Le CENTRE d'ÉDUCATION

en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Pascal 2015

(9^e année – Secondaire III)

le mardi 24 février 2015

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

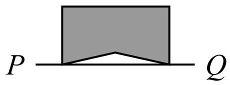
le mercredi 25 février 2015

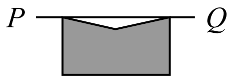
(hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Solutions

1. On a $\dfrac{20+15}{30-25} = \dfrac{35}{5} = 7$.

Réponse : (D)

2. Lorsque la figure 

est réfléchie par rapport au segment PQ, on obtient la figure :


En effet, puisque la figure initiale est au-dessus du segment, l'image est au-dessous du segment. De plus, puisque la figure initiale touche le segment en deux points, l'image touche aussi le segment en deux points.

Réponse : (A)

3. Puisque $8+6 = n+8$, on soustrait 8 de chaque membre pour obtenir $6 = n$, ou $n = 6$.
OU Puisque l'ordre dans lequel on additionne deux nombres ne change pas le résultat, alors $8+6 = 6+8$, d'où $n = 6$.

Réponse : (C)

4. Chacun des nombres 0,07, $-0{,}41$, 0,35 et $-0{,}9$ est inférieur à 0,7 (c'est-à-dire que chacun est situé à la gauche de 0,7 sur la droite numérique).
Le nombre 0,8 est plus grand que 0,7.

Réponse : (C)

5. On écrit chaque nombre sous forme décimale : $4 + \frac{3}{10} + \frac{9}{1000} = 4 + 0{,}3 + 0{,}009 = 4{,}309$.

Réponse : (B)

6. Puisque les trois ont une moyenne d'âge de 22 ans, alors la somme de leur âge est égale à $3 \cdot 22$ ans, ou 66 ans.
Puisqu'Abel a 23 ans et que France a 24 ans, alors l'âge de Gerta est de $(66 - 23 - 24)$ ans, ou 19 ans.

Réponse : (A)

7. Lorsque $n = 7$, on a :

$$9n = 63 \qquad n+8 = 15 \qquad n^2 = 49 \qquad n(n-2) = 7(5) = 35 \qquad 8n = 56$$

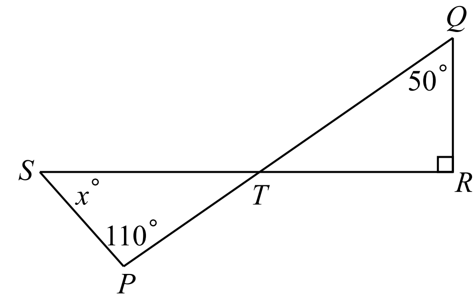
Donc $8n$ a pour valeur un entier pair.
On remarque que pour tout entier n, l'expression $8n$ a pour valeur un entier pair, puisque 8 est pair et que le produit d'un entier pair et de n'importe quel autre entier est pair.
Si n est pair, les cinq expressions auraient pour valeur un entier pair. Si n est impair, seule l'expression $8n$ a pour valeur un entier pair.

Réponse : (E)

8. Après avoir parcouru 60 % de la longueur du sentier, il reste 40 % du sentier à parcourir, car $100\,\% - 60\,\% = 40\,\%$.
D'après l'énoncé, 40 % de la longueur du sentier correspond à 8 km.
Donc, 10 % de la longueur du sentier correspond à un quart de 8 km, ou 2 km.
Puisque 10 % de la longueur du sentier correspond à 2 km, alors la longueur du sentier correspond à $10 \cdot 2$ km, ou 20 km.

Réponse : (E)

9. Puisque les mesures des angles d'un triangle ont une somme de $180°$, alors $\angle QTR = 180° - \angle TQR - \angle QRT$, d'où $\angle QTR = 180° - 50° - 90°$, ou $\angle QTR = 40°$.
Puisque des angles opposés par le sommet sont égaux, alors $\angle STP = \angle QTR = 40°$.
Puisque les mesures des angles du triangle STP ont une somme de $180°$, alors :



$$\begin{aligned}\angle PST + \angle SPT + \angle STP &= 180° \\ x° + 110° + 40° &= 180° \\ x + 150 &= 180 \\ x &= 30\end{aligned}$$

Donc, x a une valeur de 30.

Réponse : (A)

10. On a :

$$\sqrt{16 \times \sqrt{16}} = \sqrt{16 \times 4} = \sqrt{64} = 8$$

Puisque $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$, alors $\sqrt{16 \times \sqrt{16}} = 2^3$.

Réponse : (C)

11. *Solution 1*
La suite de signes comprend 5 signes ♡ et 2 signes ♠.
Chaque fois que Jamil écrit la suite, il écrite 3 signes ♡ de plus que de signes ♠ $(5 - 2 = 3)$.
Lorsqu'il a écrit la suite 50 fois, Jamil a écrit 150 signes ♡ de plus que de signes ♠ $(50 \cdot 3 = 150)$.

Solution 2
La suite de signes comprend 5 signes ♡ et 2 signes ♠.
Lorsque Jamil a écrit la suite 50 fois, il aura écrit 250 signes ♡ $(50 \cdot 5 = 250)$ et 100 signes ♠ $(50 \cdot 2 = 100)$.
Jamil aura donc écrit 150 signes ♡ de plus que de signes ♠ $(250 - 100 = 150)$.

Réponse : (B)

12. Puisque 9 est un multiple de 3, alors chaque entier qui est multiple de 9 est aussi multiple de 3.
On cherche donc le plus petit entier positif qui est un multiple de 5, de 7 et de 9.
Le plus petit entier positif qui est un multiple de 7 et de 9 est $7 \cdot 9$, ou 63, puisque 7 et 9 n'admettent aucun diviseur commun supérieur à 1. (On aurait pu écrire les multiples de 9 jusqu'à ce que l'on obtienne le premier multiple qui est aussi multiple de 7.)
Donc, les entiers positifs qui sont multiples de 7 et de 9 sont ceux qui sont multiples de 63.
On écrit les multiples de 63 jusqu'à ce que l'on obtienne le premier qui est aussi multiple de 5 (c.-à-d. qui se termine par un 0 ou un 5) :

$$63 \cdot 1 = 63 \qquad 63 \cdot 2 = 126 \qquad 63 \cdot 3 = 189 \qquad 63 \cdot 4 = 252 \qquad 63 \cdot 5 = 315$$

Le plus petit entier positif qui est un multiple de 3, de 5, de 7 et de 9 est donc 315.

Réponse : (D)

13. Chaque carré qui a une aire de 400 m^2 a des côtés de longueur 20 m, car $\sqrt{400} = 20$.
Le sentier d'Anna parcourt 20 côtés de ces carrés. Il a donc une longueur de $20 \cdot 20\,\text{m}$, ou $400\,\text{m}$.
Le sentier d'Aaron parcourt 12 côtés de ces carrés. Il a donc une longueur de $12 \cdot 20\,\text{m}$, ou $240\,\text{m}$.
La distance totale parcourue est donc de $400\,\text{m} + 240\,\text{m}$, ou $640\,\text{m}$.

Réponse : (E)

14. D'après la définition, on a :

$$4 \otimes 8 = \frac{4}{8} + \frac{8}{4} = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

Réponse : (E)

15. On remplit un tableau qui indique l'argent que Steve et Wilfrid ont à la fin de chaque année. Après l'année 2000, la donnée dans la colonne de Steve est le double de celle de l'année précédente, tandis que la donnée dans la colonne de de Wilfrid est la moitié de celle de l'année précédente. On s'arrête lorsque la donnée dans la colonne de Steve est plus grande que celle dans la colonne de Wilfrid :

Année	Steve	Wilfrid
2000	100 \$	10 000 \$
2001	200 \$	5000 \$
2002	400 \$	2500 \$
2003	800 \$	1250 \$
2004	1600 \$	625 \$

Donc à la fin de 2004, Steve a plus d'argent que Wilfrid pour la première fois.

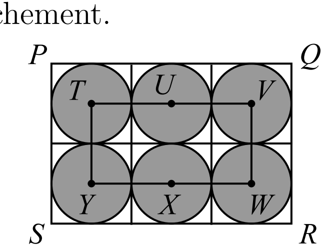
Réponse : (C)

16. Puisque Boris a parcouru 200 km à une vitesse de 50 km/h, il a mis 4 heures pour le faire, car $\frac{200}{50} = 4$.
Anca a parcouru les mêmes 200 km à une vitesse de 60 km/h, avec un arrêt en chemin.
Puisqu'Anca a parcouru 200 km à une vitesse de 60 km/h, le temps qu'elle a mis pour conduire sur la route est de $3\frac{1}{3}$ heures, car $\frac{200}{60} = 3\frac{1}{3}$.
Le temps d'arrêt d'Anca est égal à la différence entre les deux temps sur la route. Il est donc égal à $4\,\text{h} - 3\frac{1}{3}\,\text{h}$, ou $\frac{2}{3}\,\text{h}$.
Puisque $\frac{2}{3}$ d'une heure vaut 40 minutes, Anca s'est arrêtée 40 minutes pour se reposer.

Réponse : (A)

17. Soit r le rayon de chacun des six cercles.
On a donc $TY = TU = UV = YX = XW = VW = 2r$, $PQ = SR = 6r$ et $PS = QR = 4r$:

Puisque chaque cercle a un rayon de r, chacun a un diamètre de $2r$. Chaque cercle peut donc être inscrit dans un carré dont les côtés de longueur $2r$ sont parallèles aux côtés du rectangle $PQRS$.
Chaque cercle touche aux quatre côtés du carré dans lequel il est inscrit.
Chacun des cercles touche à un ou deux des côtés du rectangle $PQRS$ et chacun des cercles touche à un ou deux des autres cercles. Les six carrés recouvrent donc le rectangle $PQRS$ sans chevauchement.



Donc $PQ = SR = 6r$ et $PS = QR = 4r$, puisque le rectangle $PQRS$ a trois carrés de largeur et deux carrés de hauteur.
Puisque le centre de chaque carré est aussi le centre du cercle inscrit dans le carré, alors les centres de deux cercles qui se touchent ont une distance de $2r$ entre eux (cette distance est aussi deux fois la moitié de la longueur d'un côté d'un carré).

Le périmètre du rectangle $TVWY$ est donc égal à :

$$TV + TY + YW + VW = 2r + 4r + 4r + 2r = 12r$$

Puisque le rectangle $TVWY$ a un périmètre de 60, alors $12r = 60$, d'où $r = 5$.
Puisque $r = 5$, alors dans le grand rectangle, on a $PQ = SR = 30$ et $PS = QR = 20$.
Le rectangle $PQRS$ a donc une aire de $PQ \cdot PS$, ou $30 \cdot 20$, ou 600.

Réponse : (A)

18. Dans un carré magique, les nombres de chaque rangée, de chaque colonne et de chaque diagonale ont la même somme.
Puisque les nombres de la première rangée ont la même somme que les nombres de la première colonne, alors $a + 13 + b = a + 19 + 12$, d'où $b = 19 + 12 - 13$, ou $b = 18$.
Les nombres de la troisième colonne ont une somme de $18 + 11 + 16$, ou 45. Les nombres de n'importe quelle rangée, colonne ou diagonale ont donc une somme de 45.
Dans la première colonne, on a $a + 19 + 12 = 45$, d'où $a = 14$.
Dans la deuxième rangée, on a $19 + c + 11 = 45$, d'où $c = 15$.
Donc $a + b + c = 14 + 18 + 15$, ou $a + b + c = 47$.

Réponse : (C)

19. *Solution 1*
On procède à rebours.
Katia avait 16 raisins après qu'elle eut donné la moitié des raisins qui restaient à Anna.
Juste avant de donner ces raisins à Anna, Katia avait donc 32 raisins, car $2 \cdot 16 = 32$.
Avant de donner les raisins à Anna, Katia a mangé 4 raisins. Avant de manger ces 4 raisins, elle avait donc 36 raisins, car $32 + 4 = 36$.
Avant de manger les 4 raisins, Katia a donné à Michel un tiers des raisins qu'elle avait au départ. Il lui restait donc deux tiers des raisins qu'elle avait au départ.
Donc deux tiers des raisins qu'elle avait au départ correspondent à 36 raisins. Un tiers de ces raisins correspond donc à 18 raisins, car $\frac{36}{2} = 18$.
Elle a donc donné 18 raisins à Michel. Au départ, elle avait donc 54 raisins, car $36 + 18 = 54$.

Solution 2
On suppose que Katia avait x raisins au départ.
Elle donne $\frac{1}{3}x$ raisins à Michel. Il lui reste donc $\frac{2}{3}x$ raisins, car $x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$.
Katia mange ensuite 4 raisins. Il lui reste donc $\frac{2}{3}x - 4$ raisins.
Katia donne ensuite la moitié des raisins qui restent à Anna. Elle garde donc l'autre moitié des raisins qui restent. Elle a donc $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x - 4\right)$ raisins.
On simplifie pour obtenir $\frac{2}{6}x - \frac{4}{2}$ raisins, ou $\frac{1}{3}x - 2$ raisins.
Puisqu'il lui reste 16 raisins à la fin, alors $\frac{1}{3}x - 2 = 16$, d'où $\frac{1}{3}x = 18$, ou $x = 54$.
Donc, Katia avait 54 raisins au départ.

Réponse : (B)

20. Puisque 10 \$ $= 2 \cdot 5$ \$, alors on peut former 10 \$ en utilisant 0, 1 ou 2 billets de 5 \$, mais on ne peut pas former 10 \$ en utilisant plus de 2 billets de 5 \$.

Avec 2 billets de 5 \$, on obtient exactement 10 \$. Avec 2 billets de 5 \$, il y a donc exactement une façon d'obtenir 10 \$.

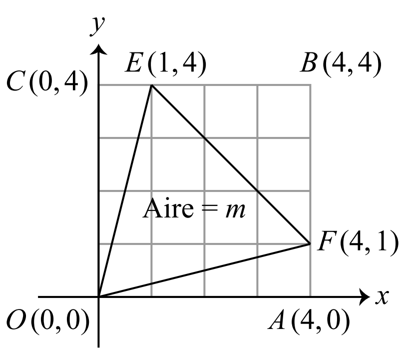
Avec 1 billet de 5 \$, il faut ajouter 5 \$ en pièces de monnaie pour obtenir 10 \$.
Puisque 5 est impair et que toute quantité de pièces de 2 \$ ajoute un nombre pair de dollars, il faut un nombre impair de pièces de 1 \$.
Pour ajouter 5 \$, il faut ajouter 5 pièces de 1 \$ et 0 pièce de 2 \$ ou 3 pièces de 1 \$ et 1 pièce de 2 \$ ou 1 pièce de 1 \$ et 2 pièces de 2 \$.
Donc avec 1 billet de 5 \$, il y a 3 façons d'obtenir 10 \$.

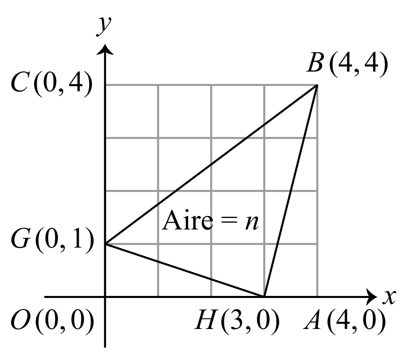
Avec 0 billet de 5 \$, il faut ajouter 10 \$ en pièces de monnaie pour obtenir 10 \$.
Puisque 10 est un nombre pair et que toute quantité de pièces de 2 \$ ajoute un nombre pair de dollars, il faut un nombre pair de pièces de 1 \$.
Les nombres respectifs de pièces de 1 \$ et de 2 \$ qu'il faut pour obtenir 10 \$ sont 10 et 0, 8 et 1, 6 et 2, 4 et 3, 2 et 4 ou 0 et 5.
Avec 0 billets de 5 \$, il y a donc 6 façons d'obtenir 10 \$.

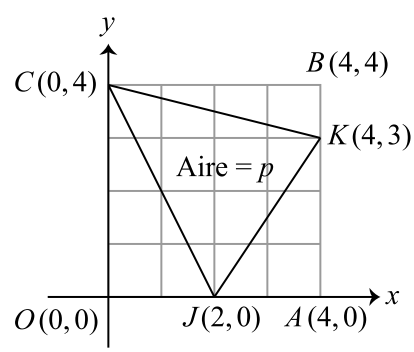
En tout, il y a $(1 + 3 + 6)$ façons, c'est-à-dire 10 façons pour André d'obtenir 10 \$.

Réponse : (A)

21. Dans chaque figure, l'origine O a pour coordonnées $(0, 0)$, le point A a pour coordonnées $(4, 0)$, le point B a pour coordonnées $(4, 4)$ et le point C a pour coordonnées $(0, 4)$.
Dans chaque figure, le carré $OABC$ a pour dimensions 4 sur 4 et il a donc une aire de 16.
Dans la première figure, les points E et F ont pour coordonnées respectives $(1, 4)$ et $(4, 1)$.
Dans la deuxième figure, les points G et H ont pour coordonnées respectives $(0, 1)$ et $(3, 0)$.
Dans la troisième figure, les points J et K ont pour coordonnées respectives $(2, 0)$ et $(4, 3)$.







Dans la première figure, l'aire du triangle OEF est égale à l'aire du carré $OABC$ moins l'aire des triangles OCE, EBF et FAO.
Chacun de ces trois triangles est rectangle, car il partage un angle droit avec un angle du carré.
Puisque $OC = 4$ et $CE = 1$, l'aire du triangle OCE est égale à $\frac{1}{2}(4)(1)$, ou 2.
Puisque $EB = 3$ et $BF = 3$, l'aire du triangle EBF est égale à $\frac{1}{2}(3)(3)$, ou $\frac{9}{2}$.
Puisque $FA = 1$ et $AO = 4$, l'aire du triangle FAO est égale à $\frac{1}{2}(1)(4)$, ou 2.
Donc, l'aire du triangle OEF est égale à $16 - 2 - \frac{9}{2} - 2$, ou $\frac{15}{2}$. Donc $m = \frac{15}{2}$.

Dans la deuxième figure, l'aire du triangle GBH est égale à l'aire du carré $OABC$ moins l'aire des triangles GCB, BAH et HOG.
Chacun de ces trois triangles est rectangle, car il partage un angle droit avec un angle du carré.
Puisque $GC = 3$ et $CB = 4$, l'aire du triangle GCB est égale à $\frac{1}{2}(3)(4)$, ou 6.

Puisque $BA = 4$ et $AH = 1$, l'aire du triangle BAH est égale à $\frac{1}{2}(4)(1)$, ou 2.
Puisque $HO = 3$ et $OG = 1$, l'aire du triangle HOG est égale à $\frac{1}{2}(1)(3)$, ou $\frac{3}{2}$.
Donc, l'aire du triangle HOG est égale à $16 - 6 - 2 - \frac{3}{2}$, ou $\frac{13}{2}$. Donc $n = \frac{13}{2}$.

Dans la troisième figure, l'aire du triangle CKJ est égale à l'aire du carré $OABC$ moins l'aire des triangles CBK, KAJ et JOC.
Chacun de ces trois triangles est rectangle, car il partage un angle droit avec un angle du carré.
Puisque $CB = 4$ et $BK = 1$, l'aire du triangle CBK est égale à $\frac{1}{2}(4)(1)$, ou 2.
Puisque $KA = 3$ et $AJ = 2$, l'aire du triangle KAJ est égale à $\frac{1}{2}(3)(2)$, ou 3.
Puisque $JO = 2$ et $OC = 4$, l'aire du triangle JOC est égale à $\frac{1}{2}(2)(4)$, ou 4.
Donc, l'aire du triangle CKJ est égale à $16 - 2 - 3 - 4$, ou 7. Donc $p = 7$.

Puisque $m = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$, $n = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$ et $p = 7$, alors $n < p < m$.

Réponse : (D)

22. *Solution 1*

Soit c \$ le coût d'installation du tapis par mètre carré.
Dans chaque situation, le coût d'installation dans une salle est égal au produit du coût par mètre carré et de l'aire de la salle.
D'après la première ligne, première colonne du tableau, on a $15 \cdot 10 \cdot c\,\$ = 397{,}50\,\$$.
D'après la première ligne, deuxième colonne du tableau, on a $15 \cdot y \cdot c\,\$ = 675{,}75\,\$$.
D'après la deuxième ligne, première colonne du tableau, on a $x \cdot 10 \cdot c\,\$ = 742{,}00\,\$$.
D'après la deuxième ligne, deuxième colonne du tableau, on a $x \cdot y \cdot c\,\$ = z\,\$$.
Or :

$$z = x \cdot y \cdot c = x \cdot y \cdot c \cdot \frac{10 \cdot 15 \cdot c}{10 \cdot 15 \cdot c} = \frac{(x \cdot 10 \cdot c) \cdot (15 \cdot y \cdot c)}{15 \cdot 10 \cdot c} = \frac{(742{,}00) \cdot (675{,}75)}{397{,}50} = 1261{,}40$$

Donc $z = 1261{,}40$.

Solution 2

Soit c \$ le coût d'installation du tapis par mètre carré.
Dans chaque situation, le coût d'installation dans une salle est égal au produit du coût par mètre carré et de l'aire de la salle.
D'après la première ligne, première colonne du tableau, on a $15 \cdot 10 \cdot c\,\$ = 397{,}50\,\$$.
Donc $c = \dfrac{397{,}50}{15 \cdot 10} = 2{,}65$.
D'après la première ligne, deuxième colonne du tableau, on a $15 \cdot y \cdot c\,\$ = 675{,}75\,\$$.
Donc $y = \dfrac{675{,}75}{15 \cdot 2{,}65} = 17$.
D'après la deuxième ligne, première colonne du tableau, on a $x \cdot 10 \cdot c\,\$ = 742{,}00\,\$$.
Donc $x = \dfrac{742{,}00}{10 \cdot 2{,}65} = 28$.
D'après la deuxième ligne, deuxième colonne du tableau, on a $x \cdot y \cdot c\,\$ = z\,\$$.
Donc $z = 28 \cdot 17 \cdot 2{,}65 = 1261{,}40$.
Donc $z = 1261{,}40$.

Réponse : (E)

23. Puisque le membre de gauche de l'équation est un multiple de 6, alors le membre de droite, soit c^2, est aussi un multiple de 6.
Puisque c^2 est un multiple de 6, alors c^2 est un multiple de 2 et un multiple de 3.
Puisque 2 et 3 sont des nombres premiers distincts, alors c doit être est un multiple de 2 et un multiple de 3. En effet, si c n'était pas est un multiple de 3, alors c^2 ne pourrait pas être est un multiple de 3 et si c n'était pas pair, alors c^2 ne pourrait pas être pair.
Donc, c est un multiple de 2 et de 3 et il est donc est un multiple de 6.
Dans l'intervalle donné, il y a donc cinq valeurs possibles de c, soit 6, 12, 18, 24 et 30.
Si $c = 6$, alors $6ab = 36$, d'où $ab = 6$.
Puisque $1 \leq a < b < 6$ (car $c = 6$), alors $a = 2$ et $b = 3$.
Si $c = 12$, alors $6ab = 144$, d'où $ab = 24$.
Puisque $1 \leq a < b < 12$, alors $a = 3$ et $b = 8$ ou bien $a = 4$ et $b = 6$.
(Les paires de diviseurs de 24 sont $24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$. Seules les paires $24 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$ donnent des solutions qui satisfont aux restrictions données, car dans les deux autres paires, le plus grand diviseur ne satisfait pas à la restriction d'être inférieur à 12.)
Si $c = 18$, alors $6ab = 324$, d'où $ab = 54$.
Puisque $1 \leq a < b < 18$, alors $a = 6$ et $b = 9$.
(Les paires de diviseurs de 54 sont $54 = 1 \cdot 54 = 2 \cdot 27 = 3 \cdot 18 = 6 \cdot 9$.)
Si $c = 24$, alors $6ab = 576$, d'où $ab = 96$.
Puisque $1 \leq a < b < 24$, alors $a = 6$ et $b = 16$ ou bien $a = 8$ et $b = 12$.
(Les paires de diviseurs de 96 sont $96 = 1 \cdot 96 = 2 \cdot 48 = 3 \cdot 32 = 4 \cdot 24 = 6 \cdot 16 = 8 \cdot 12$.)
Si $c = 30$, alors $6ab = 900$, d'où $ab = 150$.
Puisque $1 \leq a < b < 30$, alors $a = 6$ et $b = 25$ ou bien $a = 10$ et $b = 15$.
(Les paires de diviseurs de 150 sont $150 = 1 \cdot 150 = 2 \cdot 75 = 3 \cdot 50 = 5 \cdot 30 = 6 \cdot 25 = 10 \cdot 150$.)
Donc, les triplets (a, b, c) d'entiers strictement positifs qui vérifient l'équation $6ab = c^2$ et qui satisfont à la condition $a < b < c \leq 35$ sont :

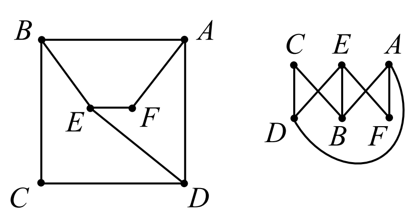
$$(2, 3, 6), (3, 8, 12), (4, 6, 12), (6, 9, 18), (6, 16, 24), (8, 12, 24), (6, 25, 30), (10, 15, 30)$$

Il y a 8 triplets.

Réponse : (B)

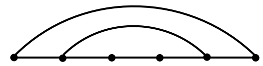
24. On montrera que deux des diagrammes peuvent représenter l'information donnée.
Dans chaque diagramme, un point est appelé un *sommet* et chaque ligne ou courbe entre deux sommets est appelée une *arête*. Le nombre d'arêtes qui arrivent ou qui quittent un sommet est appelé le *degré* du sommet.
Les lettres A, B, C, D, E et F représentent respectivement Ali, Bob, Chi, Dai, Eve et Fay.

On peut attribuer les noms aux deux diagrammes suivants pour représenter les liens :



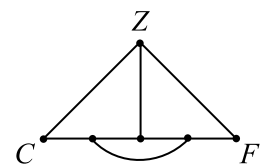
Les 8 liens donnés, $AB, BC, CD, DE, EF, FA, AD$ et BE, sont représentés par des arêtes et il n'y a aucune autre arête dans les diagrammes.
Donc, les diagrammes représentent la situation.

Le premier diagramme donné ne peut représenter la situation, car il ne contient que 7 arêtes et 8 liens doivent être représentés.

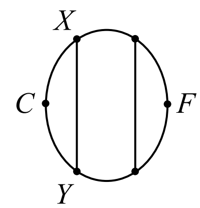


Pour analyser les troisième et cinquième diagrammes, on remarque qu'il y a exactement deux suspects (Chi et Fay) qui sont associés à exactement deux liens (Chi : BC et CD ; Fay : EF et FA).

Dans le cinquième diagramme, il y a exactement deux sommets de degré 2 (c.-à-d. d'où partent ou arrivent exactement 2 arêtes). Si ce diagramme peut représenter l'information, ces sommets doivent représenter C et F dans un ordre quelconque. Puisque le diagramme est symétrique, on peut attribuer les sommets C et F comme dans le diagramme ci-contre.
On considère le sommet Z.
Puisqu'il est relié à C, ce sommet doit être B ou D.
Or, Z est aussi relié à F et ni B ni D n'est relié à F.
Donc, ce diagramme ne peut représenter l'information donnée.



Le troisième diagramme donné a deux sommets de degré 2. Si ce diagramme peut représenter l'information, ces sommets doivent représenter C et F dans un ordre quelconque. Puisque le diagramme est symétrique, on peut attribuer les sommets C et F comme dans le diagramme ci-contre.
On considère les sommets X et Y.
Puisqu'ils sont reliés à C, ils doivent être B et D dans un ordre quelconque.
Or, X et Y sont reliés par une arête, tandis que B et D ne le sont pas, selon l'information donnée.
Donc, ce diagramme ne peut représenter l'information donnée.



Donc, deux des diagrammes donnés peuvent représenter l'information donnée.

Réponse : (B)

25. On remarque d'abord que tout entier strictement positif parait dans le tableau, soit dans la colonne V, soit dans une ou plusieurs des colonnes W, X, Y et Z :

Si un entier v parait dans la colonne V, il ne peut avoir paru dans une des rangées précédentes selon l'énoncé du problème. De façon particulière, v ne peut avoir paru dans une des colonnes W, X, Y ou Z plus tôt dans le tableau.
De plus, v ne peut paraitre plus loin dans le tableau, puisque chaque nombre de sa rangée est plus grand que lui et chaque nombre des rangées suivantes est encore plus grand (puisque les nombres qui suivent dans la colonne V sont plus grands que v).

Si un entier a parait dans une ou plusieurs colonnes W, X, Y ou Z, il ne pourra pas paraitre plus loin dans la colonne V, puisque chaque nombre de la colonne V est un nombre qui n'a pas encore paru dans le tableau.
De plus, a ne peut avoir paru plus tôt dans la colonne V, puisque chaque nombre de la colonne V, avant que a ne paraisse dans la colonne W, X, Y ou Z, est plus petit que a.

Donc si un entier parait dans le tableau, il parait dans la colonne V ou il parait dans une ou plusieurs des colonnes W, X, Y et Z.

Si un entier v n'a pas paru dans le tableau, il sera éventuellement le plus petit entier strictement positif qui ne parait pas encore dans le tableau et il paraitra donc dans la colonne V de la rangée suivante.

On vérifie si 2731 parait dans la colonne Z.

Puisque $2731 = 7(390) + 1$, alors 2731 parait dans la colonne Z si 390 parait dans la colonne V.
Puisque 389 n'est pas un multiple de 2, de 3, de 5 ou de 7 (on peut le vérifier en divisant 389 par chacun de ces nombres), alors 390 ne peut paraitre dans une des colonnes W, X, Y ou Z (car 390 ne peut être exprimé sous la forme $2n+1$, $3n+1$, $5n+1$ ou $7n+1$, n étant un entier positif quelconque).
Donc, 390 parait dans la colonne V. Donc, 2731 parait dans la colonne Z dans la même rangée que 390, car $2731 = 7(390) + 1$.
Ceci élimine donc le choix de réponse (A).
On remarque aussi que puisque 2731 parait dans la colonne Z, il ne peut paraitre dans la colonne V.

On montre ensuite que 2731 parait dans la colonne Y.
Puisque $2731 = 5(546) + 1$, alors 2731 parait dans la colonne Y si 546 parait dans la colonne V.
On montre que 546 parait dans la colonne V.
Puisque 545 est un multiple de 5, mais pas de 2, de 3 ou de 7, alors 546 parait dans la colonne V ou dans la colonne Y, comme il est expliqué au début.
On montre que 546 ne parait pas dans la colonne Y.
Puisque $546 = 5(109) + 1$, alors 546 parait dans la colonne Y si 109 parait dans la colonne V.
On montre que 109 ne parait pas dans la colonne V.
Puisque 108 est un multiple de 2 et de 3, mais pas de 5 ou de 7, alors 109 pourrait paraitre dans une des colonnes V, W ou X.
On montre que 109 parait dans la colonne X.
Puisque $109 = 3(36) + 1$, alors 109 parait dans la colonne X si 36 parait dans la colonne V.
On montre que 36 parait dans la colonne V.
Puisque 35 est un multiple de 5 et de 7, mais pas de 2 ou de 3, alors 36 pourrait paraitre dans une des colonnes V, Y ou Z.
Si 36 paraissait dans la colonne Z, alors 5 paraitrait dans la colonne V, dans la même rangée.
Si 36 paraissait dans la colonne Y, alors 7 paraitrait dans la colonne V, dans la même rangée.
Or, ni 5 ni 7 ne parait dans la colonne V. (Chacun parait dans la deuxième rangée.)
Donc, 36 parait dans la colonne V, ce qui indique que 109 parait dans la colonne X.
Donc, 109 ne parait pas dans la colonne V. Donc, 546 ne parait pas dans la colonne Y.
Puisque 546 parait dans la colonne V ou Y, alors 546 parait dans la colonne V, ce qui indique que 2731 parait dans la colonne Y.
Ceci élimine les choix de réponse (C) et (E).

Enfin on montre que 2731 ne parait pas dans la colonne X.
Puisque 29 n'est pas un multiple de 2, de 3, de 5 ou de 7, alors 30 doit paraitre dans la colonne V.
Puisque 30 parait dans la colonne de V et que $151 = 5(30)+1$, alors 151 parait dans la colonne Y.
Puisque 151 parait dans la colonne Y, il ne parait pas dans la colonne V.
Puisque 151 ne parait pas dans la colonne V et que $303 = 2(151) + 1$, 303 ne parait pas dans la colonne W.
Puisque 303 ne parait pas dans la colonne W, alors 303 parait dans la colonne V. (En effet, 302 n'est pas un multiple de 3, de 5 ou de 7 et 303 ne peut donc pas paraitre dans une des colonnes X, Y ou Z.)
Puisque 303 parait dans la colonne V et que $910 = 3(303)+1$, alors 303 parait dans la colonne X.
Puisque 910 parait dans la colonne X, alors 910 ne parait pas dans la colonne V.
Puisque 910 ne parait pas dans la colonne V et que $2731 = 3(910) + 1$, alors 2731 ne parait pas dans la colonne X.

Donc, 2731 parait dans les colonnes W, Y et Z.

Réponse : (D)