anderson, le chiffre des milliers de k^2 doit être a.
Or, $k^2 = 10000(100a^2 + 75a + 14) + 1000(2a + 1) + 376$.
Donc, k est un nombre Anderson lorsque le chiffre des unités de $2a + 1$ est a.
On vérifie les 9 valeurs possibles de a pour conclure que la seule qui vérifie la condition est $a = 9$.
Donc, $k = 9376$ est le seul nombre Anderson pair de quatre chiffres.
On peut vérifier que $9376^2 = 87\,909\,376$ et que ce nombre se termine par 9376.
Donc S, la somme des tous les nombres Anderson pairs, est égale à $6 + 76 + 376 + 9376$, ou 9834.
La somme de tous les chiffres de S est égale à $9 + 8 + 3 + 4$, ou 24.

Réponse : (E)

24. Puisque 1182 maisons abritent une tortue, il ne peut y avoir plus de 1182 maisons qui abritent un chien, un chat et une tortue.
Puisqu'il y a plus de maisons qui abritent un chien et plus de maisons qui abritent un chat que de maisons qui abritent une tortue, il est possible que toutes les 1182 qui abritent une tortue abritent aussi un chien et un chat.
Puisque le plus grand nombre possible de maisons qui abritent un chien, un chat et une tortue est égal à 1182, on a $x = 1182$.

Puisque 1182 maisons abritent une tortue et qu'il y a 2017 maisons en tout, il y a 835 maisons qui n'abritent aucune tortue ($2017 - 1182 = 835$).
Or, 1651 maisons abritent un chat.
Puisque 835 maisons n'abritent aucune tortue, il y a au plus 835 maisons qui abritent un chat, mais pas une tortue. En d'autres mots, les maisons qui n'abritent une tortue n'abritent pas nécessairement toutes un chat.
Il y a donc au moins 816 maisons ($1651 - 835 = 816$) qui abritent une tortue et un chat.
Enfin, 1820 maisons abritent un chien.
Puisqu'au moins 816 maisons qui abritent une tortue et un chat, il y a au plus 1201 maisons ($2017 - 816 = 1201$) qui n'abritent aucune tortue ou aucun chat (ou ni l'un, ni l'autre).
Puisque 1820 maisons abritent un chat, il y a au moins 619 maisons ($1820 - 1201 = 619$) qui abritent un chien, un chat et une tortue.
En d'autres mots, le plus petit nombre possible de maisons qui abritent un chien, un chat et une tortue est égal à 619. Donc $y = 619$.
Les deux diagrammes de Venn suivants montrent que chacune de ces situations est possible :



Puisque $x = 1182$ et $y = 619$, alors $x - y = 563$.

Réponse : (C)

25. Soit $vwxyz$ le nombre de 5 chiffres choisi par Sam, chaque lettre étant un chiffre indiquant la valeur positionnelle.
Puisque $vwxyz$ et 71794 ont 0 chiffre conforme, alors $v \neq 7$ et $w \neq 1$ et $x \neq 7$ et $y \neq 9$ et $z \neq 4$.
Puisque $vwxyz$ et 71744 ont un chiffre conforme, alors selon ce qui précède, on a $y = 4$.
Puisque $vwx4z$ et 51545 ont deux chiffres conformes et que $w \neq 1$, alors $vwxyz$ doit avoir une des formes suivantes : $5wx4z$ ou $vw54z$ ou $vwx45$.

1er cas : $vwxyz = 5wx4z$
Puisque $5wx4z$ et 21531 ont 1 chiffre conforme et que $w \neq 1$, alors $x = 5$ ou $z = 1$.
Si $x = 5$, alors $5wx4z$ et 51545 auraient 3 chiffres conformes, ce qui contredit la condition donnée.
Donc $z = 1$.
Donc $vwxyz = 5wx41$ et on sait que $w \neq 1$ et $x \neq 5, 7$.

Jusqu'à maintenant, ce nombre satisfait aux 1re, 2e, 3e et 7e rangées du tableau.
Puisque $5wx41$ et 59135 ont 1 chiffre conforme et que $v = 5$, on a $w \neq 9$ et $x \neq 1$.
Puisque $5wx41$ et 58342 ont 2 chiffres conformes et que $v = 5$ et $y = 4$, on a $w \neq 8$ et $x \neq 3$.
Puisque $5wx41$ et 37348 ont 2 chiffres conformes et que $y = 4$, alors $w = 7$ ou $x = 3$.
Or, on sait déjà que $x \neq 3$. Donc $w = 7$.
On a donc $vwxyz = 57x41$ avec $x \neq 1, 3, 5, 7$ comme restrictions.
Les entiers $57041, 57241, 57441, 57641, 57841$ et 57941 vérifient ces conditions. Ce sont donc des candidats pour le nombre que Sam a choisi.

2e cas : $vwxyz = vw54z$

Puisque $vw54z$ et 51545 ont 2 chiffres conformes, alors $v \neq 5$ et $z \neq 5$.
Puisque $vw54z$ et 21531 ont 1 chiffre conforme et que $x = 5$, alors $v \neq 2$ et $z \neq 1$. (On sait déjà que $w \neq 1$.)
Puisque $vw54z$ et 59135 ont 1 chiffre conforme, alors $v = 5$ ou $w = 9$ ou $z = 5$.
On doit donc avoir $w = 9$, car on a déjà $v \neq 5$ et $z \neq 5$.
Donc $vwxyz = v954z$ et $v \neq 2, 7, 5$ et $z \neq 1, 4, 5$.
Jusqu'à maintenant, ce nombre satisfait aux 1re, 2e, 3e, 4e et 7e rangées du tableau.
Puisque $v954z$ et 58342 ont 2 chiffres conformes et que $v \neq 5$, alors $z = 2$.
Puisque $v9542$ et 37348 ont 2 chiffres conformes, alors $v = 3$.
Dans ce cas, l'entier 39542 est le seul entier possible. Il vérifie toutes les conditions.

3e cas : $vwxyz = vwx45$

Puisque $vwx45$ et 21531 ont 1 chiffre conforme et que $w \neq 1$, alors $v = 2$ ou $x = 5$.
Or si $x = 5$, alors $vw545$ et 51545 auraient 3 chiffres conformes. Donc $x \neq 5$ et $v = 2$.
Donc, $vwxyz = 2wx45$ et on sait que $w \neq 1$ et $x \neq 5, 7$.
Jusqu'à maintenant, ce nombre satisfait aux 1re, 2e, 3e et 7e rangées du tableau.
Puisque $2wx45$ et 59135 ont 1 chiffre conforme et que $z = 5$, on a $w \neq 9$ et $x \neq 1$.
Puisque $2wx45$ et 58342 ont 2 chiffres conformes, alors $w = 8$ ou $x = 3$, mais pas les deux.
Puisque $2wx45$ et 37348 ont 2 chiffres conformes, alors $w = 7$ ou $x = 3$, mais pas les deux.
Si $w = 8$, on doit avoir $x \neq 3$. Donc ni $w = 7$, ni $x = 3$ n'est vrai.
On doit donc avoir $x = 3$ et $w \neq 7, 8$.
On a donc $vwxyz = 2w345$, avec $w \neq 1, 7, 8, 9$ comme restrictions.
Les entiers $20345, 22345, 23345, 24345, 25345$ et 26345 vérifient ces conditions. Ce sont donc des candidats pour le nombre que Sam a choisi

Il y a donc 13 possibilités pour le nombre que Sam a choisi. Leur somme est égale à 526758.

Réponse : (E)