



## Le CEMI à la maison

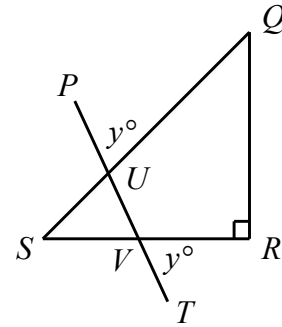
### 7<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> année - le lundi 8 juin 2020

### Concours - Jour 6

La ressource d'aujourd'hui présente deux questions du concours de mathématiques du CEMI récemment publié.

#### Concours Gauss 2020, n° 16

Dans la figure ci-contre, le triangle  $QRS$  est un triangle rectangle isocèle avec  $QR = SR$  et  $\angle QRS = 90^\circ$ . Le segment de droite  $PT$  coupe  $SQ$  en  $U$  et  $SR$  en  $V$ . Sachant que  $\angle PUQ = \angle RVT = y^\circ$ , quelle est la valeur de  $y$  ?



- (A) 72.5                      (B) 60                      (C) 67.5  
(D) 62.5                      (E) 70

#### Concours Gauss 2020, n° 20

Sachant que  $a$  et  $b$  sont des entiers strictement positifs et que  $\frac{20}{19} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{a}{b}}$ , quelle est la plus petite valeur possible de  $a + b$  ?

- (A) 16                      (B) 19                      (C) 20                      (D) 38                      (E) 39

---

#### Plus d'infos :

Consulte la page du CEMI à la maison lundi, le 15 juin, pour les solutions aux problèmes de Concours - Jour 6.



## Le CEMI à la maison

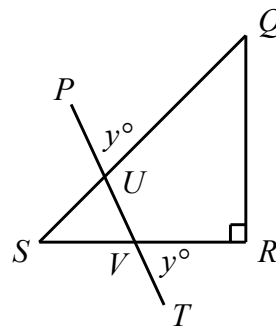
7<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> année - le lundi 8 juin 2020

## Concours, jour 6 - solutions

Voici les solutions aux deux problèmes de concours.

## Concours Gauss 2020, n° 16

Dans la figure ci-contre, le triangle  $QRS$  est un triangle rectangle isocèle avec  $QR = SR$  et  $\angle QRS = 90^\circ$ . Le segment de droite  $PT$  coupe  $SQ$  en  $U$  et  $SR$  en  $V$ . Sachant que  $\angle PUQ = \angle RVT = y^\circ$ , quelle est la valeur de  $y$ ?



- (A) 72.5                      (B) 60                      (C) 67.5  
(D) 62.5                      (E) 70

*Solution :*

Puisque le triangle  $QRS$  est un triangle rectangle isocèle avec  $QR = SR$ , alors  $\angle RQS = \angle RSQ = 45^\circ$ .

Puisque deux angles opposés par le sommet ont la même mesure,  $\angle SUV = \angle PUQ = y^\circ$  et  $\angle SVU = \angle RVT = y^\circ$ .

Dans le triangle  $SVU$ ,  $\angle VSU + \angle SUV + \angle SVU = 180^\circ$  ou  $45^\circ + y^\circ + y^\circ = 180^\circ$  ou  $2y = 135$ , d'où  $y = 67.5$ .

RÉPONSE : (C)

## Concours Gauss 2020, n° 20

Sachant que  $a$  et  $b$  sont des entiers strictement positifs et que  $\frac{20}{19} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{a}{b}}$ , quelle est la plus petite valeur possible de  $a + b$ ?

- (A) 16                      (B) 19                      (C) 20                      (D) 38                      (E) 39

*Solution :*

On commence d'abord en exprimant  $\frac{20}{19}$  d'une forme similaire à celle du membre de droite de l'équation.

On écrit  $\frac{20}{19}$  sous la forme d'un nombre fractionnaire :  $\frac{20}{19} = 1\frac{1}{19} = 1 + \frac{1}{19}$ .

Puisque  $\frac{20}{19} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{a}{b}}$  et  $\frac{20}{19} = 1 + \frac{1}{19}$ , alors  $1 + \frac{1}{1 + \frac{a}{b}} = 1 + \frac{1}{19}$ , donc  $\frac{1}{1 + \frac{a}{b}} = \frac{1}{19}$ .

Les numérateurs de  $\frac{1}{1 + \frac{a}{b}}$  et  $\frac{1}{19}$  sont chacun égal à 1. Puisque ces fractions sont égales l'une à l'autre, alors leurs dénominateurs doivent aussi être égaux.

C'est-à-dire que  $1 + \frac{a}{b} = 19$ , d'où  $\frac{a}{b} = 18$ .

Puisque  $a$  et  $b$  sont des entiers strictement positifs, alors les fractions  $\frac{a}{b}$  égales à 18 sont  $\frac{18}{1}$ ,  $\frac{36}{2}$ ,  $\frac{54}{3}$  et ainsi de suite.

Donc, la plus petite valeur possible de  $a + b$  est  $18 + 1 = 19$ .

RÉPONSE : (B)



## Le CEMI à la maison

7e et 8e année - le mardi 9 juin 2020

### Toutes les billes

**Problème 1 :** Il y a deux boîtes de billes. La boîte A contient \_\_\_\_\_ billes rouges et \_\_\_\_\_ billes vertes. La boîte B contient \_\_\_\_\_ billes rouges et \_\_\_\_\_ billes vertes. On pioche une bille au hasard de chaque boîte.

- (a) Remplis les blancs en utilisant quatre chiffres différents de 1 à 9 afin que la probabilité de piocher une bille rouge de la boîte A soit supérieure à la probabilité de piocher une bille rouge de la boîte B.

*Afin d'obtenir une petite probabilité, il est désirable d'avoir un grand nombre de billes dans la boîte au total mais un petit nombre des billes spécifiques dans cette boîte. Comment cela peut-il t'aider à choisir tes chiffres ?*

- (b) Remplis les blancs en utilisant quatre chiffres différents de 1 à 9 afin qu'on ait la même probabilité de piocher une bille rouge de chaque boîte.

*As-tu besoin d'aide pour commencer ? Si oui, essaie tes réponses dans notre [outil interactif](#). Note qu'il existe de nombreuses réponses possibles pour chaque question. Peux-tu en trouver plus d'une ?*

**Problème 2 :** Une boîte contient \_\_\_\_\_ billes rouges, \_\_\_\_\_ billes bleues, \_\_\_\_\_ billes vertes et \_\_\_\_\_ billes jaunes. On pioche une bille au hasard de la boîte.

- (a) Remplis les blancs en utilisant quatre chiffres différents de 1 à 9 afin que la probabilité de piocher chaque couleur de bille corresponde aux informations ci-dessous.

$$\text{Rouge : } \frac{5}{24} \quad \text{Bleu : } \frac{1}{8} \quad \text{Vert : } \frac{3}{8} \quad \text{Jaune : } \frac{7}{24}$$

*Est-ce que ta solution est la seule solution possible ? Essaie de trouver une deuxième solution ou explique pourquoi il n'en existe pas.*

- (b) Est-il possible de remplir les blancs en utilisant quatre chiffres différents de 1 à 9 afin que la probabilité de piocher chaque couleur de bille corresponde aux informations ci-dessous ? Explique.

$$\text{Rouge : } \frac{1}{12} \quad \text{Bleu : } \frac{1}{4} \quad \text{Vert : } \frac{5}{12} \quad \text{Jaune : } \frac{1}{3}$$

---

#### Plus d'infos :

Consulte la page du CEMI à la maison mercredi, le 10 juin, pour les solutions à ces problèmes.

Pour plus de pratique avec la probabilité, consulte [cette leçon](#) dans le didacticiel du CEMI.



## CEMC at Home

Grade 7/8 - Tuesday, June 9, 2020

### All the Marbles - Solution

**Problem 1:** Box A contains \_\_\_\_\_ red marbles and \_\_\_\_\_ green marbles. Box B contains \_\_\_\_\_ red marbles and \_\_\_\_\_ green marbles. A marble is drawn from each box at random.

- (a) Fill in the blanks using four different digits from 1 to 9 so that the probability of drawing a red marble from Box A is higher than the probability of drawing a red marble from Box B.

*Solution:*

Here it makes sense to have many red marbles and few green marbles in Box A and few red marbles and many green marbles in Box B.

Let's place 9 red marbles and 1 green marble in Box A. This would mean  $9 + 1 = 10$  marbles in total in Box A, 9 of which are red. This means that the probability of drawing a red marble from Box A is  $\frac{9}{10}$ .

Let's place 2 red marbles and 8 green marbles in Box B. (Remember that we cannot use the digits 1 and 9 again.) This would mean  $2 + 8 = 10$  marbles in total in Box B, 2 of which are red. This means that the probability of drawing a red marble from Box B is  $\frac{2}{10}$ .

Since  $\frac{9}{10} > \frac{2}{10}$ , the probability of drawing a red marble from Box A is higher than the probability of drawing a red marble from Box B.

*Note that there are many other strategies and combinations of digits that will also work here. Can you find a few more? Can you find them all?*

- (b) Fill in the blanks using four different digits from 1 to 9 so that the probability of drawing a red marble from each box is the same.

*Solution:*

One strategy is to choose, in advance, the probability we want for each of the two boxes, and then find digits that result in this probability.

Suppose we want the probability of drawing a red marble from the boxes to be  $\frac{1}{3}$ . That means for every red marble in each box, there are 2 green marbles. So the boxes contain twice as many green marbles as red marbles. There are four pairs of digits where one is twice the other:

1 and 2, 2 and 4, 3 and 6, 4 and 8

We want to use these pairs as the numbers of red and green marbles in the boxes. Since we cannot use the same digit more than once, we must pair these in one of the following ways:

- One box: 1 and 2; other box: 3 and 6
- One box: 2 and 4; other box: 3 and 6
- One box: 1 and 2; other box: 4 and 8
- One box: 3 and 6; other box: 4 and 8

Let's choose the first pairing: 1 red marble and 2 green marbles in Box A; 3 red marbles and 6 green marbles in Box B. This means the probability of drawing a red marble from Box A is  $\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$  and the probability of drawing a red marble from Box B is  $\frac{3}{3+6} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  as well.

*It is possible to use this strategy with a different target probability, however some probabilities will not work. For example, can you see why  $\frac{1}{2}$  would not work out for this question?*



**Problem 2:** A box contains \_\_\_\_\_ red, \_\_\_\_\_ blue, \_\_\_\_\_ green, and \_\_\_\_\_ yellow marbles. A marble is drawn from the box at random.

- (a) Fill in the blanks using four different digits from 1 to 9 so that the probability of drawing each colour of marble matches the information below.

$$\text{Red: } \frac{5}{24} \quad \text{Blue: } \frac{1}{8} \quad \text{Green: } \frac{3}{8} \quad \text{Yellow: } \frac{7}{24}$$

*Solution:*

Let's start by writing the probabilities with a common denominator. Since  $8 \times 3 = 24$ , the lowest common denominator is 24.

$$\text{Red: } \frac{5}{24} \quad \text{Blue: } \frac{1}{8} = \frac{3}{24} \quad \text{Green: } \frac{3}{8} = \frac{9}{24} \quad \text{Yellow: } \frac{7}{24}$$

Notice that the sum of the numerators is  $5 + 3 + 9 + 7 = 24$ . This means that if we have 5 red marbles, 3 blue marbles, 9 green marbles, and 7 yellow marbles in the box then we will have 24 marbles in total, and we would get the correct probability for each colour of marble.

*There is only one solution to this problem. Can you convince yourself that there is no other way to fill in the blanks according to the rules and get these probabilities?*

- (b) Is it possible to fill in the blanks using four different digits from 1 to 9 so that the probability of drawing each colour of marble matches the information below? Explain.

$$\text{Red: } \frac{1}{12} \quad \text{Blue: } \frac{1}{4} \quad \text{Green: } \frac{5}{12} \quad \text{Yellow: } \frac{1}{3}$$

*Solution:*

It is not possible to fill in the blanks in a way that produces the four probabilities given. Here is one way to explain why there is no solution:

We start by writing the probabilities with a common denominator. We can see that the lowest common denominator is 12.

$$\text{Red: } \frac{1}{12} \quad \text{Blue: } \frac{1}{4} = \frac{3}{12} \quad \text{Green: } \frac{5}{12} \quad \text{Yellow: } \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

Notice that the sum of the numerators is  $1 + 3 + 5 + 4 = 13$  and so the sum of these probabilities is

$$\frac{1}{12} + \frac{3}{12} + \frac{5}{12} + \frac{4}{12} = \frac{13}{12}$$

This is a problem! Can you see why? The probabilities of the four possible outcomes should add up to 1, but these four probabilities add up to a value greater than 1.

The probability of drawing each colour of marble represents the fraction of the marbles that are that particular colour. For example, if the probability of drawing a red marble is  $\frac{1}{12}$ , then it must be the case that  $\frac{1}{12}$  of the marbles are red. Similarly, if the other three probabilities are as given, it must be the case that  $\frac{3}{12}$  of the marbles are blue,  $\frac{5}{12}$  of the marbles are green, and  $\frac{4}{12}$  of the marbles are yellow. These fractions cannot possibly all be correct because we cannot have four parts of a whole that add up to more than the whole.

Therefore, we cannot fill in the blanks so that the probability of drawing each marble matches the information given.

*There are other ways to argue that these probabilities cannot be achieved.*



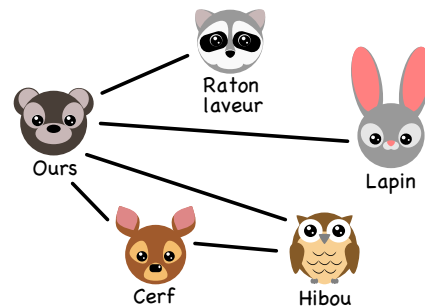
## Le CEMI à la maison

7e et 8e année - le mercredi 10 juin 2020

### Est-ce qu'on se connaît ?

Un ours, un raton laveur, un lapin, un hibou et un cerf vivent dans la même forêt. Certains des cinq animaux se sont déjà rencontrés tandis que d'autres ne se sont jamais rencontrés. Dans le tableau ci-dessous, on indique le nombre d'animaux que chacun des animaux a rencontré. À partir des informations du tableau, on a dessiné un diagramme qui démontre l'une des possibilités de couples d'animaux qui se sont rencontrés et ceux qui ne se sont jamais rencontrés. Dans le diagramme, deux animaux qui se sont rencontrés sont reliés par une ligne tandis que deux animaux qui ne se sont jamais rencontrés ne le sont pas.

| Animal       | Nombre d'animaux rencontrés |
|--------------|-----------------------------|
| Ours         | 4                           |
| Lapin        | 1                           |
| Raton laveur | 1                           |
| Hibou        | 2                           |
| Cerf         | 2                           |



Étant donné que l'ours a rencontré 4 animaux, il doit avoir rencontré tous les autres animaux. Cela signifie qu'il doit y avoir quatre lignes reliant l'ours à chacun des quatre autres animaux. Puisque le lapin et le raton laveur n'ont chacun rencontré qu'un seul autre animal, cet autre animal doit forcément être l'ours. Cela signifie qu'il ne peut y avoir d'autres lignes reliant le lapin ou le raton laveur à d'autres animaux. Étant donné que le hibou a rencontré 2 autres animaux, il doit également avoir rencontré le cerf, ce qui est indiqué dans le diagramme. Note que ce diagramme correspond aux informations du tableau.

**Problème 1 :** Cinq animaux différents ont chacun noté le nombre d'animaux qu'ils ont rencontré dans un tableau. Parmi les tableaux suivants, lesquels sont possibles ? Explique tes réponses.

*As-tu besoin d'aide pour commencer ? Essaie de dessiner un diagramme comme celui ci-dessus pour chacun des tableaux.*

A.

| Animal   | Nombre |
|----------|--------|
| Éléphant | 3      |
| Zèbre    | 2      |
| Singe    | 4      |
| Tigre    | 2      |
| Serpent  | 1      |

B.

| Animal   | Nombre |
|----------|--------|
| Éléphant | 1      |
| Zèbre    | 1      |
| Singe    | 1      |
| Tigre    | 1      |
| Serpent  | 1      |

C.

| Animal   | Nombre |
|----------|--------|
| Éléphant | 2      |
| Zèbre    | 3      |
| Singe    | 1      |
| Tigre    | 1      |
| Serpent  | 3      |



**Problème 2 :** Cinq animaux différents ont chacun noté le nombre d'animaux qu'ils ont rencontré dans le tableau ci-dessous. Détermine toutes les valeurs possibles du nombre manquant dans le tableau.

| Animal  | Nombre d'animaux rencontrés |
|---------|-----------------------------|
| Chat    | 3                           |
| Chien   | 3                           |
| Hamster | ?                           |
| Gecko   | 4                           |
| Oiseau  | 4                           |

---

**Plus d'infos :**

Consule la page du CEMI à la maison jeudi, le 11 juin, pour les solutions à ces problèmes.

Une variation de ce problème figurait dans un des concours précédents du [défi informatique Beaver](#).



## CEMC at Home

Grade 7/8 - Wednesday, June 10, 2020

## Do I Know You? - Solution

**Problem 1:** Five different animals recorded how many of the other animals they had each met before in a table. Which of the following tables are possible? Explain your answers.

A.

| Animal   | Number |
|----------|--------|
| Elephant | 3      |
| Zebra    | 2      |
| Monkey   | 4      |
| Tiger    | 2      |
| Snake    | 1      |

B.

| Animal   | Number |
|----------|--------|
| Elephant | 1      |
| Zebra    | 1      |
| Monkey   | 1      |
| Tiger    | 1      |
| Snake    | 1      |

C.

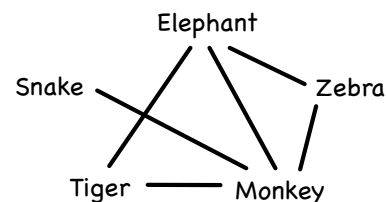
| Animal   | Number |
|----------|--------|
| Elephant | 2      |
| Zebra    | 3      |
| Monkey   | 1      |
| Tiger    | 1      |
| Snake    | 3      |

*Solution:*

Let's try drawing a diagram for each table.

A. This table is possible.

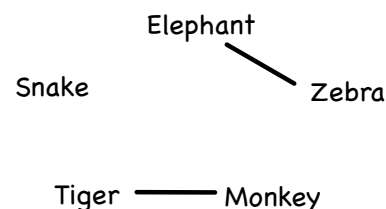
We see that the monkey has met all 4 of the other animals. That means the snake has met only the monkey. The elephant has met 3 animals, so must have also met the zebra and tiger, in addition to the monkey, as it could not have met the snake. The completed diagram given on the right shows a scenario that would result in the numbers in this table. (Is this the only possible diagram?)



B. This table is *not* possible.

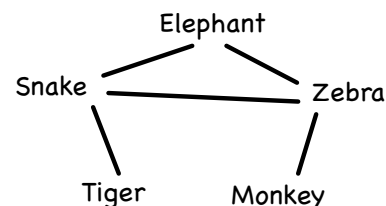
Each animal has met exactly one other animal. This means that each animal must be a part of exactly one line in our diagram and so the animals must be "paired". But there are an odd number of animals so this is impossible.

For example, suppose that we draw a line between the elephant and the zebra and another line between the monkey and the tiger, so that each of these four animals has met exactly one other animal (as in the table). Now, to get the right number for the snake, we need to draw a line from the snake to another animal, but we cannot do so without raising the other animal's number to 2. We will run into a similar problem no matter how we try to pair up the animals.



C. This table is possible.

Suppose that the zebra has met the elephant, the snake, and the monkey. Then the snake could have also met the elephant and the tiger. The completed diagram given on the right shows a scenario that would result in the numbers in this table. (Is this the only possible diagram?)







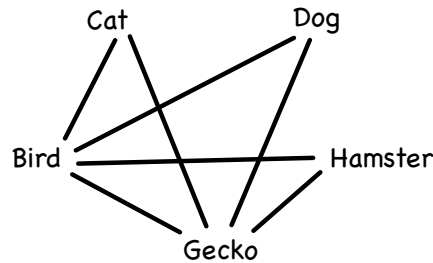
**Problem 2:** Five different animals recorded how many of the other animals they had each met before in the table shown. Find all possible values for the missing number in the table.

| Animals | Number of Animals Met |
|---------|-----------------------|
| Cat     | 3                     |
| Dog     | 3                     |
| Hamster | ?                     |
| Gecko   | 4                     |
| Bird    | 4                     |

*Solution:*

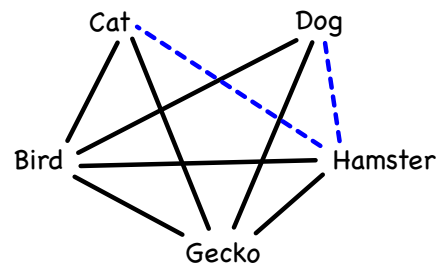
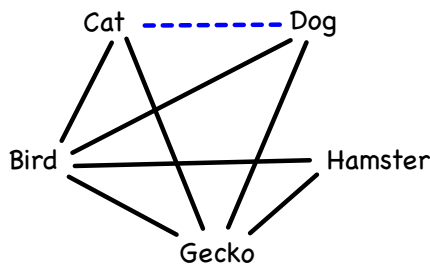
Let's try drawing a diagram to figure out how many other animals the hamster could have met.

From the table, we can see that the gecko and the bird have each met all 4 of the other animals. So we start off by creating the following diagram that displays this information.



Notice that the above diagram is not complete as the cat and the dog have each met 3 animals, which is 1 more each than is shown in this diagram.

We now have two choices for how to complete the diagram. The cat and the dog could either have met each other and not the hamster (as in the diagram below on the left) or they could have each met the hamster and not each other (as in the diagram below on the right).



In the first case, the hamster has met 2 other animals, and in the second case, the hamster has met all 4 of the other animals.

This means there are two possible values for the missing number in the table: 2 or 4.



## Le CEMI à la maison

7<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> année - le jeudi 11 juin 2020

### Nombre mystère

Un certain nombre entier positif possède exactement huit facteurs qui sont des nombres entiers positifs. Si les nombres entiers 21 et 35 sont deux de ses facteurs, quel est ce nombre ?



*Soit un nombre entier positif  $n$ , un facteur de  $n$  est un nombre entier positif non-nul qui se divise sans reste dans  $n$ .*

*Par exemple : 3 est un facteur de 18, puisque  $18 \div 3 = 6$ . Mais 4 n'est pas un facteur de 18, puisque  $18 \div 4 = 4,5$ .*

---

#### Plus d'infos :

Consulte la page du CEMI à la maison vendredi, le 12 mai, pour la solution à Nombre mystère.

Cette ressource du CEMI à la maison est un problème passé du Problème de la semaine. Le Problème de la semaine est une ressource hebdomadaire gratuite que le CEMI met à la disposition des enseignant(e)s, des parents et des élèves pendant l'année scolaire. Les publications du Problème de la semaine sont terminées pour cette année scolaire en cours et reprendront le 17 septembre 2020. Pour t'abonner et consulter les problèmes passés et leurs solutions, visite :

<https://www.cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-f.php>



## CEMC at Home

Grade 7/8 - Thursday, June 11, 2020

### Mystery Number - Solution

**Problem:**

A positive integer has exactly eight positive factors. If two of the factors are 21 and 35, what is the positive integer?



*For some integer  $n$ , a factor of  $n$  is a non-zero integer that divides evenly into  $n$ .*

*For example, 3 is a factor of 18 since  $18 \div 3 = 6$ , but 4 is not a factor of 18 since  $18 \div 4 = 4.5$ .*

**Solution:**

Let  $n$  represent the number we are looking for.

We know that four of the positive factors of  $n$  are 1, 21, 35 and  $n$ . In our solution we will first find the remaining four positive factors and then determine  $n$ .

Since 21 is a factor of  $n$  and  $21 = 3 \times 7$ , 3 and 7 must also be factors of  $n$ .

Since 35 is a factor of  $n$  and  $35 = 5 \times 7$ , 5 must also be a factor of  $n$ .

Since 3 is a factor of  $n$  and 5 is a factor of  $n$ , and since 3 and 5 have no common factors,  $3 \times 5 = 15$  must also be a factor  $n$ .

We have found all eight of the positive factors of the unknown number. The positive factors are 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 and  $n$ . We now need to determine  $n$ .

From the list of factors, we see that the prime factors of  $n$  are 3, 5 and 7, and it follows that  $n = 3 \times 5 \times 7 = 105$ .

Therefore, the positive integer is 105.



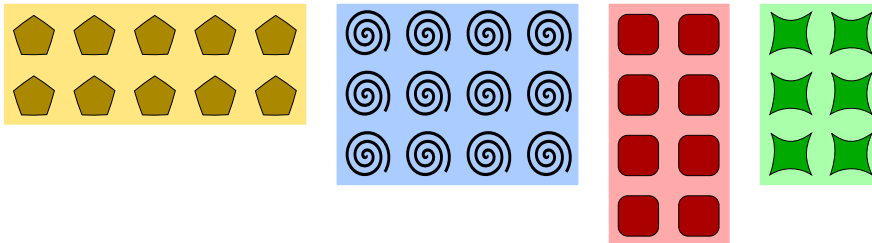
## Le CEMI à la maison

7e et 8e année - le vendredi 12 juin 2020

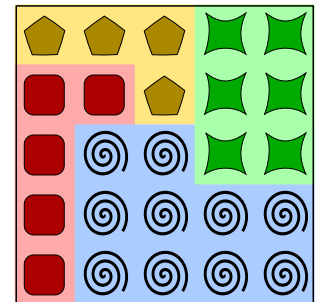
### Tellement de couches

**Problème 1 :** Dans la figure ci-dessous, Kouji a couvert un mur de quatre feuilles de papier peint rectangulaires superposées. Chaque feuille de papier peint est conçue en utilisant une forme différente qui est répétée de manière à créer un motif. Dans quel ordre Kouji a-t-il posé les feuilles de papier peint sur le mur ?

*Feuilles de papier peint utilisées*



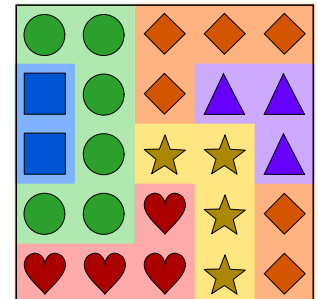
*Résultat*



**Problème 2 :** Dans la figure ci-contre, Tanu a couvert un mur de six feuilles de papier peint rectangulaires superposées. Chaque feuille de papier peint est conçue en utilisant une forme différente qui est répétée de manière à créer un motif.

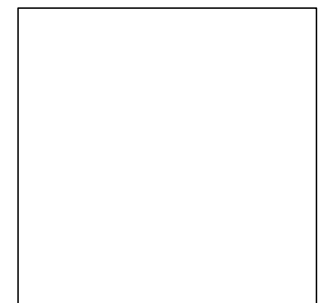
- Que seraient des dimensions possibles pour les six feuilles de papier peint rectangulaires que Tanu a utilisées ?
- Détermine dans quel ordre Tanu a posé les feuilles de papier peint sur le mur.

*Pour commencer, découpe des morceaux de papier peint à l'aide des images fournies sur la page suivante et arrange-les de manière à t'aider à résoudre le problème. Quelles feuilles de papier peint n'ont qu'une seule grandeur possible et lesquelles pourraient avoir plusieurs dimensions différentes ?*

