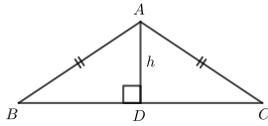




Problema de la Semana

Problema D y Solución

Halla los Perímetros



Problema

El triángulo $\triangle ABC$ es isósceles con $AB = AC$. Tanto los tres lados de $\triangle ABC$ como la altura AD son enteros positivos.

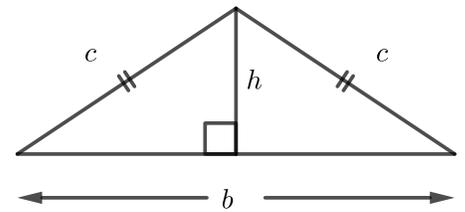
Si el área de $\triangle ABC$ es de 60 cm^2 , determina todos los posibles perímetros de $\triangle ABC$.

Solución

Digamos que la base de $\triangle ABC$ tiene longitud b , que los lados iguales tienen longitud c , y que la altura es h , como se muestra en el diagrama.

El área de $\triangle ABC$ es $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{bh}{2}$.

Como el área es 60 cm^2 , tenemos que $\frac{bh}{2} = 60$ o $bh = 120$.



Siendo que b y h son enteros positivos, podemos considerar todos los factores de 120 para generar todos los posibles valores de b y h . Además, recuerda que la altura AD bisecta a BC . Así que $\triangle ABC$ está compuesto de dos triángulos rectángulos congruentes, cada uno con lados de longitud c , h y $\frac{b}{2}$. Usaremos el Teorema de Pitágoras en uno de estos triángulos rectángulos para encontrar el valor de c en cada posibilidad.

h	b	$\frac{b}{2}$	$c^2 = h^2 + (\frac{b}{2})^2$	¿Es válido?
1	120	60	3601	No, c no es un entero
2	60	30	904	No, c no es un entero
3	40	20	409	No, c no es un entero
4	30	15	241	No, c no es un entero
5	24	12	169	Sí, $c = 13$
6	20	10	136	No, c no es un entero
8	15	7.5	120.25	No, c no es un entero
10	12	6	136	No, c no es un entero
12	10	5	169	Sí, $c = 13$
15	8	4	241	No, c no es un entero
20	6	3	409	No, c no es un entero
24	5	2.5	582.25	No, c no es un entero
30	4	2	904	No, c no es un entero
40	3	1.5	1602.25	No, c no es un entero
60	2	1	3601	No, c no es un entero
120	1	0.5	14400.25	No, c no es un entero

Vemos que hay dos soluciones para (h, b, c) . Las cuales son $(5, 24, 13)$ y $(12, 10, 13)$.

Las longitudes de los lados de los triángulos correspondientes son 24, 13 y 13 ó 10, 13 y 13. Por lo tanto, el perímetro de $\triangle ABC$ es 50 cm ó 36 cm.