CEMI à la maison

7e et 8e année - Lundi 30 mars 2020
La somme des dés

Tu auras besoin :
— D'au moins deux joueurs
— De deux dés
— D'une feuille de papier et d'un crayon pour noter le pointage

Les règles du jeu :

1. Les joueurs alternent, ils jouent chacun leur tour en roulant les deux dés en même temps.
2. Pour débuter ton tour, lance les deux dés une fois. Voici comment déterminer ton pointage :
   — Si tu as obtenu un 1 sur un des deux dés, ton tour est fini et tu obtiens un pointage de 0.
   — Si tu n'as pas obtenu un 1 sur un des deux dés, détermine la somme des deux nombres obtenus et garde ce nombre en note.
   — Tu peux maintenant décider si tu veux lancer les dés à nouveau ou utiliser la somme obtenue comme ton pointage final pour ce tour.
   — Si tu choisis de lancer les dés à nouveau, tu dois continuer à ajouter la somme des deux dés de chaque tour à ton pointage cumulé, jusqu'à ce que tu décides d'arrêter ou que tu obtiennes un 1 sur un des deux dés.
   — Si tu décides d'arrêter ton tour par toi-même, ton pointage sera le total des sommes obtenues à chaque lancer pendant ce tour, cependant si tu obtiens un 1 à n'importe quel moment, ton tour s'arrête et tu obtiens un pointage de 0.
3. Le premier joueur à atteindre un pointage total (de tous ses tours) de 100, gagne le jeu.

Joue le jeu plusieurs fois. Peux-tu penser à une stratégie gagnante ?

Questions supplémentaires (*Tu peux utiliser les outils à la page suivante pour t'aider avec ces questions*)

1. Supposons que tu décides d'avance d'arrêter chaque tour après un lancer, quels que soient les nombres obtenus. Dans ce cas, il y a dix différents pointages possibles par tour. Nous allons nommer ceux-ci les *résultats possibles*. Remplis les cases avec les résultats possibles.

2. Explique pourquoi les 10 résultats possibles de 1. ne sont pas équiprobables.
3. Écris les résultats possibles de 1. en ordre du *plus probable* au *moins probable*. Explique ton raisonnement.

plus probable ⟶ **moins probable**

4. Est-ce que cette exploration te mène à vouloir changer ta stratégie pour ce jeu ?

More Info :

Visite le site web du CEMI le mardi 31 mars pour la solution à La somme des dés.

Outils pour les questions supplémentaires

Chaque cellule dans le tableau ci-dessous représente un résultat possible lorsque deux dés sont lancés. Remarque que la rangée et la colonne avec le 1 sont déjà remplies, puisque si tu obtiens un 1 sur un des deux dés, ton pointage est 0 pour ce tour.

Remplis le reste du tableau avec le pointage de chaque lancer possible et ensuite utilise le tableau pour t'aider à répondre aux questions supplémentaires.

		Lancer #1					
		1	2	3	4	5	6
Lancer #2	1	0	0	0	0	0	0
	2	0					
	3	0					
	4	0					
	5	0					
	6	0					

Les *résultats possibles* proviennent de la probabilité d'une expérience de se produire, par exemple obtenir un certain chiffre en roulant les dés. Les résultats possibles sont équiprobables s'ils ont une chance égale de se produire.
Si tu veux te pratiquer davantage et explorer les résultats possibles d'un autre jeu ou expérience, visite cette leçon dans le didacticiel du CEMI.

CEMC at Home

Grade 7/8 - Monday, March 30, 2020
Sum the Dice - Solution

		Die #1					
		1	2	3	4	5	6
Die #2	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	4	5	6	7	8
	3	0	5	6	7	8	9
	4	0	6	7	8	9	10
	5	0	7	8	9	10	11
	6	0	8	9	10	11	12

Follow-up Questions:

1. Let's say you decide in advance that you will stop after one roll no matter what you see on the dice. In this case, there are 10 different possible scores that you could achieve on this turn. We will call these scores the *possible outcomes*. Fill in the boxes below with the possible outcomes.

