



Problema de la Semana

Problema D y Solución

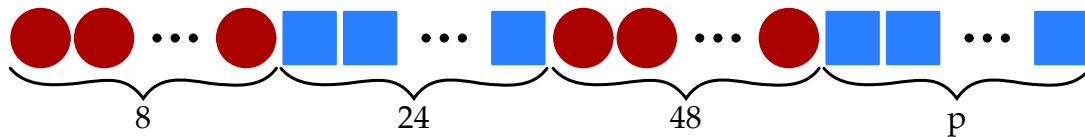
Figuras de Collar

Problema

Amir está poniendo figuras de madera en un hilo para hacer un collar. Planea empezar con 8 figuras redondas, luego 24 figuras cuadradas, luego 48 figuras redondas y al final p figuras cuadradas (donde $p > 0$). En algún momento, después de haber puesto n figuras (donde $n > 0$), se da cuenta de que en su hilo hay el doble de figuras de una forma que de la otra forma. Determina el máximo y el mínimo valor de p que resultan en exactamente 5 valores posibles de n .

Solución

Podemos empezar haciendo un dibujo para visualizar el problema.



Observa que se debe cumplir que $n > 8$ porque las primeras 8 figuras son redondas y necesitamos al menos una figura de cada forma.

Después de 8 figuras redondas y 4 cuadradas, hay el doble de figuras redondas que cuadradas. Entonces el primer valor de n es $8 + 4 = 12$.

Después de 8 figuras redondas y 16 cuadradas, hay el doble de figuras cuadradas que redondas. Entonces el segundo valor de n es $8 + 16 = 24$.

Las siguientes figuras son todas cuadradas, así que no hay valores adicionales de n hasta que llegemos al siguiente bloque de figuras redondas.

Después de 12 figuras redondas y 24 cuadradas, hay el doble de figuras cuadradas que redondas. Entonces el tercer valor de n es $12 + 24 = 36$.

Después de 48 figuras redondas y 24 cuadradas, hay el doble de figuras redondas que cuadradas. Entonces el cuarto valor de n es $48 + 24 = 72$.

Las siguientes figuras son todas redondas, así que no hay valores adicionales de n hasta que llegemos al siguiente bloque de figuras cuadradas.

Después de 56 figuras redondas y 28 cuadradas, hay el doble de figuras redondas que cuadradas. Entonces el quinto valor de n es $56 + 28 = 84$. Si hay 28 figuras cuadradas, entonces $24 + p = 28$ y $p = 4$. Por lo tanto el mínimo valor de p es 4.



Para obtener el máximo valor de p debemos encontrar el sexto valor posible de n . Después de 56 figuras redondas y 112 cuadradas, hay el doble de figuras cuadradas que redondas. Si hay 112 figuras cuadradas, entonces $24 + p = 112$, es decir $p = 88$. Pero queremos que p sea menor a 88, porque sólo queremos 5 valores posibles para n . Eso significa que el máximo valor de p es 87.

Por lo tanto, el mínimo valor de p es 4 y el máximo valor de p es 87.