



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Cayley

(10<sup>e</sup> année – Sec. IV)

le mercredi 24 février 2016

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 25 février 2016

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée : 60 minutes

©2015 University of Waterloo

L'utilisation d'une calculatrice est permise, mais il est interdit d'utiliser un appareil ayant accès à Internet, pouvant communiquer avec d'autres appareils ou contenant des renseignements enregistrés au préalable. Par exemple, il est interdit d'utiliser un téléphone intelligent ou une tablette.

## Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.  
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.  
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.
10. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Pascal, Cayley ou Fermat.

*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca), Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

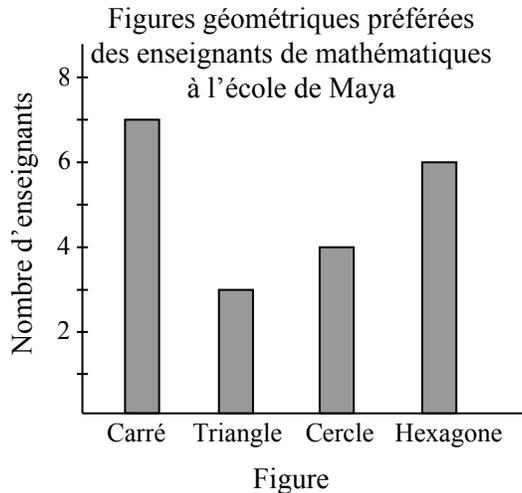
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

**Partie A (5 points par bonne réponse)**

1. Quelle est la valeur de  $(3 + 2) - (2 + 1)$  ?

- (A) 8                    (B) 3                    (C) 1                    (D) 5                    (E) 2

2. Maya a demandé aux 20 enseignants de mathématiques à son école quelle était leur figure géométrique préférée. Les réponses sont représentées par le diagramme en bâtons ci-contre. Quel est le nombre d'enseignants qui *n'ont pas* choisi « Carré » comme figure préférée ?



- (A) 14  
(B) 12  
(C) 15  
(D) 16  
(E) 13

3. Quelle est la valeur de l'expression  $\sqrt{5^2 - 4^2}$  ?

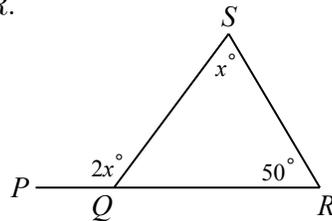
- (A) 1                    (B) 2                    (C) 3                    (D) 4                    (E) 9

4. En marchant, Blaise fait des pas de  $\frac{1}{2}$  mètre. Combien de pas Blaise fait-il pour parcourir 12 mètres en ligne droite ?

- (A) 9                    (B) 12                    (C) 16                    (D) 24                    (E) 36

5. Dans la figure ci-contre, le point  $Q$  est situé sur  $PR$ . Quelle est la valeur de  $x$  ?

- (A) 50                    (B) 80                    (C) 100  
(D) 16,7                    (E) 130



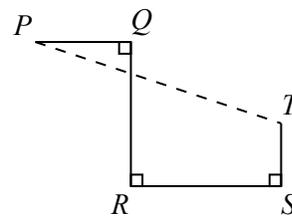
6. Sachant que la droite qui passe par les points  $(2, 7)$  et  $(a, 3a)$  a une pente de 2, quelle est la valeur de  $a$  ?

- (A)  $\frac{5}{2}$                     (B) 10                    (C) 3                    (D)  $\frac{11}{5}$                     (E)  $\frac{12}{5}$

7. Une équipe de soccer a joué trois matchs. Chaque match s'est terminé par une victoire, une défaite ou une égalité. (Il y a égalité lorsqu'un match se termine avec un même nombre de buts marqués par les deux équipes.) En tout, l'équipe a compté plus de buts que ses adversaires n'en ont comptés contre elle. Lequel des résultats suivants n'est pas possible pour cette équipe ?
- (A) 2 victoires, 0 défaite, 1 égalité  
 (B) 1 victoire, 2 défaites, 0 égalité  
 (C) 0 victoire, 1 défaite, 2 égalités  
 (D) 1 victoire, 1 défaite, 1 égalité  
 (E) 1 victoire, 0 défaite, 2 égalités
8. On attribue aux cinq premières lettres de l'alphabet les valeurs suivantes :  $A = 1$ ,  $B = 2$ ,  $C = 3$ ,  $D = 4$  et  $E = 5$ . La valeur d'un mot est égale à la somme des valeurs des lettres qui le composent. Par exemple, le mot  $BAD$  a pour valeur  $2 + 1 + 4$ , ou 7. Lequel des mots suivants a la plus grande valeur ?
- (A)  $BAD$       (B)  $CAB$       (C)  $DAD$       (D)  $BEE$       (E)  $BED$
9. Gianna écrit une suite de 20 nombres, le premier étant 43. Ensuite, chaque nombre est 4 de moins que le nombre précédent. La suite commence donc par 43, 39, 35, ... Combien Gianna écrit-elle de nombres strictement positifs ?
- (A) 11      (B) 9      (C) 13      (D) 15      (E) 12
10. Cinq élèves jouent l'un contre l'autre aux échecs. Chaque élève joue trois parties contre chaque autre élève. Combien de parties sont jouées en tout ?
- (A) 15      (B) 8      (C) 30      (D) 60      (E) 16