0	4	5	6	7	8	9	10	11	12

2. Explain why the 10 possible outcomes in 1. are not all *equally likely* to occur.

   This is because there are more ways to get some outcomes than others. For example, there are two ways to get a score of 5 but only one way to get a score of 4.

3. Write the outcomes in 1. in order from *most likely* to *least likely* to occur. Explain your thinking.

0	8	7 & 9	6 &10	5 & 11	4 & 12

most likely ⟶ **least likely**

Using the table, we can count the number of ways we can roll each score. The greater the number of ways we can roll a particular score, the more likely that score is. We noticed that some scores are equally likely (for example 7 and 9), so we wrote them in the same box.

There are 11 ways to roll a score of 0, so it is the most likely. There are 5 ways to roll a score of 8. There are 4 ways to roll a score of 7 or a score of 9. There are 3 ways to roll a score of 6 or a score of 10. There are two ways to roll a score of 5 or a score of 11. There is only 1 way to roll a score of 4 or a score of 12, so those are the least likely to be rolled.

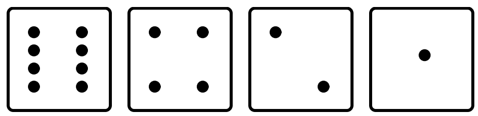
CEMI à la maison

7e et 8e année - Mardi 31 mars 2020
Construction de nombres

Dans cette activité, nous allons explorer une manière de construire les nombres qui nous servent à compter. Réfléchissons à la séquence de nombres suivante :

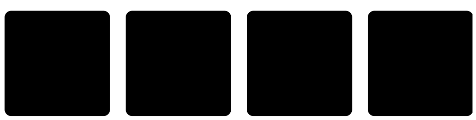
$$1, 2, 4, 8$$

On remarque que chaque nombre est deux fois plus grand que le nombre qui se trouve à sa gauche. (Tu peux reconnaître ces nombres comme des puissances de 2.) Nous représenterons chacun des nombres de la liste en utilisant une carte avec le nombre correct de points sur sa face. Remarque que nous avons placé les cartes dans l'ordre du plus grand au plus petit nombre de points.

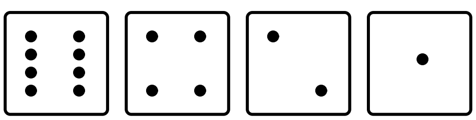


Nous allons construire différents nombres en choisissant laquelle de ces cartes doit être face visible et laquelle de ces cartes doit être face cachée. Le nombre représenté par les cartes sera le nombre total de points qui apparaissent.

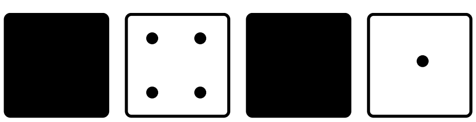
Regardons quelques exemples



Si nous mettons toutes les cartes face cachée, cela représenterait le nombre 0 car aucun point n'apparaît.



Si toutes les cartes sont face visible, le nombre 15 est représenté car $8 + 4 + 2 + 1 = 15$ points apparaissent au total.

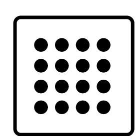


Cela représenterait le nombre 5 car $4 + 1 = 5$ points apparaissent au total.

Question 1 : Combien de nombres différents peux-tu représenter à l'aide de ces quatre cartes ? Fais la liste de tous les nombres qui peuvent être représentés et montre comment représenter chacun d'entre eux à l'aide des cartes.

Voir la page suivante pour les outils qui t'aideront à organiser ta solution.

Question 2 : Ajoute maintenant une cinquième carte qui a 16 points sur sa face. Peux-tu déterminer quels nombres peuvent être représentés à l'aide des cinq cartes (en utilisant les mêmes règles) ?

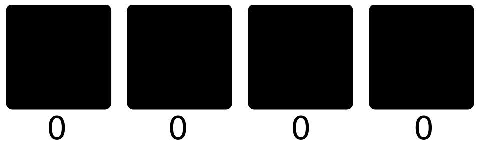


Comment pourrais-tu utiliser ton travail dans la question 1 pour t'aider à répondre à la question 2 ?

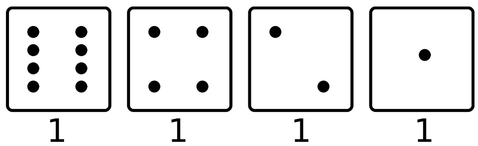
Variante : Prépare quatre cartes avec 1, 3, 9, et 27 points. Quels nombres peux-tu représenter avec ces cartes ? Que remarques-tu quant à la construction des nombres avec ces cartes qui est différent de la construction de nombres avec les cartes originales 1, 2, 4, 8 ?

Sur la dernière page, tu trouveras des cartes que tu peux découper et utiliser pour explorer ces questions.

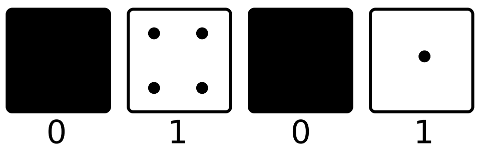
Dessiner les cartes pour chaque nombre prendra beaucoup de temps, utilisons donc un « code » simple pour suivre notre travail. Nous indiquerons qu'une carte est face vers le haut par un 1 et nous indiquerons qu'une carte est face vers le bas par un 0. Cela signifie que nous pouvons spécifier l'apparence de nos cartes en utilisant seulement des 0 et des 1.



Le code 0000 représente toutes les cartes face cachée (le nombre 0).



Le code 1111 représente toutes les cartes face visible (le nombre 15).



Le code 0101 représente cette configuration de cartes (le nombre 5).

Note ici tous les nombres que tu peux représenter.

Code	Nombre
0000	0

Code	Nombre

Code	Nombre

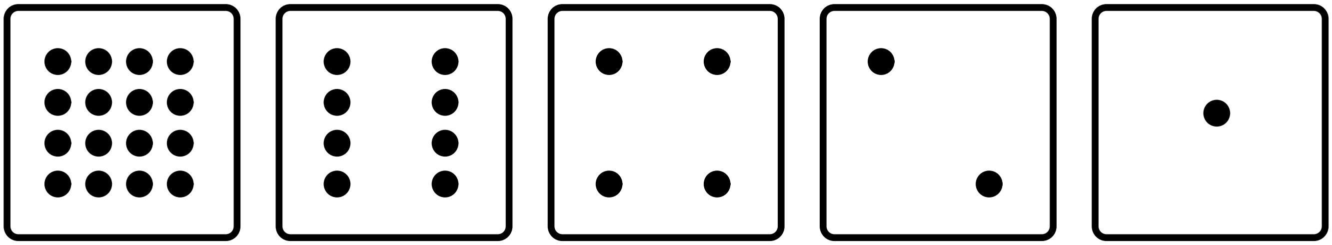
Code	Nombre
1111	15

Plus d'infos :

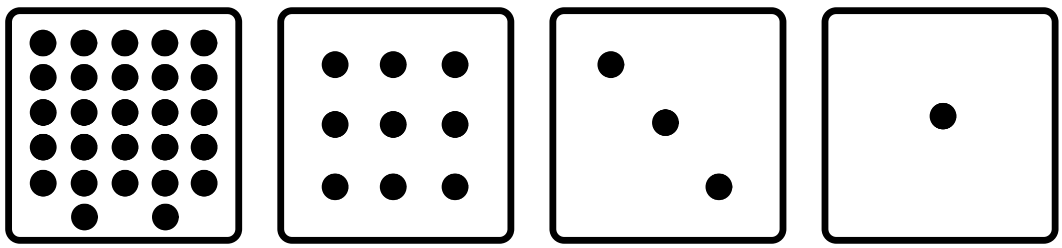
Consulte la page internet du CEMI à la maison, Mercredi 1er avril, pour la solution de Construction de nombres.

Mercredi 1er avril, nous approfondirons l'étude de la construction de nombres avec Messages secrets.

Cartes pour l'activité principale



Cartes pour la variante



CEMC at Home

Grade 7/8 - Tuesday, March 31, 2020
Building Numbers - Solution

Solution to Question 1: We can represent each of the integers from 0 to 15 using the four cards. Here are the codes for these 16 integers.

Code	Number
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3

Code	Number
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7

Code	Number
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11

Code	Number
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

Solution to Question 2: We can represent each of the integers from 0 to 31 using the five cards. We can represent each of the numbers from Question 1 by using the same configuration for the cards 1, 2, 4, and 8, as given above and then placing the new card (with 16 dots) face down. We can make the numbers 16 through 31 in a similar way but by placing the new card face up. For example, since 1001 is the code for 9 in Question 1, 01001 will be the code for 9 in Question 2, and 11001 will be the code for $9+16 = 25$ in Question 2. Here are the codes for all 32 integers that can be represented.

Code	Number
00000	0
00001	1
00010	2
00011	3
00100	4
00101	5
00110	6
00111	7

Code	Number
01000	8
01001	9
01010	10
01011	11
01100	12
01101	13
01110	14
01111	15

Code	Number
10000	16
10001	17
10010	18
10011	19
10100	20
10101	21
10110	22
10111	23

Code	Number
11000	24
11001	25
11010	26
11011	27
11100	28
11101	29
11110	30
11111	31

Variation: Using the cards with 1, 3, 9, and 27 dots, you can make the following numbers:

$$0, 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, 27, 28, 30, 31, 36, 37, 39, 40$$

Notice that we can represent exactly 16 numbers just like we could with the cards with 1, 2, 4, and 8 dots. The main difference here is that there are gaps in our list. For example, we cannot represent any number from 14 to 26. Is it surprising that there are gaps in this list, while the lists in Questions 1 and 2 had no gaps?

CEMI à la maison

7e et 8e année - Mercredi 1er avril 2020
Messages secrets

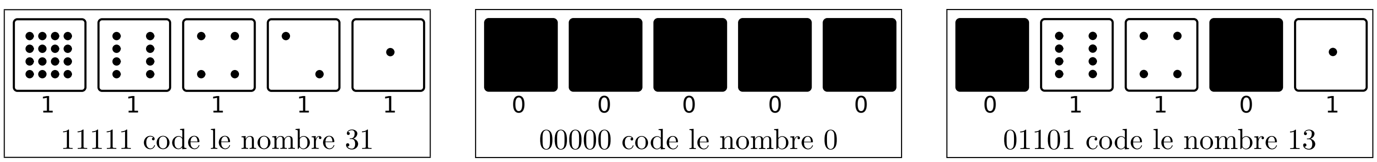
Dans l'activité d'hier, Construction de nombres, nous avons utilisé des cartes et des codes pour représenter les nombres nous permettant de compter en utilisant seulement les chiffres 0 et 1. (Si tu n'as pas fait cette activité, essaye-la maintenant. Tu peux ré-utiliser les cartes pour l'activité d'aujourd'hui.) Aujourd'hui, nous allons utiliser cette même idée pour écrire des messages secrets !

Nos messages secrets auront deux « niveaux de secret », expliqués ci-dessous.

Tout d'abord, on associe chaque lettre de l'alphabet avec un nombre entier de 1 à 26 comme indiqué dans le tableau.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Deuxièmement, on associe chaque nombre entre 1 et 26 à une séquence de cinq chiffres composée de 0 et de 1. On peut disposer les cinq cartes comme dans l'activité Construction de nombres pour nous aider dans cette étape du codage. N'oublie pas que pour déterminer le nombre représenté par les cartes, on compte le nombre total de points qui apparaissent.



Activité 1 : Décode les messages secrets suivants.

1. $\boxed{01001}$ $\boxed{00001}\boxed{01101}$ $\boxed{10111}\boxed{10010}\boxed{01001}\boxed{10100}\boxed{01001}\boxed{01110}\boxed{00111}$
   $\boxed{01001}\boxed{01110}$ $\boxed{00011}\boxed{01111}\boxed{00100}\boxed{00101}$.
2. $\boxed{00011}\boxed{00001}\boxed{01110}$ $\boxed{11001}\boxed{01111}\boxed{10101}$
   $\boxed{10010}\boxed{00101}\boxed{00001}\boxed{00100}$ $\boxed{10100}\boxed{01000}\boxed{01001}\boxed{10011}$?

Activité 2 : Écris ton propre message secret pour que tes amis et ta famille le décodent. Peuvent-ils lire tes messages sans connaître ton système de codage ? Explique-leur comment décoder tes messages.

Extension : Peux-tu réaliser un système de codage similaire en utilisant les cartes avec 1, 3, et 9 points de Construction de nombres ? Tu remarqueras peut-être que tu ne peux pas représenter tous les nombres entiers de 1 à 26 en plaçant ces cartes face visible comme d'habitude. Peux-tu résoudre ce problème en utilisant deux copies de chaque carte ?

Plus d'infos :

Consulte la page internet du CEMI à la maison, jeudi 2 avril, pour la solution de Messages secrets.

Savais-tu que les codes que nous avons utilisés (séquences de 0 et de 1) sont appelés *nombres binaires* ? Chaque nombre peut être représenté par un nombre binaire et les nombres binaires sont utilisés par les ordinateurs pour stocker et partager des informations.

La cryptographie est l'étude de la lecture et de la rédaction de messages secrets. Pour en savoir plus sur la cryptographie, consulte cette leçon des Cercles Mathématiques.

CEMC at Home

Grade 7/8 - Wednesday, April 1, 2020
Secret Messages - Solution

Answers for Activity 1: Here are the secret messages decoded.

1. $\boxed{01001}$ $\boxed{00001}$$\boxed{01101}$ $\boxed{10111}$$\boxed{10010}$$\boxed{01001}$$\boxed{10100}$$\boxed{01001}$$\boxed{01110}$$\boxed{00111}$ $\boxed{01001}$$\boxed{01110}$ $\boxed{00011}$$\boxed{01111}$$\boxed{00100}$$\boxed{00101}$.

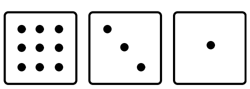
   I AM WRITING IN CODE.

2. $\boxed{00011}$$\boxed{00001}$$\boxed{01110}$ $\boxed{11001}$$\boxed{01111}$$\boxed{10101}$ $\boxed{10010}$$\boxed{00101}$$\boxed{00001}$$\boxed{00100}$ $\boxed{10100}$$\boxed{01000}$$\boxed{01001}$$\boxed{10011}$?

   CAN YOU READ THIS?

Discussion of the Extension:

You can only represent eight numbers using the following three cards.

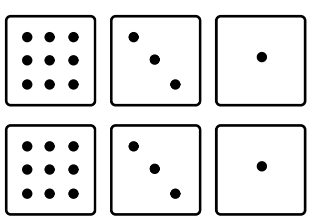


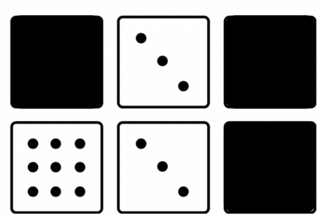
Remember that the digit 1 indicates that the card is face up and 0 indicates that the card is face down.

Code	Number
000	0
001	1
010	3
011	4

Code	Number
100	9
101	10
110	12
111	13

This is not enough to assign a different code to each letter in the alphabet, but we can fix this issue if we instead use two of each card to make our codes.





1 2 0

Again, let's use sequences of three digits to represent numbers, but this time we will use the digits 0, 1, and 2 according to the following rules:

- If both cards (of the same type) are face down, then the digit is 0.
- If exactly one card (of the two cards of the same type) is face up, then the digit is 1.
- If both cards (of the same type) are face up then the digit is 2.

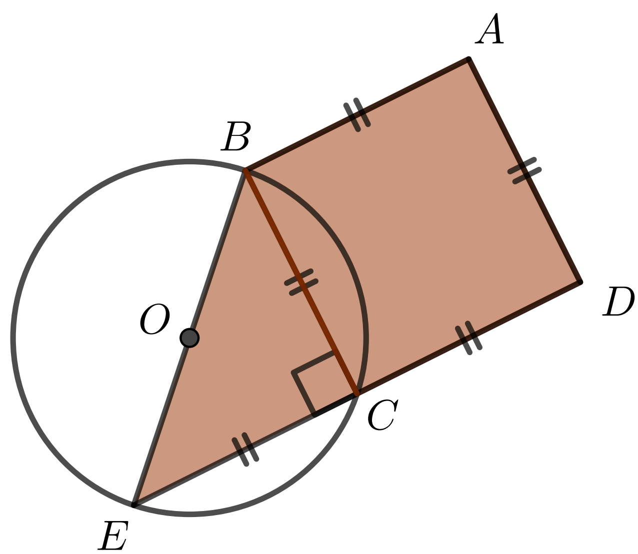
In the example above, we see that the code 120 represents the number $1 \times 9 + 2 \times 3 + 0 \times 1 = 15$. Can you represent all of the integers from 1 to 26 using this new coding strategy?

Le CEMI à la maison présente Le problème de la semaine

7e et 8e année - jeudi 2 avril 2020
Un cercle et d'autres formes

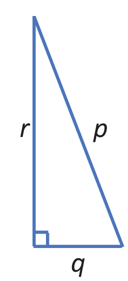
Le quadrilatère $ABED$ est composé du carré $ABCD$ et du triangle rectangle isocèle $\triangle BCE$. BE est le diamètre d'un cercle ayant un centre au point O. Le point C est aussi sur le cercle.

Si l'aire de $ABED$ est 24 cm^2, quelle est la longueur de BE ?



Le *théorème de Pythagore* nous dit que « Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ».

Dans le triangle rectangle suivant, , $p^2 = r^2 + q^2$.

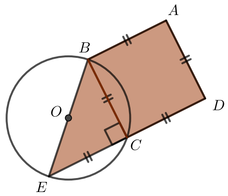


Plus d'infos :

Consultez la page du CEMI à la maison, jeudi 9 avril, pour trouver la solution à ce problème. Vous pouvez également vous inscrire au Problème de la semaine en cliquant sur le lien ci-dessous et recevoir la solution ainsi qu'un nouveau problème, par courriel, jeudi 9 avril.

Cette ressource du CEMI à la maison correspond au Problème de la semaine pour les 7e et 8e années. Le Problème de la semaine est une ressource gratuite. Chaque semaine, des problèmes provenant de divers domaines mathématiques sont publiés en ligne et envoyés par courriel aux enseignants afin qu'ils les utilisent avec leurs étudiants. Les problèmes sont disponibles pour les étudiants de la 3e jusqu'à la 12e année. Les solutions aux problèmes sont envoyées une semaine après, en même temps que le nouveau Problème de la semaine.

Pour plus d'informations et vous inscrire au Problème de la semaine, rendez-vous sur : https://www.cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-f.php

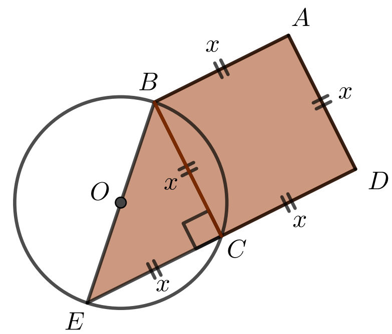


Problem of the Week
Problem C and Solution
A Circle and Other Shapes

Problem

Quadrilateral $ABED$ is made up of square $ABCD$ and right isosceles $\triangle BCE$. BE is a diameter of the circle with centre O. Point C is also on the circle. If the area of $ABED$ is 24 cm^2, what is the length of BE?

Solution



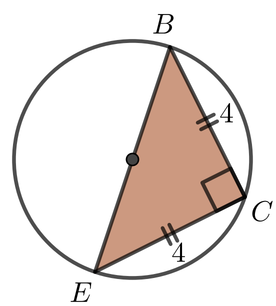
Let $AB = AD = DC = CB = CE = x$.
Therefore, the area of square $ABCD$ is x^2 and the area of $\triangle BCE$ is $\frac{1}{2}(x)(x) = 0.5x^2$.

Therefore,

$$\begin{aligned}
\text{total area of quadrilateral } ABED &= \text{area of square } ABCD + \text{ area of } \triangle BCE \\
&= x^2 + 0.5x^2 \\
&= 1.5x^2
\end{aligned}$$

Now we also know that the area of $ABED$ is 24 cm^2. Therefore,

$$\begin{aligned}
1.5x^2 &= 24 \\
\frac{1.5x^2}{1.5} &= \frac{24}{1.5} \\
x^2 &= 16 \\
x &= 4, \text{ since } x > 0
\end{aligned}$$



Now let's look at $\triangle BCE$.
We know $BC = CE = 4$.
Using the Pythagorean Theorem,

$$\begin{aligned}
BE^2 &= 4^2 + 4^2 \\
&= 16 + 16 \\
&= 32 \\
BE &= \sqrt{32}, \text{ since } BE > 0
\end{aligned}$$

Therefore, $BE = \sqrt{32}$ cm, or approximately 5.7 cm.

CEMI à la maison

7e et 8e année - Vendredi 3 avril 2020
Régularités de cure-dents

Une séquence est une liste de nombres ou autres objets. En mathématiques, on étudie souvent des séquences qui suivent une règle de régularité. Une règle de régularité est utilisée pour déterminer comment former ou continuer une séquence. Cette activité explorera l'importance d'avoir une règle de régularité claire.

Avant de commencer :

Observe les trois premiers termes d'une séquence de six termes : $2, 3, 5$.
Es-tu sûr(e) de savoir quels sont les trois termes suivants dans cette séquence ? Pourquoi ou pourquoi pas ?

Sans le contexte (ou la règle de la régularité), nous ne pouvons pas savoir avec certitude comment une séquence doit se poursuivre. Voici quelques prolongements de cette séquence, basés sur des règles de régularité possibles. Regarde si la séquence que tu avais imaginée en premier lieu en fait partie :

— $2, 3, 5, \mathbf{8}, \mathbf{13}, \mathbf{21}$
Règle : ajoute les deux termes précédents pour obtenir le terme suivant.

— $2, 3, 5, \mathbf{9}, \mathbf{17}, \mathbf{33}$
Règle : multiplie par deux le terme précédent et soustrais 1 pour obtenir le terme suivant.

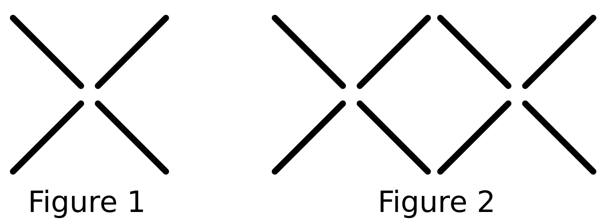
— $2, 3, 5, \mathbf{8}, \mathbf{12}, \mathbf{17}$
Règle : ajoute 1 au premier terme pour obtenir le deuxième terme, ajoute 2 au deuxième terme pour obtenir le troisième et continue ainsi de suite, ajoutant n au n^e terme pour obtenir le terme d'après.

Ce ne sont là que trois des nombreuses règles de régularité différentes qui pourraient décrire cette séquence. Peux-tu en trouver d'autres ? Nous explorerons plus en détail l'idée des règles de régularité dans les activités suivantes.

Tu auras besoin de : Autant de cure-dents que tu peux trouver !

N'importe quel petit objet, de longueur similaire, peut être utilisé à la place des cure-dents si nécessaire.

Question 1 : Utilise les cure-dents pour construire les deux figures suivantes, côte à côte comme indiqué.



(a) Décris une règle de régularité possible pour la séquence de figures en commençant par la figure 1 et la figure 2.

On recherche une règle de régularité qui décrive comment créer les figures suivantes dans la séquence.

(b) Utilise ta règle de régularité pour construire les figure 3 et figure 4 de la séquence.

(c) Sans partager ta règle de régularité, demande à un(e) ami(e) ou un membre de ta famille de construire ce qu'il ou elle pense que les figures 3 et 4 devraient être dans cette séquence. Sont-elles identiques à tes figures ?

(d) Tu as peut-être constaté que toutes les personnes à qui tu as demandé de construire des figures dans la question précédente (c) ont construit exactement les figures attendues. Cela signifie-t-il que la règle de régularité est claire ? Peux-tu proposer d'autres règles de régularité possibles qui fonctionnent pour les deux premières figures ? Essaye d'être aussi créatif(ve) que possible !

Question 2 : Utilise les cure-dents pour construire les trois figures suivantes, côte à côte comme indiqué.

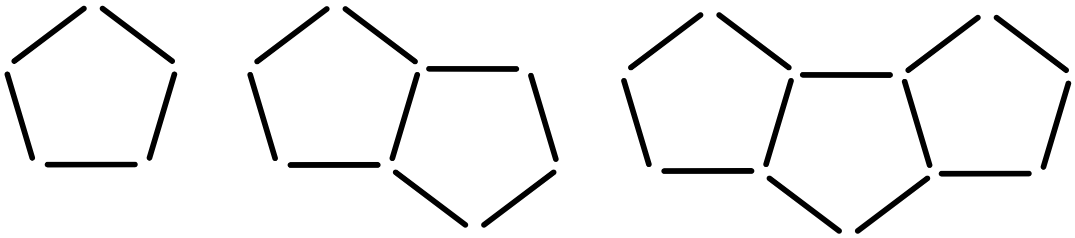


Figure 1 Figure 2 Figure 3

(a) Détermine une règle de régularité possible pour une séquence de figures commençant par les figures 1, 2, et 3.

(b) Utilise ta règle de régularité pour construire les figures 4, 5, et 6 dans la séquence.

(c) Sans partager ta règle de régularité, demande à un(e) ami(e) ou un membre de ta famille de construire ce qu'il ou elle pense que les figures 4, 5 et 6 devraient être dans la séquence. Sont-elles identiques à tes figures ?

(d) En utilisant ta règle de régularité, tu peux déterminer

— combien de cure-dents sont nécessaires pour construire la figure 10 de la séquence ?

— combien de cure-dents sont nécessaires pour construire la figure 25 de la séquence ?

Extension : Crée une activité de régularités de cure-dents par toi-même !

Trouve une nouvelle idée de régularité réalisable avec des cure-dents. Une idée de variante, pourquoi ne pas ajouter deux ou trois types d'objets différents à utiliser dans la régularité à construire ? Construis les premières figures de la séquence avec ta règle de régularité et vois si tes amis et ta famille peuvent trouver la régularité choisie. S'ils ou elles se trompent à la première tentative, demande-leur de ré-essayer ou aide-les en ajoutant une figure supplémentaire et ensuite, demande-leur de ré-essayer !