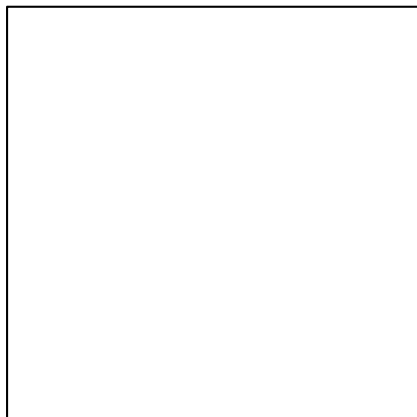
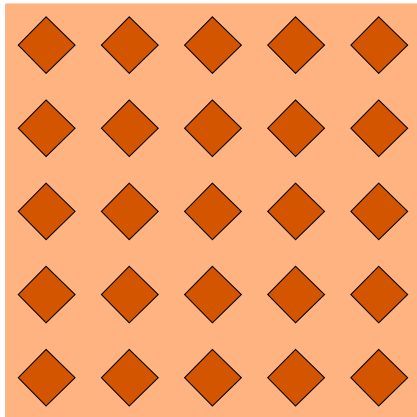
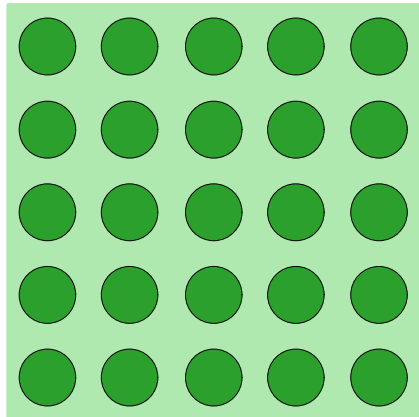
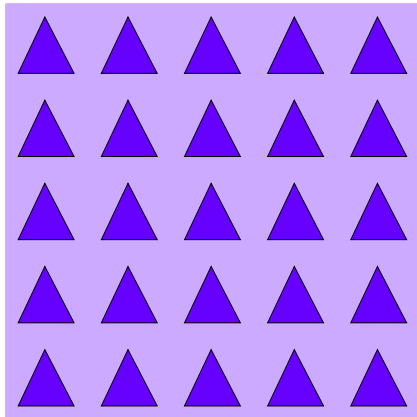
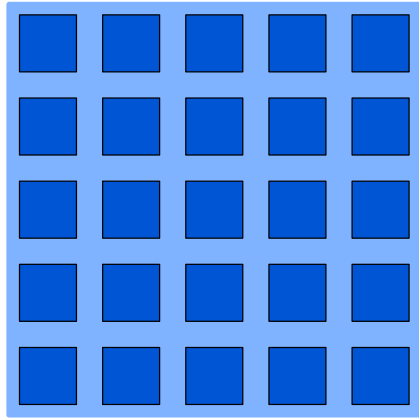
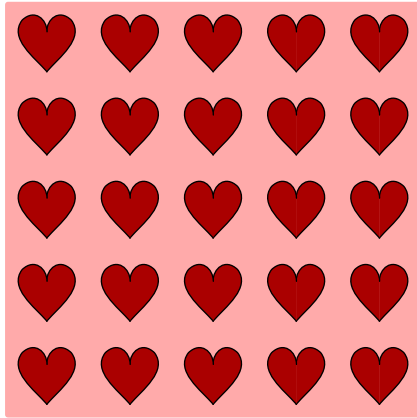


**Problème 3 :** Tanu change d'avis et décide qu'elle veut poser les six feuilles de papier peint (du problème 2) sur le mur de manière que les feuilles de papier peint ne semblent pas se chevaucher. Chaque feuille de papier peint doit être visible et la région visible du papier peint doit avoir la forme d'un rectangle afin qu'on ait l'impression que les morceaux de papier peint ont été coupés pour qu'on puisse les poser côte à côte sur le mur. Dessine une façon dont Tanu pourrait poser le papier peint.

*Certaines feuilles du problème 2 pourraient avoir plusieurs dimensions différentes. Tu peux utiliser les mêmes dimensions que celles du problème 2 mais n'hésite pas à expérimenter avec des dimensions différentes !*



**Plus d'infos :** Consulte la page du CEMI à la maison lundi, le 15 juin, pour les solutions à ces problèmes. Une variation de ce problème figurait dans un des concours précédents du [défi informatique Beaver](#). Le défi informatique Beaver est un concours de résolution de problèmes axé sur la pensée informatique et logique.



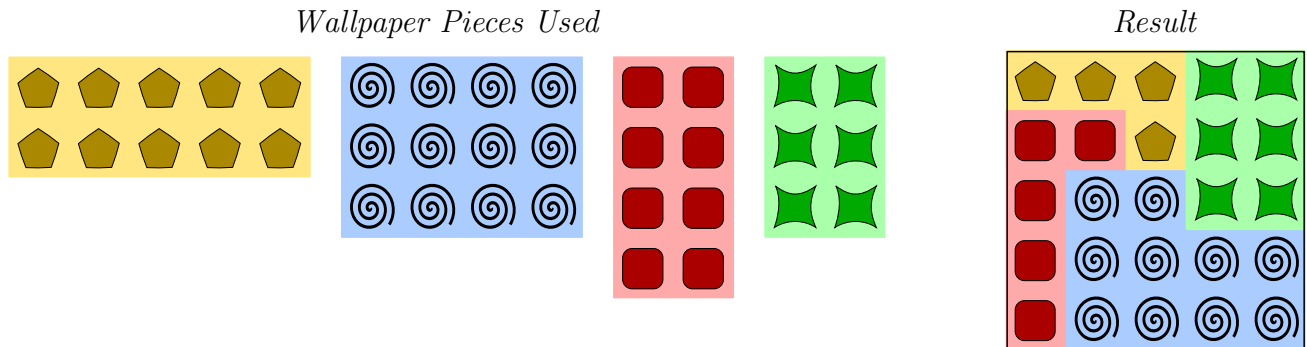


## CEMC at Home

Grade 7/8 - Friday, June 12, 2020

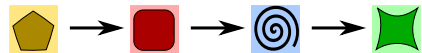
### So Many Layers - Solution

**Problem 1:** Kouji covered a wall with four overlapping rectangular sheets of wallpaper as shown. Each sheet of wallpaper is designed using a different image in a repeating pattern. In what order did Kouji place the wallpaper sheets on the wall?



*Solution:*

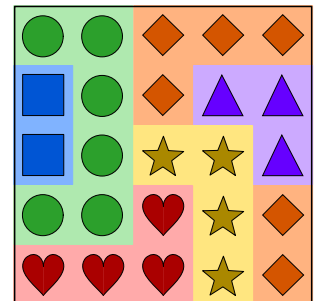
The four wallpaper sheets were placed in the following order, from first to last:



To see why this is true, first observe that the wallpaper with the green star-like squares is the only wallpaper that is entirely visible, so it must have been placed last. It remains to justify the order in which the other three sheets were placed. The wallpaper with the red rounded squares is cut off by the blue spirals, so it must have been placed before the blue spirals. The wallpaper with the yellow pentagons is cut off by the red rounded squares, so it must have been placed before the red rounded squares. In order from first to last, the first three sheets to be placed must have been the yellow pentagons, the red rounded squares, and the blue spirals.

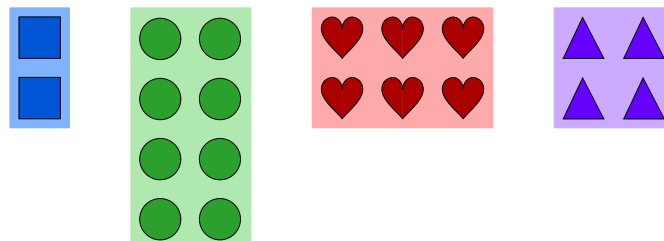
**Problem 2:** Tanu covered a wall with six overlapping rectangular sheets of wallpaper as shown. Each sheet of wallpaper is designed using a different image in a repeating pattern.

- Give possible dimensions for the six sheets of wallpaper Tanu used.
- Determine in what order Tanu placed the wallpaper sheets on the wall.



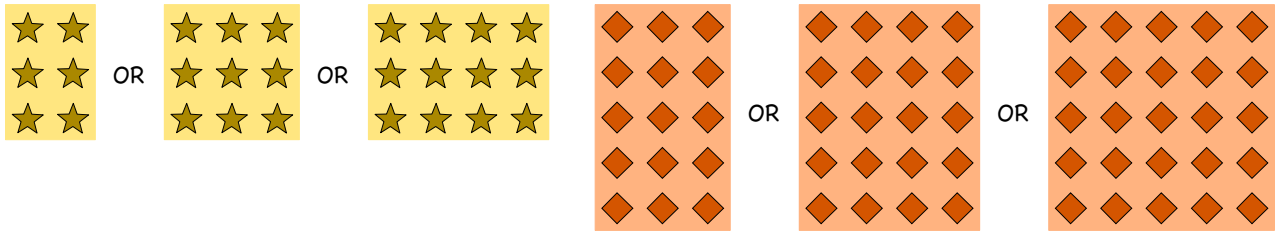
*Solution:*

- Since each sheet is rectangular, we can see enough to determine that four of the sheets have the dimensions shown below:

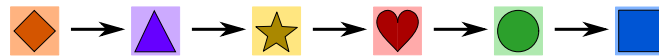




We cannot be sure of the dimensions of the remaining two sheets. Here are the different possibilities for these sheets:



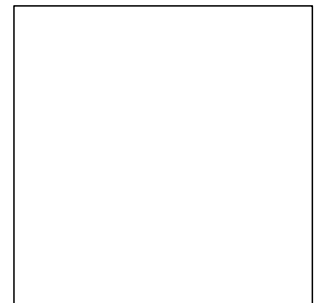
(b) The wallpaper sheets were placed in the following order, from first to last:



The wallpaper with the blue squares is the only wallpaper that is entirely visible, so it must have been placed last. The wallpaper with the green circles is cut off by the blue squares, so it must have been placed before the blue squares. By similar reasoning, the red hearts were placed before the green circles, the yellow stars were placed before the red hearts, the purple triangles were placed before the yellow stars, and the orange diamonds were placed before the purple triangles. Therefore, the sheets must have been placed in the order indicated above.

Note that we do not need to know the dimensions of all six wallpaper sheets to determine the order in which they must have been placed. For example, we cannot be sure whether the orange sheet and the green sheet overlap or are placed side-by-side, but this does not stop us from figuring out in which order they were placed.

**Problem 3:** Tanu changes her mind and decides she wants to place the six sheets of wallpaper (from Problem 2) on the wall so that you cannot tell that the wallpaper is overlapping. Each sheet of wallpaper should be visible, but the visible piece should be in the shape of a rectangle so that it looks like the wallpaper pieces were cut to fit right next to each other. Draw one way that Tanu could cover the wall.



Solution:

Your solution may depend on the dimensions you chose for the wallpapers with yellow stars and orange diamonds. Here are two possible solutions. Can you find others?

