



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Fermat

(11^e année – Sec. V)

le jeudi 23 février 2012

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 24 février 2012

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF
WATERLOO

WATERLOO
MATHEMATICS

Great-West
COMPAGNIE G-M D'ASSURANCE-VIE



Canada-Vie

LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRE^{MC}

Canadian
Institute of
Actuaries



Institut
canadien
des actuaires

Deloitte.

Durée : 60 minutes

©2011 University of Waterloo

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Lequel des nombres suivants *n'est pas* un nombre entier ?

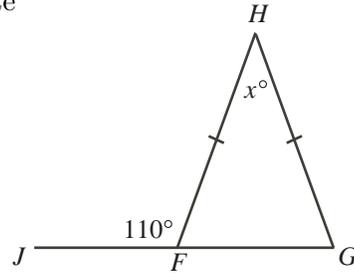
- (A) $\frac{60}{12}$ (B) $\frac{60}{8}$ (C) $\frac{60}{5}$ (D) $\frac{60}{4}$ (E) $\frac{60}{3}$

2. Si $3 - 5 + 7 = 6 - x$, quelle est la valeur de x ?

- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 11 (E) 15

3. Dans la figure ci-contre, JFG est un segment de droite et $HF = HG$. Quelle est la valeur de x ?

- (A) 45 (B) 35 (C) 55
(D) 60 (E) 40

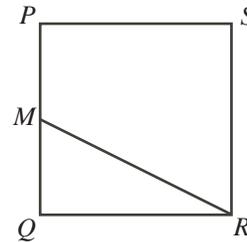


4. Quelle est la valeur de $(1 + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4})$?

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{13}{12}$ (D) $\frac{31}{12}$ (E) $\frac{16}{7}$

5. Dans la figure ci-contre, $PQRS$ est un carré et M est le milieu du côté PQ . Le triangle MQR a une aire de 100. Quelle est l'aire du carré $PQRS$?

- (A) 200 (B) 500 (C) 300
(D) 400 (E) 800

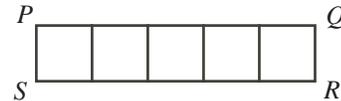


6. En quatre soirées consécutives, Jean a mangé un total de 120 arachides. Chaque soir, il a mangé 6 arachides de plus que le soir précédent. Combien d'arachides a-t-il mangées le quatrième soir ?

- (A) 42 (B) 39 (C) 30 (D) 36 (E) 33

7. Le rectangle $PQRS$, ci-contre, est formé de cinq carrés identiques. Le rectangle $PQRS$ a un périmètre de 48. Quelle est l'aire du rectangle $PQRS$?

- (A) 45 (B) 9 (C) 80
(D) 16 (E) 96



8. Si $x = 2$ et $v = 3x$, quelle est la valeur de l'expression $(2v - 5) - (2x - 5)$?

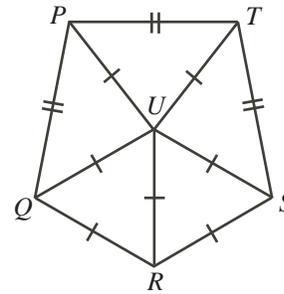
- (A) 2 (B) 8 (C) -2 (D) -7 (E) 6

9. Marie et Sylvie avaient autrefois la même taille. Depuis, Sylvie a grandi de 20 % et la taille de Marie a augmenté de la moitié du nombre de centimètres qu'il y a dans l'augmentation de taille de Sylvie. Sylvie mesure maintenant 180 cm. Quelle est la taille de Marie aujourd'hui, en centimètres ?
- (A) 144 (B) 165 (C) 162 (D) 150 (E) 170
10. Si $(2^a)(2^b) = 64$, quelle est la moyenne de a et de b ?
- (A) 12 (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 3 (E) 8

Partie B (6 points par bonne réponse)

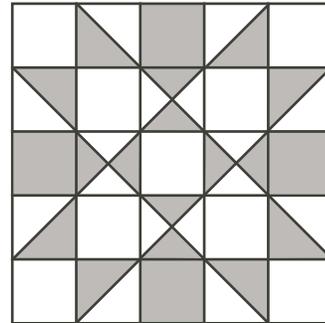
11. Il y a exactement un entier impair N , entre 400 et 600, qui est divisible par 5 et par 11. Quelle est la somme des chiffres de N ?
- (A) 11 (B) 8 (C) 10 (D) 16 (E) 18

12. Dans la figure ci-contre, les triangles QUR et SUR sont équilatéraux, tandis que les triangles QUP , PUT et TUS sont isocèles. De plus, $PQ = QU = SU = TU$ et $QP = PT = TS$. Quelle est la mesure de l'angle UST , en degrés ?



- (A) 50 (B) 54 (C) 60
(D) 70 (E) 80

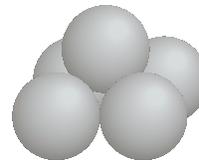
13. La figure ci-contre représente une courtepointe carrée qui contient des carrés identiques et des triangles rectangles isocèles de deux grandeurs. Quel pourcentage de la courtepointe est ombrée ?



- (A) 36 % (B) 40 % (C) 44 %
(D) 48 % (E) 50 %

14. Quel est le produit des racines de l'équation $(x - 4)(x - 2) + (x - 2)(x - 6) = 0$?
- (A) 20 (B) 48 (C) 10 (D) 96 (E) 2

15. On place des oranges en couches pour former une pile de forme pyramidale. La base est un rectangle qui fait 5 oranges de large et 7 oranges de long. Après la première couche, chaque orange est placée dans le creux formé par quatre oranges de la couche en dessous, comme dans la figure ci-contre. La dernière couche est formée d'une seule rangée d'oranges. Combien y a-t-il d'oranges en tout dans la pile ?



- (A) 53 (B) 80 (C) 82
(D) 85 (E) 105

16. Il y a 30 personnes dans une salle et 60 % d'entre elles sont des hommes. Si aucun homme n'entre dans la salle ou ne quitte la salle, combien faut-il ajouter de femmes dans la salle pour que 40 % de toutes les personnes dans la salle soient des hommes ?

- (A) 10 (B) 6 (C) 20 (D) 12 (E) 15

17. Quelle est la valeur de l'expression $\frac{3^{2011} + 3^{2011}}{3^{2010} + 3^{2012}}$?

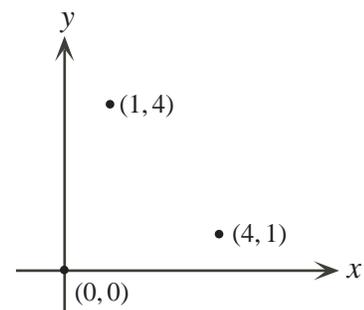
- (A) $\frac{3}{5}$ (B) 1 (C) $\frac{9}{10}$ (D) $\frac{10}{3}$ (E) $\frac{2}{3}$

18. Si N est le plus petit entier positif dont les chiffres ont un produit de 1728, quelle est la somme des chiffres de N ?

- (A) 28 (B) 26 (C) 18 (D) 27 (E) 21

19. Les points ayant pour coordonnées $(0, 0)$, $(1, 4)$ et $(4, 1)$ sont trois sommets d'un parallélogramme. Quelle est l'aire du parallélogramme ?

- (A) 15 (B) 19 (C) 16
(D) 17 (E) 12



20. Karine et Sarah courent à des vitesses constantes différentes. Elles ont participé à deux courses sur une piste de 100 m. Dans la première course, Sarah était 5 m derrière Karine lorsque Karine a terminé la course. Dans la deuxième course, Karine a pris le départ à 5 m derrière la ligne de départ et les deux filles ont couru à la même vitesse que dans la première course. Quel est le résultat de la deuxième course ?

- (A) Karine et Sarah ont traversé la ligne d'arrivée en même temps.
(B) Lorsque Karine a traversé la ligne d'arrivée, Sarah était 0,25 m derrière.
(C) Lorsque Karine a traversé la ligne d'arrivée, Sarah était 0,26 m derrière.
(D) Lorsque Sarah a traversé la ligne d'arrivée, Karine était 0,25 m derrière.
(E) Lorsque Sarah a traversé la ligne d'arrivée, Karine était 0,26 m derrière.

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Si $x^2 = 8x + y$ et $y^2 = x + 8y$, $x \neq y$, quelle est la valeur de $x^2 + y^2$?

- (A) 9 (B) 49 (C) 63 (D) 21 (E) 56

22. Dans le pays de Sanscôtes, n'importe quelles deux villes sont reliées par un chemin droit et plat. Le tableau ci-contre indique les distances entre certaines villes. La distance le long du chemin droit qui relie la ville P et la ville R est plus près de :

	P	Q	R	S
P	0	25		24
Q	25	0	25	7
R		25	0	18
S	24	7	18	0

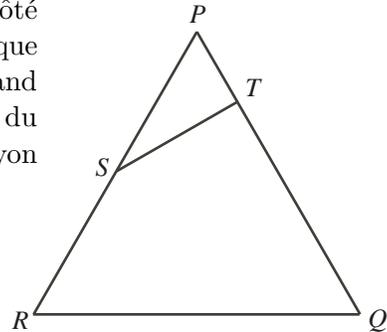
- (A) 30 (B) 25 (C) 27
(D) 24,5 (E) 24

23. Dans un bol, il y avait 320 grammes de sucre blanc pur. On a formé le mélange Y en enlevant x grammes de sucre blanc du bol, en ajoutant x grammes de cassonade dans le bol et en mélangeant pour que le mélange soit uniforme. Dans le mélange Y, le rapport irréductible de la masse de sucre blanc à la masse de cassonade est de $b : c$. On forme le mélange Z en enlevant x grammes de mélange Y du bol, en ajoutant x grammes de cassonade dans le bol et en mélangeant pour que le mélange soit uniforme. Dans le mélange Z, le rapport irréductible de la masse de sucre blanc à la masse de cassonade est de $49 : 15$. Quelle est la valeur de $x + b + c$?

(A) 48 (B) 49 (C) 139 (D) 76 (E) 104

24. Dans le triangle équilatéral PQR , S est le milieu du côté PR et T est un point sur le côté PQ de manière que $PT = 1$ et $TQ = 3$. Il est possible de tracer un grand nombre de cercles qui sont complètement à l'intérieur du quadrilatère $QRST$. Le plus grand tel cercle a un rayon qui est plus près de :

(A) 1,00 (B) 1,10 (C) 1,15
(D) 1,05 (E) 1,37



25. Il existe un grand nombre d'entiers strictement positifs N qui satisfont aux propriétés suivantes :

- parmi les chiffres de N , on retrouve au moins un 3, un 4, un 5 et un 6,
- parmi les chiffres de N , on ne retrouve aucun autre chiffre que 3, 4, 5 et 6 et
- les chiffres de N ont une somme de 900 et ceux de $2N$ ont une somme de 900.

Si on multiplie la plus grande valeur possible de N et la plus petite valeur possible de N , combien le produit a-t-il de chiffres ?

(A) 408 (B) 400 (C) 432 (D) 416 (E) 424



Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2012!

En 2011, plus de 81 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web pour :

- plus d'information à propos du concours Hypatie;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours.

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.

www.cemc.uwaterloo.ca