



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fermat

(11^e année – Sec. V)

le jeudi 21 février 2013

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 22 février 2013

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF
WATERLOO

WATERLOO
MATHEMATICS

Deloitte.

Durée : 60 minutes

©2012 University of Waterloo

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droite de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, leur niveau scolaire et l'écart de points où ils se situent, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au www.cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

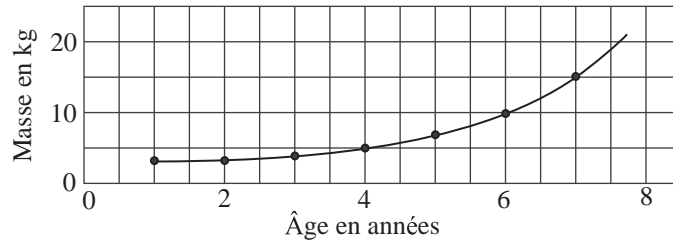
Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de $\frac{10^2 + 6^2}{2}$?

- (A) 16 (B) 86 (C) 34 (D) 68 (E) 128

2. Le graphique suivant représente la relation entre la masse et l'âge de la morue que Jef élève. Quel est l'âge de la morue lorsqu'elle a une masse de 15 kg ?

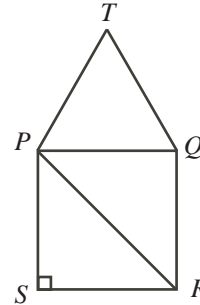
Relation entre la masse et l'âge de la morue de Jef



- (A) 3 (B) 7 (C) 4 (D) 6 (E) 5

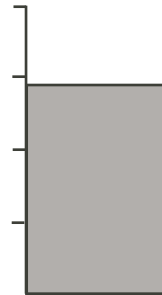
3. Dans la figure ci-contre, $PQRS$ est un carré et le triangle PTQ est équilatéral. Quelle est la mesure de l'angle TPR ?

- (A) 90° (B) 105° (C) 120°
 (D) 150° (E) 75°



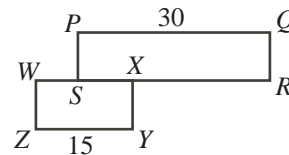
4. Le grand cylindre dans la figure ci-contre contient du lait au chocolat. Il peut contenir jusqu'à 50 L lorsqu'il est plein. Les coches indiquent la division du cylindre en quatre parties de même volume. Parmi les réponses suivantes, laquelle est la meilleure approximation du volume de lait au chocolat contenu présentement dans le cylindre ?

- (A) 24 L (B) 28 L (C) 30 L
 (D) 36 L (E) 40 L



5. Dans la figure ci-contre, le rectangle $PQRS$ a un côté PQ de longueur 30 et le rectangle $WXYZ$ a un côté ZY de longueur 15. Le point S est situé sur WX et le point X est situé sur SR de manière que $SX = 10$. Quelle est la longueur du segment WR ?

- (A) 20 (B) 25 (C) 55
 (D) 45 (E) 35



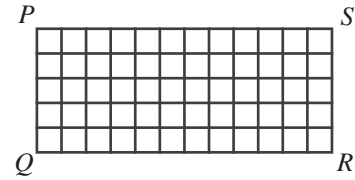
6. Sachant que $x = 11$, $y = 8$ et $2x + 3z = 5y$, quelle est la valeur de z ?
 (A) 6 (B) $\frac{62}{3}$ (C) 13 (D) 15 (E) $\frac{46}{5}$
7. Si $(x + a)(x + 8) = x^2 + bx + 24$ pour toutes les valeurs de x , quelle est la valeur de $a + b$?
 (A) 32 (B) 144 (C) 40 (D) 14 (E) 16
8. Quel nombre faut-il enlever de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ pour que les autres nombres de l'ensemble aient une moyenne de 6,1 ?
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
9. Un vélo se vend au prix régulier de 320 \$. Le vélo est en solde avec un rabais de 20 %. Un casque protecteur se vend au prix régulier de 80 \$. Le casque est en solde avec un rabais de 10 %. Si Sylviane achète le vélo et le casque, quel pourcentage de rabais obtient-elle sur l'achat total ?
 (A) 18 % (B) 12 % (C) 15 % (D) 19 % (E) 22,5 %
10. On considère un carré $PQRS$. Le point M est le milieu de PQ et le point N est le milieu de RS . Sachant que le rectangle $PMNS$ a un périmètre de 36, quelle est l'aire du carré $PQRS$?
 (A) 81 (B) 72 (C) 324 (D) 144 (E) 36

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Lundi, Ramya a lu $\frac{1}{5}$ d'un roman de 300 pages. Mardi, elle a lu $\frac{4}{15}$ des pages qu'il lui restait à lire. Combien de pages a-t-elle lues en tout lundi et mardi ?
 (A) 124 (B) 60 (C) 252 (D) 80 (E) 64
12. Un entier m est choisi au hasard dans la liste $-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9$. Quelle est la probabilité pour que $m^4 > 100$?
 (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{3}{5}$
13. Sachant que $512^x = 64^{240}$, quelle est la valeur de x ?
 (A) 80 (B) 30 (C) 360 (D) 160 (E) 237
14. Dans une levée de fonds à l'école, 25 % de l'argent reçu provenait des parents. Le reste de l'argent provenait des enseignants et des élèves. Le rapport de la quantité d'argent provenant des enseignants à la quantité d'argent provenant des élèves était de 2 : 3. Quel était le rapport de la quantité d'argent provenant des parents à la quantité d'argent provenant des élèves ?
 (A) 20 : 9 (B) 5 : 6 (C) 5 : 9 (D) 1 : 2 (E) 5 : 12
15. Les biscuits dans un bocal contiennent 100 raisins en tout. Tous les biscuits ont le même format et contiennent le même nombre de raisins, sauf un biscuit. Ce dernier biscuit est plus grand que les autres et il contient un raisin de plus que chacun des autres. Il peut y avoir de 5 à 10 biscuits dans le bocal. Combien de raisins le grand biscuit contient-il ?
 (A) 10 (B) 11 (C) 20 (D) 17 (E) 12

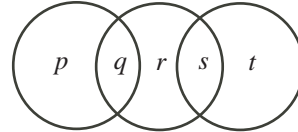
16. Un rectangle $PQRS$ est divisé en 60 petits carreaux, comme dans la figure ci-contre. Chacun de ces carreaux a une diagonale de longueur 2. La longueur de QS est plus près de :

(A) 18 (B) 13 (C) 26
(D) 24 (E) 17



17. Dans la figure ci-contre, p , q , r , s et t représentent cinq entiers consécutifs, mais pas nécessairement dans cet ordre. Les deux entiers dans le cercle de gauche ont une somme de 63. Les deux entiers dans le cercle de droite ont une somme de 57. Quelle est la valeur de r ?

(A) 24 (B) 28 (C) 20
(D) 42 (E) 30



18. Sachant que m , n et p sont des entiers strictement positifs tels que $m + \frac{1}{n + \frac{1}{p}} = \frac{17}{3}$, quelle est la valeur de n ?

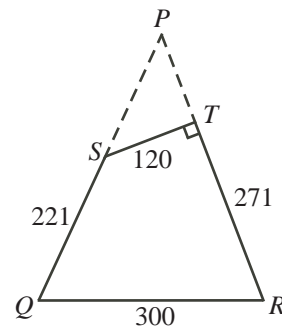
(A) 3 (B) 4 (C) 1 (D) 17 (E) 13

19. Il y a deux façons de choisir six nombres différents dans la liste 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 de manière que le produit des six nombres soit un carré parfait. Soit m^2 et n^2 les deux carrés parfaits que l'on peut obtenir, m et n étant des entiers strictement positifs et $m \neq n$. Quelle est la valeur de $m + n$?

(A) 108 (B) 11 (C) 61 (D) 56 (E) 144

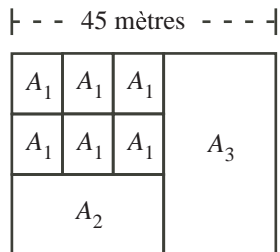
20. On considère un triangle isocèle PQR de manière que $PQ = PR$ et $QR = 300$. Le point S est situé sur PQ et le point T est situé sur PR de manière que ST soit perpendiculaire à PR et que $ST = 120$, $TR = 271$ et $QS = 221$. Quelle est l'aire du quadrilatère $STRQ$?

(A) 21 275 (B) 40 605 (C) 46 860
(D) 54 000 (E) 54 603



Partie C (8 points par bonne réponse)

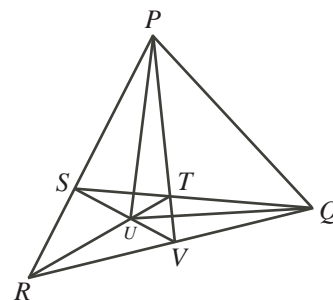
21. Un éleveur a un champ de forme rectangulaire d'une largeur de 45 mètres. Il divise le champ en petits enclos de forme rectangulaire de trois grandeurs différentes, comme dans la figure suivante.



Les enclos A_1 ont les mêmes dimensions les uns que les autres. L'enclos A_2 a une aire qui est 4 fois l'aire d'un enclos A_1 . L'enclos A_3 a une aire qui est 5 fois l'aire d'un enclos A_1 . Les lignes de la figure représentent des clôtures. Les clôtures ont une longueur totale de 360 mètres. L'aire d'une région A_1 , en mètres carrés, est plus près de :

- (A) 143,4 (B) 150,0 (C) 175,2 (D) 162,7 (E) 405,0
22. Magda et Sara courent l'une contre l'autre. La gagnante de chaque course remporte x pièces d'or, tandis que la perdante remporte y pièces d'or. (Il n'y a aucune égalité et x et y sont des entiers tels que $x > y > 0$.) Après quelques courses, Magda a 42 pièces d'or et Sara a 35 pièces d'or. Sara a remporté exactement 2 courses. Quelle est la valeur de x ?
- (A) 3 (B) 7 (C) 5 (D) 6 (E) 4
23. Un sac contient 2 billes rouges et 2 billes bleues. Un deuxième sac contient 2 billes rouges, 2 billes bleues et v billes vertes ($v > 0$). Pour chaque sac, Marie calcule la probabilité d'obtenir deux billes d'une même couleur en tirant au hasard deux billes du même sac, l'une après l'autre, sans remettre la première bille dans le sac. Sachant que ces deux probabilités sont égales, quelle est la valeur de v ?
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

24. Dans la figure ci-contre, on a un triangle PQR avec un point S sur PR et un point V sur RQ . Les segments QS et PV se coupent en T . Les segments RT et SV se coupent en U . Sachant que le triangle RST a une aire de 55, le triangle RTV a une aire de 66 et le triangle RSV a une aire de 77, quelle est l'aire du triangle PQU ?



- (A) 869 (B) 836 (C) 840
(D) 864 (E) 847
25. Pour combien de valeurs entières impaires de k , de 0 à 100, l'équation

$$2^{4m^2} + 2^{m^2-n^2+4} = 2^{k+4} + 2^{3m^2+n^2+k}$$

admet-elle exactement deux couples (m, n) d'entiers strictement positifs qui sont des solutions ?

- (A) 17 (B) 20 (C) 19 (D) 18 (E) 21



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2013!

En 2012, plus de 75 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web pour :

- plus d'information à propos du concours Hypatie;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours.

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.