



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Galois

(10^e année – Sec. IV)

le jeudi 16 avril 2015

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 17 avril 2015

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 75 minutes

©2015 University of Waterloo



Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

L'utilisation d'une calculatrice est permise, mais il est interdit d'utiliser un appareil ayant accès à Internet, pouvant communiquer avec d'autres appareils ou contenant des renseignements enregistrés au préalable. Par exemple, il est interdit d'utiliser un téléphone intelligent ou une tablette.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci : 
 - Chacune vaut 2 ou 3 points.
 - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
 - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci : 
 - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
 - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
 - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
 - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.


- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14... ou 1,41..., sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

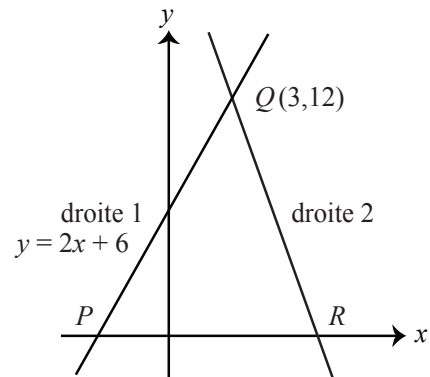
1.  (a) Dans la figure ci-contre, la droite 1 a pour équation $y = 2x + 6$ et elle coupe l'axe des abscisses au point P . Quelle est l'abscisse à l'origine de la droite 1 ?



- (b) La droite 2 a une pente de -3 et elle coupe la droite 1 au point $Q(3, 12)$. Déterminer l'équation de la droite 2.



- (c) La droite 2 coupe l'axe des abscisses au point R . Déterminer l'aire du triangle PQR .



2. Mercredi, on a demandé aux élèves de six écoles différentes s'ils avaient reçu un tour en voiture pour venir à l'école ce jour-là.



- (a) À l'école A, 330 ont reçu un tour et 420 élèves n'en ont pas reçu. Quel pourcentage des élèves de l'école A ont reçu un tour ?







- (b) L'école B compte 240 élèves dont 30 % ont reçu un tour. Combien d'élèves de plus auraient dû recevoir un tour pour que 50 % des 240 élèves de l'école B aient reçu un tour ?



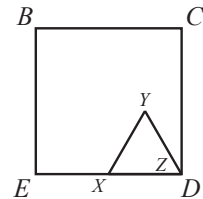
- (c) L'école C compte 200 élèves dont 45 % ont reçu un tour. L'école D compte 300 élèves. Lorsqu'on réunit les élèves des écoles C et D, 57,6 % de ces élèves ont reçu un tour. Si x % des élèves de l'école D ont reçu un tour, déterminer la valeur de x .





- (d) L'école E compte 200 élèves dont n % ont reçu un tour. L'école F compte 250 élèves dont $2n$ % ont reçu un tour. Lorsqu'on réunit les élèves des écoles E et F, entre 55 % et 60 % de ces élèves ont reçu un tour. Sachant que n est un entier strictement positif, déterminer toutes les valeurs possibles de n .

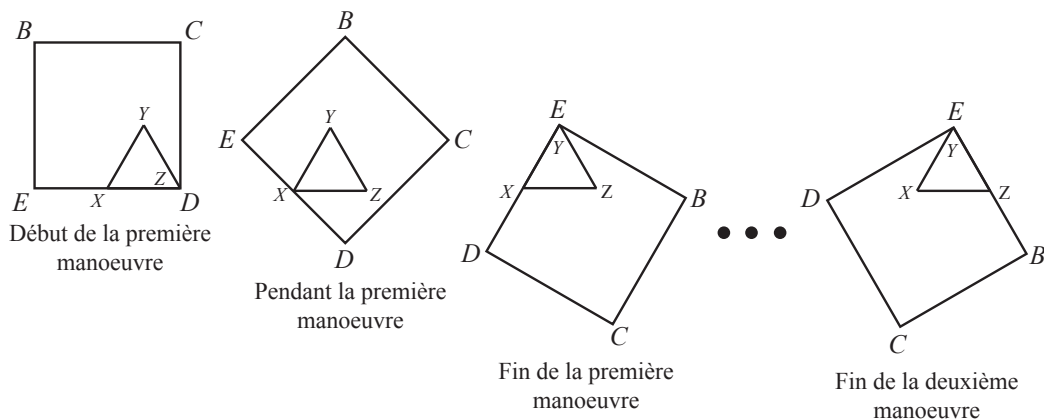
3.  (a) Sachant que $n + 5$ est un entier pair, indiquer lequel des énoncés est vrai : n est pair ou n est impair.
-  (b) Sachant que c et d sont des entiers, expliquer pourquoi $cd(c + d)$ est toujours un entier pair.
-  (c) Déterminer le nombre de couples (e, f) d'entiers strictement positifs pour lesquels
- $e < f$,
 - $e + f$ est impair et
 - $ef = 300$.
-  (d) Déterminer le nombre de couples (m, n) d'entiers strictement positifs pour lesquels $(m + 1)(2n + m) = 9000$.

4. Dans la figure ci-contre, le carré $BCDE$ a des côtés de longueur 2. Le triangle équilatéral XYZ a des côtés de longueur 1. Le sommet Z coïncide avec le sommet D et le sommet X est situé sur ED .




-  (a) Quelle est la mesure de l'angle YXE ?

-  (b) Une manoeuvre consiste à faire tourner le carré autour d'un sommet du triangle, dans le sens des aiguilles d'une montre, jusqu'à ce qu'un côté du carré rencontre un côté du triangle. La première manoeuvre est une rotation de centre X et la deuxième manoeuvre est une rotation de centre Y , comme dans les figures suivantes. (On remarque que le sommet du triangle qui agit comme centre de rotation demeure en contact avec le carré pendant la rotation.)



Dans les manoeuvres suivantes, les rotations du carré ont pour centre Z , puis X , puis Y , et ainsi de suite. Déterminer le nombre de manoeuvres qu'il faut, à partir du début, jusqu'à ce que le sommet D coïncide de nouveau avec un sommet du triangle. Justifier les étapes de sa présentation.

-  (c) Déterminer la longueur du chemin emprunté par le point E du début de la première manoeuvre jusqu'à ce que le carré $BCDE$ retourne à sa position de départ pour la première fois (c'est-à-dire lorsque D coïncide pour la première fois avec Z et XZ est situé sur ED).



**Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE**
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Galois de 2015! Chaque année, plus de 200 000 élèves, provenant de 60 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2015.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2015/2016
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^e et 12^e année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours