



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Fryer

(9<sup>e</sup> année – Sec. III)

le jeudi 16 avril 2015

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 17 avril 2015

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée : 75 minutes

©2015 University of Waterloo

*Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.*

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

L'utilisation d'une calculatrice est permise, mais il est interdit d'utiliser un appareil ayant accès à Internet, pouvant communiquer avec d'autres appareils ou contenant des renseignements enregistrés au préalable. Par exemple, il est interdit d'utiliser un téléphone intelligent ou une tablette.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci : 
  - Chacune vaut 2 ou 3 points.
  - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
  - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci : 
  - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
  - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
  - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
  - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

## ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme  $\pi + 1$  et  $\sqrt{2}$ , et ainsi de suite, plutôt que 4,14... ou 1,41..., sauf indication contraire.

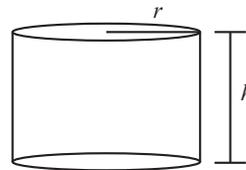
*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca). Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par  $y = x^3 - x$ , mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Une compagnie produit des cylindres. Son cylindre modèle A a un rayon  $r$  de 10 cm et une hauteur  $h$  de 16 cm.



Volume d'un cylindre :  $V = \pi r^2 h$



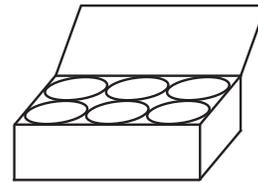
- (a) Calculer le volume d'un cylindre modèle A en  $\text{cm}^3$ .



- (b) La compagnie produit aussi un cylindre modèle B qui a un rayon de 8 cm. Chaque cylindre modèle B a le même volume que chaque cylindre modèle A. Quelle est la hauteur d'un cylindre modèle B en cm ?



- (c) La compagnie produit des boîtes A pouvant contenir six cylindres modèle A. Ceux-ci, placés à la verticale, sont bien tassés dans la boîte comme dans la figure ci-contre. Déterminer le volume d'une boîte A en  $\text{cm}^3$ .



- (d) La compagnie produit aussi des boîtes B pouvant contenir six cylindres modèle B. Les cylindres sont placés à la verticale et bien tassés dans la boîte comme dans la figure précédente. Indiquer laquelle des situations suivantes est vraie : Le volume de la boîte B est inférieur, supérieur ou égal à celui de la boîte A.

2. Au Canada, une pièce de 25 ¢, de 10 ¢ ou de 5 ¢ vaut respectivement 0,25 \$, 0,10 \$ ou 0,05 \$.



- (a) Susanne a 3 pièces de 25 ¢, 18 pièces de 10 ¢ et 25 pièces de 5 ¢. Quelle est la valeur totale des pièces de Suzanne ?



- (b) Luc a un nombre égal de pièces de 10 ¢ et de 5 ¢ et aucune autre pièce de monnaie. Ses pièces ont une valeur totale de 1,50 \$. Combien Luc a-t-il de pièces de 5 ¢ ?



- (c) Élise a des pièces de 25 ¢ et de 10 ¢ qui ont une valeur totale de 10,65 \$. Sachant qu'Élise a  $x$  pièces de 25 ¢ et  $2x + 3$  pièces de 10 ¢, quelle est la valeur de  $x$  ?

3. La somme des  $n$  premiers entiers strictement positifs est donnée par la formule  $\frac{n(n+1)}{2}$ , c'est-à-dire que  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

Par exemple, pour obtenir la somme des 4 premiers entiers strictement positifs, on calcule

$$1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4(4+1)}{2} = 10.$$



- (a) Calculer la somme des 200 premiers entiers strictement positifs, c'est-à-dire la somme de

$$1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200.$$



- (b) Calculer la somme des 50 entiers consécutifs à partir de 151, c'est-à-dire la somme de

$$151 + 152 + 153 + \dots + 198 + 199 + 200.$$

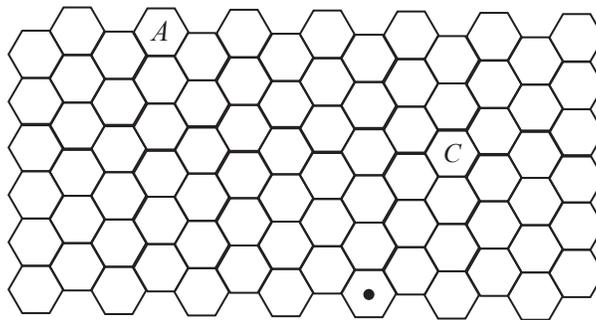


- (c) On considère l'addition des 1000 premiers entiers strictement positifs,  $1 + 2 + 3 + \dots + 999 + 1000$ . On enlève chaque troisième entier pour créer la nouvelle addition

$$1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + 10 + 11 + \dots + 998 + 1000.$$

Calculer la somme de cette nouvelle addition.

4. On place un jeton  $\bullet$  sur une grille hexagonale, comme dans la figure ci-dessous. À chaque étape, le jeton peut être déplacé sur un hexagone adjacent selon l'une des directions  $\swarrow, \uparrow, \nearrow$ . (Le jeton ne peut pas être déplacé dans une des directions  $\swarrow, \downarrow, \searrow$ .)



- (a) Quel est le nombre minimal d'étapes qu'il faut pour déplacer le jeton jusqu'à l'hexagone  $A$ ?



- (b) Déterminer le nombre maximal d'étapes qu'il faut pour déplacer le jeton jusqu'à l'hexagone  $A$ . Justifier les étapes.



- (c) En utilisant exactement 5 étapes, on peut déplacer le jeton jusqu'à l'hexagone  $C$  d'exactly 20 façons différentes. En utilisant exactement 5 étapes, le jeton peut aboutir sur  $n$  hexagones différents d'au moins 20 façons différentes. Déterminer la valeur de  $n$ , tout en justifiant les étapes.



**Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE**  
*cemc.uwaterloo.ca*

*Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2015! Chaque année, plus de 200 000 élèves, provenant de 60 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2015.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

*Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2015/2016
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11<sup>e</sup> et 12<sup>e</sup> année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours