



Problema de la Semana

Problema D y Solución

Los problemas del abuelo

Problema

El abuelo de Bryn siempre está creando problemas de mate para que Bryn los resuelva. En un problema, él le dio un recibo de tienda que enlistaba 72 objetos idénticos, cada uno con el mismo precio, y con un costo total de \$ ★67.9★. El abuelo de Bryn cubrió el primer y el último dígito del precio total con estrellas. Determina el valor de los dígitos que cubrió el abuelo.

Solución

Digamos que el precio total por los 72 objetos fue $A679B$ centavos.

Si sabemos el valor total, podemos obtener el valor de cada cosa dividiendo entre 72. Como el valor total de los objetos es divisible entre 72, también es divisible entre los divisores de 72, es decir 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 y 72.

Si un número es divisible entre 4, los últimos dos dígitos del número deben ser divisibles entre 4. Por lo tanto, $9B$ es divisible entre 4. Los únicos números de dos dígitos que empiezan con 9 y son divisibles entre 4 son 92 y 96. Así que los únicos valores posibles de B son 2 y 6. El valor total es $A6792$ o $A6796$. Pero el número también debe ser divisible entre 8. Para ser divisible entre 8, los últimos 3 dígitos deben ser divisibles entre 8. De los dos números posibles, 792 y 796, sólo 792 es divisible entre 8. Por lo tanto, el último dígito del precio es 2 y sabemos que los 72 objetos cuestan $A6792$ centavos.

Si un número es divisible entre 9, la suma de los dígitos del número es divisible entre 9. Entonces $A + 6 + 7 + 9 + 2 = A + 24$ debe ser divisible entre 9. Como A es un dígito entre 0 y 9, la suma $A + 24$ es un entero entre 24 y 33. El único número en este rango que es divisible entre 9 es 27. Esto implica que $A + 24 = 27$ y entonces $A = 3$.

Por lo tanto, los 72 objetos cuestan \$367.92 y los dígitos que faltaban son 3 y 2. Cada objeto costó $\$367.92 \div 72$, es decir \$5.11.

Nota: Esta forma de resolver el problema es muy eficiente, pero se debe tener cuidado. Ambos números, 4 y 9, dividen a 72 y a cualquier múltiplo de 72. Esto no implica que un número divisible entre $4 \times 9 = 36$ también es divisible entre 72. Por ejemplo, 108 es divisible entre 36 pero no es divisible entre 72. En esta solución encontramos un número divisible entre 8 y entre 9. Como 8 y 9 no tienen factores en común y $8 \times 9 = 72$, cualquier número que es divisible entre 8 y entre 9 al mismo tiempo también es divisible entre 72.

También es posible resolver este problema de manera sistemática por prueba y error. Es decir, primero se puede obtener el valor de B haciendo la multiplicación para todos los valores posibles de B . En este caso, como sólo hay 10 valores posibles (los dígitos del 0 al 9), se puede encontrar la solución razonablemente rápido.