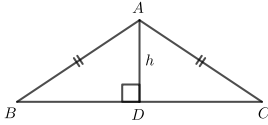




## Problema de la Semana

### Problema D y Solución

### Halla los Perímetros



#### Problema

El triángulo  $\triangle ABC$  es isósceles con  $AB = AC$ . Tanto los tres lados de  $\triangle ABC$  como la altura  $AD$  son enteros positivos.

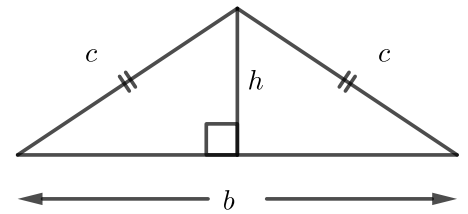
Si el área de  $\triangle ABC$  es de  $60 \text{ cm}^2$ , determina todos los posibles perímetros de  $\triangle ABC$ .

#### Solución

Digamos que la base de  $\triangle ABC$  tiene longitud  $b$ , que los lados iguales tienen longitud  $c$ , y que la altura es  $h$ , como se muestra en el diagrama.

El área de  $\triangle ABC$  es  $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{bh}{2}$ .

Como el área es  $60 \text{ cm}^2$ , tenemos que  $\frac{bh}{2} = 60$  o  $bh = 120$ .



Siendo que  $b$  y  $h$  son enteros positivos, podemos considerar todos los factores de 120 para generar todos los posibles valores de  $b$  y  $h$ . Además, recuerda que la altura  $AD$  bisecta a  $BC$ . Así que  $\triangle ABC$  está compuesto de dos triángulos rectángulos congruentes, cada uno con lados de longitud  $c$ ,  $h$  y  $\frac{b}{2}$ . Usaremos el Teorema de Pitágoras en uno de estos triángulos rectángulos para encontrar el valor de  $c$  en cada posibilidad.

$h$	$b$	$\frac{b}{2}$	$c^2 = h^2 + (\frac{b}{2})^2$	¿Es válido?
1	120	60	3601	No, $c$ no es un entero
2	60	30	904	No, $c$ no es un entero
3	40	20	409	No, $c$ no es un entero
4	30	15	241	No, $c$ no es un entero
5	24	12	169	Sí, $c = 13$
6	20	10	136	No, $c$ no es un entero
8	15	7.5	120.25	No, $c$ no es un entero
10	12	6	136	No, $c$ no es un entero
12	10	5	169	Sí, $c = 13$
15	8	4	241	No, $c$ no es un entero
20	6	3	409	No, $c$ no es un entero
24	5	2.5	582.25	No, $c$ no es un entero
30	4	2	904	No, $c$ no es un entero
40	3	1.5	1602.25	No, $c$ no es un entero
60	2	1	3601	No, $c$ no es un entero
120	1	0.5	14400.25	No, $c$ no es un entero

Vemos que hay dos soluciones para  $(h, b, c)$ . Las cuales son  $(5, 24, 13)$  y  $(12, 10, 13)$ .

Las longitudes de los lados de los triángulos correspondientes son 24, 13 y 13 ó 10, 13 y 13. Por lo tanto, el perímetro de  $\triangle ABC$  es 50 cm ó 36 cm.