**Partie B (6 points par bonne réponse)**

11. Dans la figure ci-contre,  $PQ$  est perpendiculaire à  $QR$ ,  $QR$  est perpendiculaire à  $RS$  et  $RS$  est perpendiculaire à  $ST$ . Sachant que  $PQ = 4$ ,  $QR = 8$ ,  $RS = 8$  et  $ST = 3$ , quelle est la distance de  $P$  à  $T$  ?

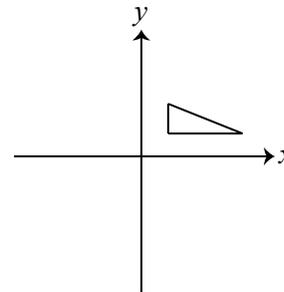


- (A) 16      (B) 12      (C) 17  
 (D) 15      (E) 13
12. Alejandro a une boîte qui contient 30 boules numérotées de 1 à 30. Il choisit une boule au hasard, chaque boule ayant les mêmes chances d'être choisie. Laquelle des situations suivantes est la plus probable ?
- (A) Il choisit une boule dont le numéro est un multiple de 10.  
 (B) Il choisit une boule dont le numéro est impair.  
 (C) Il choisit une boule dont le numéro contient le chiffre 3.  
 (D) Il choisit une boule dont le numéro est un multiple de 5.  
 (E) Il choisit une boule dont le numéro contient le chiffre 2.
13. Laquelle des fractions suivantes est à la fois supérieure à  $\frac{1}{6}$  et inférieure à  $\frac{1}{4}$  ?
- (A)  $\frac{5}{12}$       (B)  $\frac{5}{36}$       (C)  $\frac{5}{24}$       (D)  $\frac{5}{60}$       (E)  $\frac{5}{48}$
14. Combien y a-t-il de zéros dans l'entier égal à  $(10^{100}) \times (100^{10})$  ?
- (A) 120      (B) 200      (C) 220      (D) 300      (E) 110

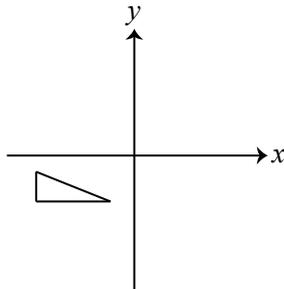
15. Quel est le chiffre des dizaines du plus petit entier strictement positif qui est divisible par chacun des nombres 20, 16 et 2016 ?

- (A) 0            (B) 2            (C) 4            (D) 6            (E) 8

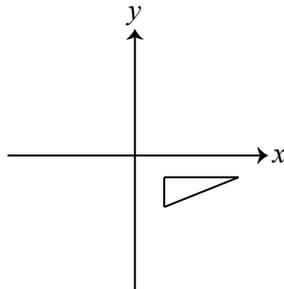
16. Le triangle ci-contre est réfléchi par rapport à l'axe des abscisses et le triangle qui en résulte est réfléchi par rapport à l'axe des ordonnées. Laquelle des figures suivantes représente le mieux la position finale du triangle ?



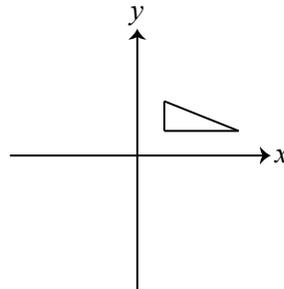
(A)



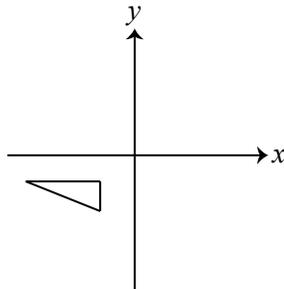
(B)



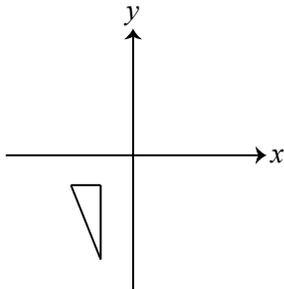
(C)



(D)

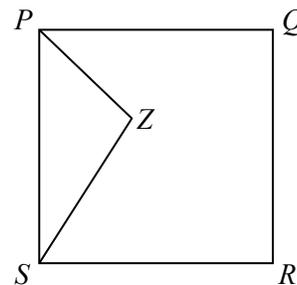


(E)



17. Dans la figure ci-contre, le carré  $PQRS$  a un périmètre de 120 et le triangle  $PZS$  a un périmètre de  $2x$ . Laquelle des expressions suivantes représente le périmètre du pentagone  $PQRSZ$  ?

- (A)  $120 + 2x$     (B)  $40 + 2x$     (C)  $60 + 2x$   
 (D)  $90 + 2x$     (E)  $30 + 2x$



18. Lorsque trois entiers strictement positifs sont additionnés deux à deux, on obtient des sommes de 998, 1050 et 1234. Quelle est la différence du plus grand et du plus petit des trois entiers strictement positifs donnés ?

- (A) 262            (B) 248            (C) 224            (D) 250            (E) 236

19. On place  $n$  points à égales distances sur un cercle et ces points sont nommés, dans l'ordre, au moyen des entiers de 1 à  $n$ . On dit que deux points sont *diamétralement opposés* si le segment de droite qui les joint est un diamètre du cercle. Sachant que les points 7 et 35 sont diamétralement opposés, quelle est la valeur de  $n$  ?

- (A) 54            (B) 55            (C) 56            (D) 57            (E) 58

20. À l'école secondaire Pouliot,  $n$  élèves sont membres du club de maths. Lorsque madame Germain tente de placer les  $n$  élèves en groupes de 4, elle peut former un nombre de groupes complets, mais il reste un groupe de moins de 4 élèves. Lorsqu'elle tente de placer les  $n$  élèves en groupes de 3, elle réussit à former 3 groupes complets de plus qu'il y avait de groupes complets de 4 et il reste encore un groupe incomplet. Lorsqu'elle tente de placer les  $n$  élèves en groupes de 2, elle réussit à former 5 groupes complets de plus qu'il y avait de groupes complets de 3 et il reste encore un groupe incomplet. Quelle est la somme des chiffres de l'entier égal à  $n^2 - n$  ?
- (A) 11            (B) 12            (C) 20            (D) 13            (E) 10

---

**Partie C (8 points par bonne réponse)**

21. Dans son dernier match de basketball, Jade a marqué 36 points. Avec ces points, sa moyenne de points par match est passée de 20 à 21. Pour que cette moyenne passe à 22 points, combien de points Jade doit-elle marquer dans son prochain match ?
- (A) 38            (B) 22            (C) 23            (D) 36            (E) 37
22. Alain et Louise conduisent sur une piste circulaire qui a un rayon de 25 km. Alain quitte la ligne de départ en premier, dans le sens des aiguilles d'une montre, à une vitesse de 80 km/h. Quinze minutes après le départ d'Alain, Louise quitte la même ligne de départ, dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, à une vitesse de 100 km/h. Pendant combien d'heures Louise aura-t-elle conduit lorsque les deux se rencontreront la quatrième fois sur la piste ?
- (A)  $\frac{50\pi-6}{45}$             (B)  $\frac{4\pi+1}{4}$             (C)  $\frac{10\pi-1}{9}$             (D)  $\frac{15\pi+6}{16}$             (E)  $\frac{25\pi-1}{24}$
23. Soit un octogone régulier  $PQRSTU VW$ . (Un *octogone régulier* est un octogone dont les huit côtés sont de même longueur et les huit angles sont égaux.) Il y a 70 façons différentes de choisir quatre de ses côtés au hasard. Si on choisit quatre de ses côtés au hasard et que l'on prolonge ces côtés à l'infini dans les deux sens, quelle est la probabilité pour que ces droites se rencontrent pour former un quadrilatère qui contient l'octogone ?
- (A)  $\frac{1}{2}$             (B)  $\frac{19}{35}$             (C)  $\frac{37}{70}$             (D)  $\frac{17}{35}$             (E)  $\frac{18}{35}$
24. Quelle est la somme de tous les nombres  $q$  que l'on peut écrire sous la forme  $q = \frac{a}{b}$ ,  $a$  et  $b$  étant des entiers strictement positifs,  $b \leq 10$ , pour lesquels il existe exactement 19 entiers  $n$  qui vérifient  $\sqrt{q} < n < q$  ?
- (A) 871,5            (B) 743,5            (C) 777,5            (D) 808,5            (E) 1106,5
25. Une nouvelle langue utilise seulement les lettres A, B, C, D et E. Les lettres A et E sont des *voyelles*, tandis que les lettres B, C et D sont des *consonnes*. Une séquence de lettres est appelée un *mot* si elle ne contient pas une même lettre deux fois de suite et si elle ne contient pas deux voyelles l'une après l'autre. Dans cette langue, combien y a-t-il de mots de 10 lettres qui commencent par une voyelle ?
- (A) 199 680            (B) 199 968            (C) 199 584            (D) 199 872            (E) 199 776



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

**Pour les élèves...**

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2016! Chaque année, plus de 220 000 élèves, provenant de 60 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignante ou votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- plus d'information à propos du concours Galois
- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

**Pour les enseignants...**

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11<sup>e</sup> et 12<sup>e</sup> année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours