

Problema de la Semana

Problema D y Solución

Ángulos II

Problema

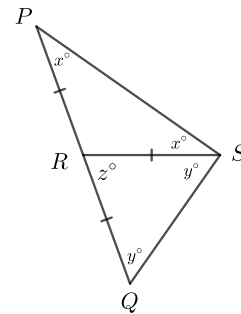
En el triángulo $\triangle PQS$ que se muestra arriba, el punto R está sobre el lado PQ de tal forma que $PR = RQ = RS$ y $\angle QRS = z^\circ$ donde z es desconocido. Determina el valor del ángulo $\angle PSQ$.

Solución

Solución 1

En el triángulo $\triangle PRS$, como $PR = RS$, entonces $\triangle PRS$ es isósceles y $\angle RPS = \angle RSP = x^\circ$.

De forma similar, en $\triangle QRS$, como $RQ = RS$, $\triangle QRS$ es isósceles y $\angle RQS = \angle RSQ = y^\circ$.



Como PRQ es una línea recta, $\angle PRS + \angle QRS = 180^\circ$. Además, ya que $\angle QRS = z^\circ$, tenemos que $\angle PRS = 180 - z^\circ$.

Los ángulos de un triángulo suman 180° , así que en $\triangle PRS$

$$\begin{aligned}\angle RPS + \angle RSP + \angle PRS &= 180^\circ, \\ x^\circ + x^\circ + 180 - z^\circ &= 180^\circ, \\ 2x &= z, \\ x &= \frac{z}{2}.\end{aligned}$$

Similarmente, en $\triangle QRS$ tenemos que

$$\begin{aligned}\angle RQS + \angle RSQ + \angle QRS &= 180^\circ, \\ y^\circ + y^\circ + z^\circ &= 180^\circ, \\ 2y &= 180 - z, \\ y &= \frac{180 - z}{2}.\end{aligned}$$

Entonces, $\angle PSQ = \angle RSP + \angle RSQ = x^\circ + y^\circ = \frac{z^\circ}{2} + \left(\frac{180-z}{2}\right)^\circ = \left(\frac{180}{2}\right)^\circ = 90^\circ$.

Por lo tanto, $\angle PSQ$ mide 90° .

Revisa la Solución 2 para aprender un método más general para resolver este problema.

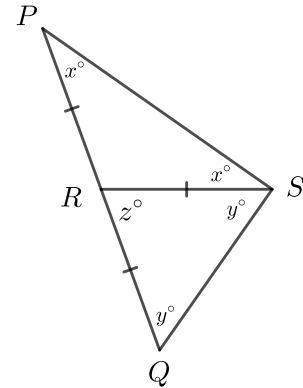


Resulta que para resolver este problema no es necesario determinar las expresiones para x y y en términos de z .

Solución 2

En $\triangle PRS$, como $PR = RS$, $\triangle PRS$ es isósceles y $\angle RPS = \angle RSP = x^\circ$.

De forma similar, en $\triangle QRS$, como $RQ = RS$, $\triangle QRS$ es isósceles y $\angle RQS = \angle RSQ = y^\circ$.



Los ángulos de un triángulo suman 180° , así que en $\triangle PQS$

$$\angle QPS + \angle PSQ + \angle PQS = 180^\circ$$

$$x^\circ + (x^\circ + y^\circ) + y^\circ = 180^\circ$$

$$(x^\circ + y^\circ) + (x^\circ + y^\circ) = 180^\circ$$

$$2(x^\circ + y^\circ) = 180^\circ$$

$$x^\circ + y^\circ = 90^\circ$$

Pero $\angle PSQ = \angle RSP + \angle RSQ = x^\circ + y^\circ = 90^\circ$.

Por lo tanto, $\angle PSQ$ mide 90° .