



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Galois

(10<sup>e</sup> année – Sec. IV)

le jeudi 4 avril 2024

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 5 avril 2024

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée : 75 minutes

©2024 University of Waterloo

*Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.*

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



**ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.**

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple,  $\pi + 1$  et  $1 - \sqrt{2}$  sont des nombres exacts simplifiés.

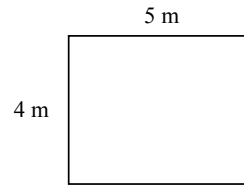
*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca). Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

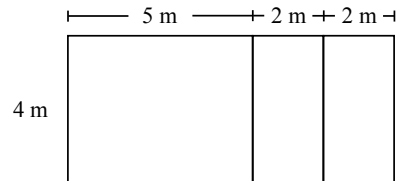
NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par  $y = x^3 - x$ , mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

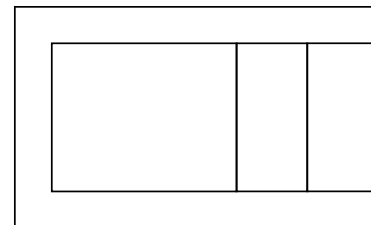
1. Trois élèves participent à l'agrandissement du jardin de leur école. Au départ, le jardin avait une longueur de 5 m et une largeur de 4 m, comme dans la figure ci-contre.



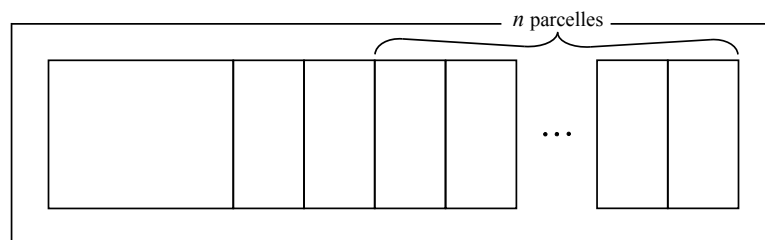
- (a) Romain agrandit le jardin en y ajoutant deux parcelles supplémentaires de 2 m sur 4 m, comme dans la figure ci-contre. Quelle est l'aire totale du jardin après que Romain a ajouté les deux parcelles supplémentaires ?



- (b) Kirima aménage un chemin autour de trois côtés du jardin précédent, comme dans la figure ci-contre. Si le chemin a une largeur de 1 m, quelle est l'aire totale du jardin et du chemin ?



- (c) Noah agrandit le jardin de la partie (b) en y ajoutant  $n$  parcelles supplémentaires, chacune mesurant 2 m sur 4 m. Ensuite, il prolonge le chemin de 1 m de large de manière qu'il entoure tout le jardin, comme dans la figure ci-dessous. Si le jardin et le chemin ont une aire totale de  $150 \text{ m}^2$ , déterminer la valeur de  $n$ .



2. Lorsqu'un point  $(x, y)$  subit une rotation de  $90^\circ$  dans le sens horaire autour de l'origine, son image a pour coordonnées  $(y, -x)$ . Soit  $R$  la représentation de cette rotation. Lorsqu'un point  $(x, y)$  subit une translation de 2 unités vers le haut, son image a pour coordonnées  $(x, y + 2)$ . Soit  $T$  la représentation de cette translation. Par exemple, si le point  $(8, -2)$  subit une rotation  $R$  suivie d'une translation  $T$ , son image aura pour coordonnées  $(-2, -6)$  :

$$(8, -2) \xrightarrow{R} (-2, -8) \xrightarrow{T} (-2, -6)$$



- (a) Si le point  $(5, 11)$  subit une rotation  $R$  suivie d'une translation  $T$ , quelles sont les coordonnées de son image ?



- (b) Si le point  $(-3, 7)$ , subit la rotation  $R$  à cinq reprises, quelles sont les coordonnées de son image ?



- (c) Considérons la séquence de transformations suivante :  $R$ , puis  $R$  à nouveau et ensuite  $T$ . Si le point  $(9, 1)$ , subit cette séquence de transformations (soit  $R, R, T$ ) à 11 reprises, déterminer les coordonnées de son image.

3. On place sept boules noires numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6, et 7 dans un sac. On retire les boules du sac une par une et au hasard. Lorsqu'une boule est retirée du sac, elle n'est ni remplacée par une autre boule, ni remise dans le sac.



- (a) Quelle est la probabilité pour que la première boule retirée soit un nombre pair ?



- (b) Quelle est la probabilité pour que la somme des numéros sur les deux premières boules retirées soit égale à 5 ?



- (c) Déterminer la probabilité pour que la somme des numéros sur les deux premières boules retirées soit supérieure ou égale à 6.



- (d) On ajoute une huitième boule au sac. Cette huitième boule est dorée et porte l'entier  $k$  ( $1 \leq k \leq 7$ ). La probabilité pour que la somme des numéros sur les deux premières boules retirées soit supérieure ou égale à 7 est égale à  $\frac{3}{4}$ . Déterminer la valeur de  $k$ .

4. Dans une grille rectangulaire  $3 \times n$ , deux cases sont *voisines* si elles partagent un côté. Une *grille Griffin*  $3 \times n$  est une grille  $3 \times n$  telle que  $n \geq 2$  et que :

- chaque case contient soit  $-1$ , soit  $1$  et
- le nombre dans chaque case est égal au produit des nombres dans toutes les cases voisines.

-1	1
-1	-1
-1	1

Dans la figure ci-contre, on voit un exemple d'une grille Griffin  $3 \times 2$ .



- (a) Remplir les cases vides de la grille  $3 \times 5$  ci-contre afin qu'elle soit une grille Griffin.

-1				
1				
-1				



- (b) Déterminer le nombre total de grilles Griffin  $3 \times 5$ .



- (c) Soit  $S$  la somme des nombres des grilles Griffin  $3 \times n$  avec  $2 \leq n \leq 2024$ . Déterminer la valeur de  $S$ .



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

*Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Galois de 2024! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI. Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2024.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

*Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2024/2025
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11<sup>e</sup> et 12<sup>e</sup> année
- utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours