



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Cayley

(10^e année – Sec. IV)

le jeudi 24 février 2011

UNIVERSITY OF
WATERLOO

WATERLOO
MATHEMATICS

Great-West
CORPORATE & INDIVIDUAL LIFE



Canada-Vie

LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRE^{MC}

Canadian
Institute of
Actuaries



Institut
canadien
des actuaires

Deloitte.

Maplesoft
Mathematics • Modeling • Simulation

Durée : 60 minutes ©2010 Centre d'éducation en mathématiques et en informatique

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de $(5 + 2) + (8 + 6) + (4 + 7) + (3 + 2)$?

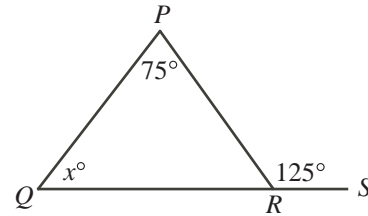
- (A) 35 (B) 37 (C) 40 (D) 45 (E) 47

2. Si $(-1)(2)(x)(4) = 24$, quelle est la valeur de x ?

- (A) 4 (B) -3 (C) -1 (D) 2 (E) -4

3. Dans la figure ci-contre, R est situé sur le segment de droite QS . Quelle est la valeur de x ?

- (A) 50 (B) 55 (C) 75
(D) 100 (E) 105



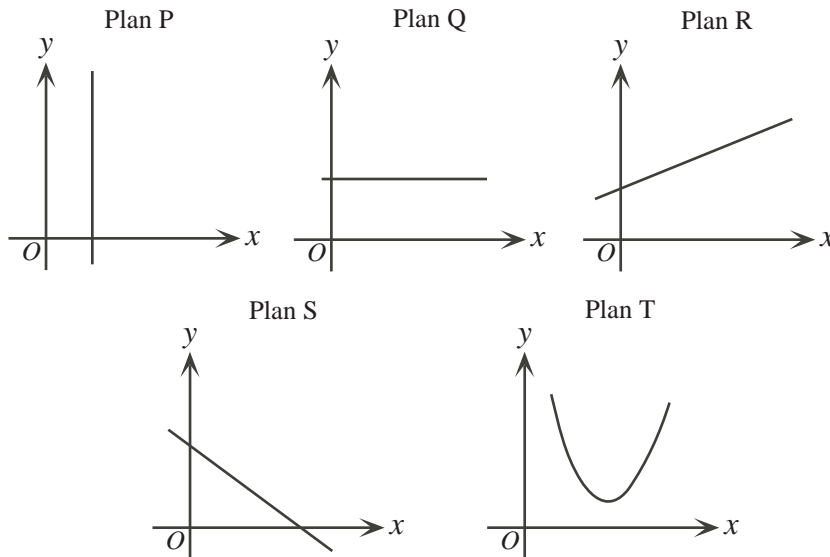
4. Lorsqu'on triple un certain nombre et qu'on diminue le résultat de 5, on obtient 16. Quel est le nombre initial ?

- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

5. L'expression $\sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}$ est égale à :

- (A) 7 (B) 8 (C) 6 (D) 4 (E) 5

6. Quel plan contient une ligne qui a une pente de 0 ?



- (A) Plan P (B) Plan Q (C) Plan R (D) Plan S (E) Plan T

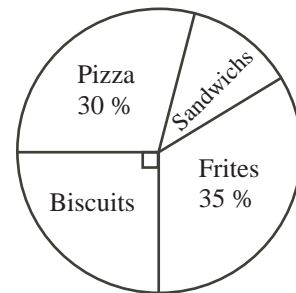
7. Les faces d'un dé juste sont numérotées de 1 à 6. On jette le dé et le nombre x paraît sur la face supérieure. Lequel des événements suivants est le plus probable ?
- (A) x est supérieur à 2 (B) x est égal à 4 ou 5 (C) x est pair
(D) x est inférieur à 3 (E) x est égal à 3
8. Si le nombre $2,4 \times 10^8$ est doublé, le résultat est égal à :
- (A) $2,4 \times 20^8$ (B) $4,8 \times 20^8$ (C) $4,8 \times 10^8$ (D) $2,4 \times 10^{16}$ (E) $4,8 \times 10^{16}$
9. On propose une nouvelle pièce de monnaie de 5 \$. Les deux faces sont identiques et chaque face aura une aire de 5 cm^2 . La pièce aura une épaisseur de 0,5 cm. Combien de pièces y a-t-il dans une pile qui a un volume de 50 cm^3 ?
- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 40
10. L'équipe des Athenas a une saison de 44 parties. Chaque partie se termine par une victoire ou une défaite ; il n'y a aucune partie nulle. À date, l'équipe a 20 victoires et 15 défaites. Pour participer aux parties éliminatoires, l'équipe doit gagner au moins 60 % de toutes ses parties. Pour participer aux parties éliminatoires, quel est le nombre minimum de parties que l'équipe doit gagner parmi les parties qui restent ?
- (A) 8 (B) 9 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Partie B (6 points par bonne réponse)

11. L'opération " ∇ " est définie comme suit : $(a, b)\nabla(c, d) = ac + bd$.
Par exemple, $(1, 2)\nabla(3, 4) = (1)(3) + (2)(4) = 11$.
Quelle est la valeur de $(3, 1)\nabla(4, 2)$?

- (A) 10 (B) 11 (C) 13 (D) 14 (E) 24

12. Le conseil des élèves de l'école secondaire Cayley a mené un sondage pour connaître la nourriture préférée des élèves à la cafétéria. Le diagramme circulaire ci-contre représente les résultats du sondage. Parmi les 200 élèves qui ont participé au sondage, combien préfèrent les sandwiches ?



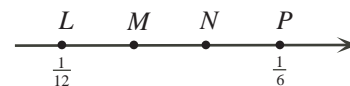
- (A) 10 (B) 20 (C) 35
(D) 50 (E) 70

13. Dans la soustraction ci-contre, K , L , M et N représentent des chiffres. Quelle est la valeur de $K + L + M + N$?

- (A) 20 (B) 19 (C) 16
(D) 13 (E) 9

$$\begin{array}{r} 5 \ K \ 3 \ L \\ - \ M \ 4 \ N \ 1 \\ \hline 4 \ 4 \ 5 \ 1 \end{array}$$

14. Sur la droite numérique ci-contre, les points M et N divisent le segment LP en trois parties égales. Quel nombre correspond au point M ?



- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{9}$
(D) $\frac{1}{10}$ (E) $\frac{1}{11}$

15. Les points $Q(1, -1)$, $R(-1, 0)$ et $S(0, 1)$ sont trois sommets d'un parallélogramme. Les coordonnées du quatrième sommet du parallélogramme pourraient être :

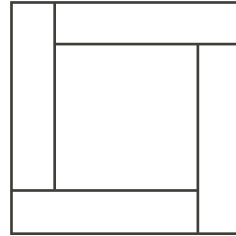
- (A) $(-2, 2)$ (B) $(0, -1)$ (C) $(0, 0)$ (D) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ (E) $(-1, 1)$

16. Un appareil distribue des boules de gomme, une à la fois, en les choisissant au hasard. Il contient 13 boules rouges, 5 boules bleues, 1 boule noire et 9 boules vertes. Quel est le nombre minimum de boules de gomme que Xavier doit acheter pour *s'assurer* qu'il aura reçu 3 boules de la même couleur ?

- (A) 6 (B) 9 (C) 4 (D) 7 (E) 8

17. Dans la figure ci-contre, quatre rectangles identiques et un carré ont été placés, sans chevauchement, pour former un grand carré. Chacun des rectangles a un périmètre de 40 cm. Quel est l'aire totale du grand carré ?

- (A) 160 cm^2 (B) 200 cm^2 (C) 400 cm^2
 (D) 800 cm^2 (E) 1600 cm^2

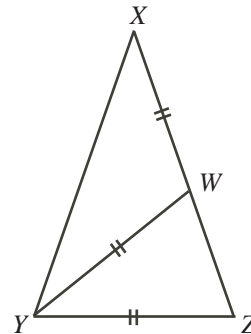


18. Lorsqu'on divise 100 par 12, il y a un reste de 4.
 Lorsqu'on divise 100 par un entier positif x , il y a un reste de 10.
 Lorsqu'on divise 1000 par x , il y a un reste de :

- (A) 10 (B) 100 (C) 0 (D) 1 (E) 90

19. Dans la figure ci-contre, le triangle XYZ est isocèle et $XY = XZ$. Le point W est situé sur XZ de manière que $XW = WY = YZ$. Quelle est la mesure de l'angle XYW ?

- (A) 18° (B) 30° (C) 45°
 (D) 36° (E) 60°



20. Combien y a-t-il d'entiers strictement positifs n ($n \leq 100$) pour lesquels $n^3 + 5n^2$ est le carré d'un entier ?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Soit x et y des nombres strictement positifs tels que :

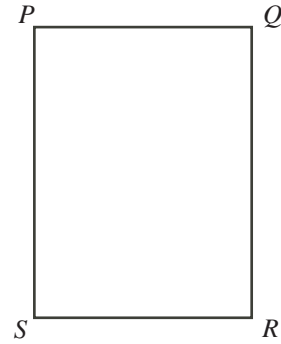
$$\begin{aligned} xy &= \frac{1}{9} \\ x(y+1) &= \frac{7}{9} \\ y(x+1) &= \frac{5}{18} \end{aligned}$$

Quelle est la valeur de $(x+1)(y+1)$?

- (A) $\frac{11}{6}$ (B) $\frac{8}{9}$ (C) $\frac{16}{9}$ (D) $\frac{10}{9}$ (E) $\frac{35}{18}$

22. Une feuille de papier de forme rectangulaire mesure 8 cm sur 6 cm. On replie la partie du haut sur la partie du bas, de manière que le pli forme une ligne droite et lorsque la partie du haut est à plat sur la partie du bas, le coin P est directement au-dessus du coin R . Quelle est la longueur du pli, en cm ?

- (A) 6,25 (B) 7 (C) 7,5
(D) 7,4 (E) 10



23. Un *tableau de Fano* est un tableau de trois colonnes tel que :

- chaque case du tableau est un entier de la liste $1, 2, 3, \dots, n$ et
- chaque rangée contient trois entiers différents et
- pour chaque paire d'entiers distincts de la liste $1, 2, 3, \dots, n$, il y a exactement une rangée du tableau qui contient ces deux entiers.

1	2	4
2	3	5
3	4	6
4	5	7
5	6	1
6	7	2
7	1	3

Le nombre de rangées du tableau dépend de la valeur de n . Par exemple, le tableau ci-contre est un tableau de Fano avec $n = 7$. (On remarque que le 2 et le 6 ne paraissent qu'une seule fois ensemble dans une rangée et il en est de même pour n'importe quelle paire d'entiers de la liste $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.) Pour combien de valeurs de n ($3 \leq n \leq 12$) peut-on former un tableau de Fano ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 5
(D) 6 (E) 7
24. Ariane, Diane et Éliane peuvent chacune marcher à une vitesse de 6 km/h. Un maximum de deux personnes peut prendre place sur leur motocyclette. La moto peut se déplacer à une vitesse de 90 km/h (et elle ne peut se déplacer d'elle-même!). Soit t le nombre d'heures que les trois amies prennent pour atteindre le point d'arrivée à 135 km du point de départ. Si on omet le temps requis pour partir, s'arrêter ou changer de direction, que peut-on dire au sujet de la plus petite valeur possible de t ?
- (A) $t < 3,9$ (B) $3,9 \leq t < 4,1$ (C) $4,1 \leq t < 4,3$
(D) $4,3 \leq t < 4,5$ (E) $t \geq 4,5$
25. Deux nombres a et b ($0 \leq a \leq 1$ et $0 \leq b \leq 1$) sont choisis au hasard. Le nombre c est défini par $c = 2a + 2b$. Les nombres a , b et c sont arrondis à l'entier respectif le plus près, soit A , B et C . (Par exemple, si $a = 0,432$ et $b = 0,5$, alors $c = 1,864$, d'où $A = 0$, $B = 1$ et $C = 2$.) Quelle est la probabilité pour que $2A + 2B = C$?
- (A) $\frac{15}{32}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{7}{16}$ (E) $\frac{3}{4}$



Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2011!

En 2010, plus de 81 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu le 13 avril 2011.

Visitez notre site Web pour :

- plus d'information à propos du concours Galois;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours.

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 13 avril 2011;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.

www.cemc.uwaterloo.ca