



Problema de la Semana

Problema D y Solución

El Camino de la Paisajista



Problema

Una paisajista necesita rellenar un camino que mide 2 metros por 8 metros con losetas para patio. Las losetas miden 1 metro por 2 metros, así que la paisajista calcula que se necesitarán 8. Antes de acomodar las losetas, la paisajista quiere ver todas las posibilidades. Ella no puede cortar o traslapar las losetas, y todas deben quedar dentro del área del camino sin dejar ningún hueco. Dos posibles formas de acomodar las losetas se muestran a continuación. ¿Cuántas formas distintas de acomodar las losetas hay en total?

Solución

Consideremos las formas en las que se pueden acomodar las losetas. Imaginaremos que estamos viendo el camino desde un lado, justo como las imágenes que se mostraron en la pregunta. Primero, observemos que siempre debe haber un número par de losetas que estén en posición horizontal, porque deben colocarse en parejas.

- Todas las losetas están verticalmente (ninguna horizontal)

Esto sólo se puede hacer de una forma.



- Hay seis losetas verticales y dos horizontales

Puede haber 0, 1, 2, 3, 4, 5 o 6 losetas verticales a la derecha de las losetas horizontales. Así que hay 7 formas de poner seis losetas verticales y dos horizontales. Abajo se muestran las primeras 2 formas.

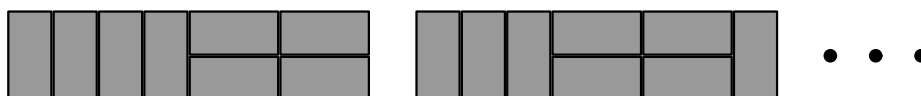


- Hay cuatro losetas verticales y cuatro horizontales

Necesitamos considerar subcasos:

- Caso 1: No hay losetas verticales entre las losetas horizontales.

Puede haber 0, 1, 2, 3 o 4 losetas verticales a la derecha de las losetas horizontales. Así que hay 5 formas de poner cuatro losetas verticales y cuatro horizontales cuando no hay losetas verticales entre las losetas horizontales. Abajo se muestran las primeras 2 formas.

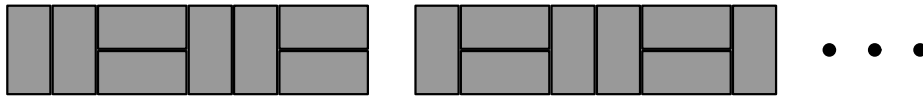




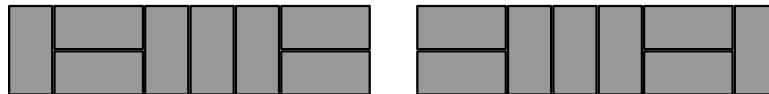
- Caso 2: Hay una loseta vertical entre las losetas horizontales.
Puede haber 0, 1, 2 o 3 losetas verticales a la derecha de las losetas horizontales. Así que hay 4 formas de poner cuatro losetas verticales y cuatro horizontales cuando hay una loseta vertical entre las losetas horizontales. Abajo se muestran las primeras 2 formas.



- Caso 3: Hay dos losetas verticales entre las losetas horizontales.
Puede haber 0, 1 o 2 losetas verticales a la derecha de las losetas horizontales. Así que hay 3 formas de poner cuatro losetas verticales y cuatro horizontales cuando hay dos losetas verticales entre las losetas horizontales. Abajo se muestran las primeras 2 formas.



- Caso 4: Hay tres losetas verticales entre las losetas horizontales.
Puede haber 0 o 1 losetas verticales a la derecha de las losetas horizontales. Así que hay 2 formas de poner cuatro losetas verticales y cuatro horizontales cuando hay tres losetas verticales entre las losetas horizontales.

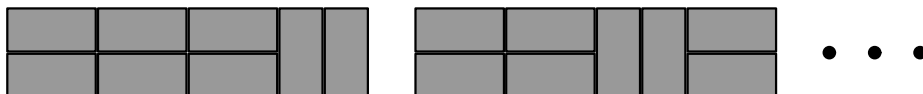


- Caso 5: Hay cuatro losetas verticales entre las losetas horizontales.
No puede haber losetas verticales hasta la derecha de las losetas horizontales, porque todas están entre las losetas horizontales. Entonces sólo hay 1 forma de poner cuatro losetas verticales y cuatro horizontales cuando hay cuatro losetas verticales entre las losetas horizontales.



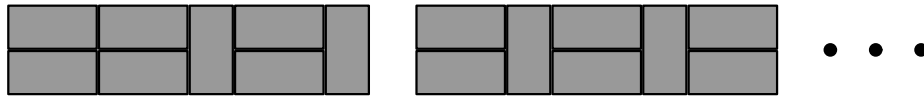
- Hay dos losetas verticales y seis horizontales

- Caso 1: No hay losetas horizontales entre las losetas verticales.
Puede haber 0, 2, 4 o 6 losetas horizontales a la derecha de las losetas verticales. Entonces hay 4 formas de poner dos losetas verticales y seis horizontales cuando no hay losetas horizontales entre las losetas verticales. Abajo se muestran las primeras 2 formas.





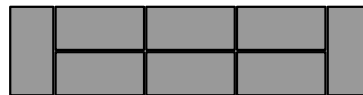
- Caso 2: Hay dos losetas horizontales entre las losetas verticales.
Puede haber 0, 2 o 4 losetas horizontales a la derecha de las losetas verticales.
Entonces hay 3 formas de poner dos losetas verticales y seis horizontales cuando hay dos losetas horizontales entre las losetas verticales. Abajo se muestran las primeras 2 formas.



- Caso 3: Hay cuatro losetas horizontales entre las losetas verticales.
Puede haber 0 o 2 losetas horizontales a la derecha de las losetas verticales.
Entonces hay 2 formas de poner dos losetas verticales y seis horizontales cuando hay cuatro losetas horizontales entre las losetas verticales.



- Caso 4: Hay seis losetas horizontales entre las losetas verticales.
No puede haber losetas horizontales a la derecha de las losetas verticales, porque todas están entre las losetas verticales. Entonces hay 1 forma de poner dos losetas verticales y seis horizontales cuando hay seis losetas horizontales entre las losetas verticales.



- Todas las losetas estan horizontalmente

Esto sólo se puede hacer de una forma.



Por lo tanto, la cantidad total de formas distintas de acomodar las losetas es

$$1 + 7 + (5 + 4 + 3 + 2 + 1) + (4 + 3 + 2 + 1) + 1 = 34.$$