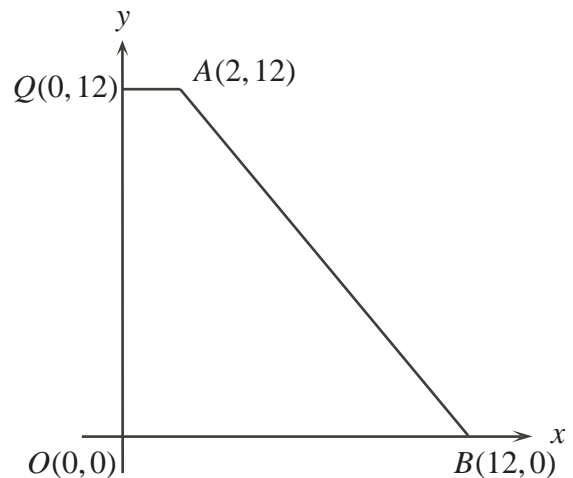


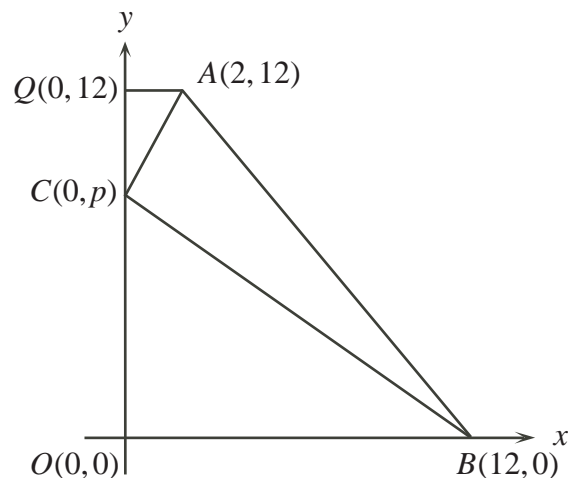
Concours Galois 2010 (10^e année – Sec. IV)
le vendredi 9 avril 2010

1. Émilie utilisait une vieille pomme de douche qui laissait passer 18 L d'eau à la minute. Elle pose une nouvelle pomme de douche qui laisse passer 13 L d'eau à la minute.
 - (a) Lorsqu'elle prend son bain, Émilie a besoin de 260 L d'eau. Avec sa nouvelle pomme de douche, combien de minutes prend-elle pour utiliser 260 L d'eau ?
 - (b) Si Émilie prend une douche de 10 minutes, quelle quantité d'eau *en moins* utilise-t-elle avec sa nouvelle pomme de douche au lieu de la vieille ?
 - (c) L'eau qu'Émilie utilise lui coûte 8 cents par 100 L. Lorsqu'elle utilise sa nouvelle pomme de douche, elle utilise moins d'eau et elle épargne de l'argent. Si Émilie prend une douche de 15 minutes, combien d'argent *épargne-t-elle* en eau en utilisant sa nouvelle pomme de douche au lieu de la vieille ?
 - (d) Combien de minutes Émilie doit-elle passer sous la douche pour épargner 30 \$ en utilisant sa nouvelle pomme de douche au lieu de la vieille ?

2. (a) On considère le quadrilatère $QABO$ ci-contre. Déterminer son aire.



- (b) Dans la figure ci-contre, le point $C(0, p)$ est situé sur l'axe des ordonnées entre les points $Q(0, 12)$ et $O(0, 0)$. Déterminer une expression en fonction de p pour l'aire du triangle COB .
- (c) Déterminer une expression en fonction de p pour l'aire du triangle QCA .
- (d) Déterminer la valeur de p pour laquelle le triangle ABC a une aire de 27.



3. (a) Résoudre le système d'équations suivant de façon algébrique :

$$\begin{aligned} x + y &= 42 \\ x - y &= 10 \end{aligned}$$

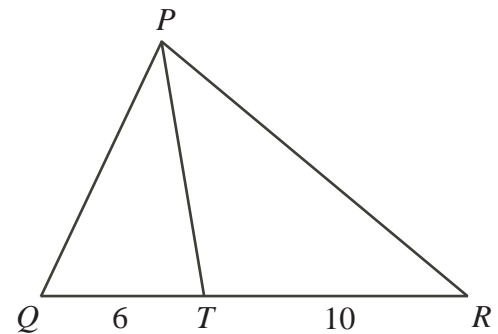
- (b) Soit p un entier pair et q un entier impair. Expliquer pourquoi le système d'équations

$$\begin{aligned} x + y &= p \\ x - y &= q \end{aligned}$$

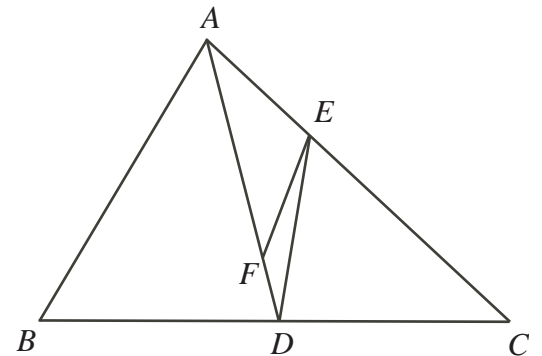
n'admet aucune solution (x, y) pour laquelle x et y sont des entiers strictement positifs.

- (c) Déterminer tous les couples (x, y) d'entiers strictement positifs qui vérifient l'équation $x^2 - y^2 = 420$.

4. (a) On considère le triangle PQR ci-contre. Le point T est situé sur le côté QR de manière que $QT = 6$ et $TR = 10$. Expliquer pourquoi le rapport de l'aire du triangle PQT à l'aire du triangle PTR est de 3 : 5.



- (b) Dans le triangle ABC ci-contre, le point D est le milieu du côté BC . Le point E est situé sur le côté AC de manière que $AE : EC = 1 : 2$. Le point F est situé sur le segment AD de manière que $AF : FD = 3 : 1$. Déterminer l'aire du triangle ABC , sachant que l'aire du triangle DEF est égale à 17.



- (c) Dans la figure ci-contre, les points X, Y et Z sont situés sur les côtés respectifs UV, VW et WU du triangle UVW . Les segments UY, VZ et WX se coupent en P . De plus, $VY : YW = 4 : 3$. Déterminer l'aire du triangle UXP , sachant que le triangle PYW a une aire de 30 et que le triangle PZW a une aire de 35.

