



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Galois

(10<sup>e</sup> année – Sec. IV)

Avril 2021

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

Avril 2021

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée : 75 minutes

©2021 University of Waterloo

*Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.*

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



**ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.**

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple,  $\pi + 1$  et  $1 - \sqrt{2}$  sont des nombres exacts simplifiés.

*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca). Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par  $y = x^3 - x$ , mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. L'opération  $\Delta$  est définie par  $a\Delta b = a(2b + 4)$ ,  $a$  et  $b$  étant des entiers. Par exemple,  $3\Delta 6 = 3(2 \times 6 + 4) = 3(16) = 48$ .



(a) Quelle est la valeur de  $5\Delta 1$  ?



(b) Si  $k\Delta 2 = 24$ , quelle est la valeur de  $k$  ?











(c) Déterminer toutes les valeurs de  $p$  telles que  $p\Delta 3 = 3\Delta p$ .





(d) Déterminer toutes les valeurs de  $m$  telles que  $m\Delta(m + 1) = 0$ .

2. L'organisateur d'une ligue sportive composée de quatre équipes a enregistré certaines des données de fin de saison dans le tableau ci-dessous. Chaque équipe a disputé 27 matchs et chaque match a entraîné soit une victoire pour une équipe et une défaite pour l'autre équipe, soit un match nul entre les deux équipes. Chaque équipe a gagné 2 points pour une victoire, 0 point pour une défaite et 1 point pour un match nul.

Nom de l'équipe	Matchs joués	Nombre de victoires	Nombre de défaites	Nombre de matchs nuls	Nombre total de points
<i>P</i>	27	10	14		23
<i>Q</i>	27				
<i>R</i>	27				25
<i>S</i>	27				

-  (a) Combien de fois l'équipe *P* a-t-elle fait match nul ?
-  (b) L'équipe *Q* a remporté 2 victoires de plus que l'équipe *P* et 4 défaites de moins que l'équipe *P*. Quel est le nombre total de points de l'équipe *Q* à la fin de la saison ?
-  (c) Expliquer pourquoi l'équipe *R* n'aurait pas pu terminer la saison avec exactement 6 matchs nuls.
-  (d) À la fin de la saison, l'équipe *S* avait 4 victoires de plus que de défaites. Démontrer que l'équipe *S* a dû terminer la saison avec un total de 31 points.
3. Le rectangle *ABCD* a pour sommets  $A(0, 0)$ ,  $B(0, 12)$ ,  $C(6, 12)$  et  $D(6, 0)$ .
-  (a) Les diagonales *AC* et *BD* se coupent en point *E*. Quelle est l'aire du triangle *ADE* ?
-  (b) Le point  $P(0, p)$  est situé sur le segment de droite *AB*. L'aire du trapèze *BCDP* est le double de l'aire du triangle *PAD*. Quelle est la valeur de *p* ?
-  (c) La droite passant par  $U(0, u)$ ,  $V(2, 4)$  et  $W(6, w)$  divise *ABCD* en deux trapèzes. Déterminer tous les couples possibles de points *U* et *W* pour lesquels les aires des deux trapèzes ont un rapport de 5 : 3.
4.  (a) Sachant que  $\frac{5}{x} + \frac{14}{y} = 2$  et que  $x = 6$ , quelle est la valeur de *y* ?

-  (b) Déterminer tous les couples possibles d'entiers strictement positifs  $(x, y)$  qui vérifient l'équation  $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 1$ .

-  (c) On considère l'équation  $\frac{16}{x} + \frac{25}{y} = p$ , *p* étant un nombre premier tel que  $p \geq 5$ . Déterminer toutes les valeurs possibles de *p* telles qu'il y ait au moins un couple d'entiers strictement positifs  $(x, y)$  qui vérifient l'équation.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

*Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Galois de 2021! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2021.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

*Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2021/2022
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de la 9<sup>e</sup> à la 12<sup>e</sup> année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours