



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Cayley (10^e - Sec. IV)

Le mercredi 23 février 2005

Avec la
contribution de:



**Samson Bélair
Deloitte
& Touche**
Comptables agréés

Avec la
participation de:



Institut canadien
des actuaires

THE
Great-West Life
ASSURANCE COMPANY



London Life, compagnie
d'assurance-vie et La
Great-West, compagnie
d'assurance vie

SYBASE
Sybase
iAnywhere
A SYBASE COMPANY
iAnywhere Solutions

Durée: 60 minutes

©2004 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

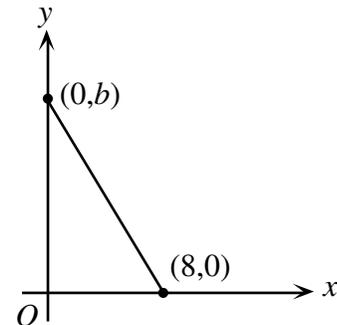
1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Il n'y a *pas de pénalité* pour une réponse fautive.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

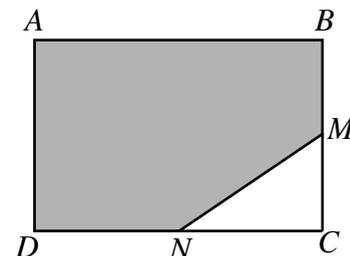
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

- L'expression $a + 1 + a - 2 + a + 3 + a - 4$ est équivalente à :
(A) $10a$ (B) 0 (C) $4a - 2$ (D) $4a + 2$ (E) $-2a$
- Quelle est la valeur de $(\frac{4}{5})(\frac{5}{6})(\frac{6}{7})(\frac{7}{8})(\frac{8}{9})$?
(A) $\frac{4}{9}$ (B) 1 (C) $\frac{6}{7}$ (D) 36 (E) $\frac{36}{25}$
- Lorsqu'on divise 45 par 7, il y a un reste de 3. Quel est le reste lorsqu'on divise 70 par 17 ?
(A) 1 (B) 12 (C) 15 (D) 2 (E) 11
- Si $\frac{3}{x+10} = \frac{1}{2x}$, quelle est la valeur de x ?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) 10 (C) -4 (D) 2 (E) -8
- Une enseignante écrit au tableau cinq valeurs possibles de l'expression $(5^2 - 4^2)^3$ et elle demande à la classe de déterminer laquelle est correcte. La valeur correcte est :
(A) 1 (B) 8 (C) 11 529 (D) 216 (E) 729
- La semaine dernière, lors d'une levée de fonds pour une œuvre de charité, 8 volontaires ont travaillé 40 heures chacun. Chacun a recueilli en moyenne 18 \$ l'heure. Cette semaine, 12 volontaires ont travaillé 32 heures chacune, tout en recueillant la même somme au total. En moyenne, combien chacune a-t-elle recueilli par heure cette semaine ?
(A) 9 \$ (B) 12 \$ (C) 15 \$ (D) 21 \$ (E) 24 \$
- La droite ci-contre a une pente de $-\frac{3}{2}$.
Quelle est la valeur de b ?
(A) 10 (B) 12 (C) 6
(D) 16 (E) 20

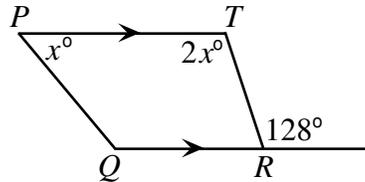


- Le samedi, José fait de la course. Il court les 12 premiers kilomètres à une vitesse de 12 km/h et les 12 km suivants à une vitesse de 6 km/h. Julie fait le même parcours à une vitesse constante, tout en mettant le même temps que José. Quelle est sa vitesse en km/h ?
(A) 8 (B) 9 (C) 6 (D) 12 (E) 24
- $ABCD$ est un rectangle. M est le milieu du côté BC , tandis que N est le milieu du côté CD . Si $CM = 4$ et $NC = 5$, quel pourcentage du rectangle est ombré ?
(A) 70 (B) 78 (C) 80
(D) 87,5 (E) 75



10. Dans la figure, PT est parallèle à QR . Quelle est la mesure de l'angle PQR ?

(A) 116° (B) 168° (C) 138°
 (D) 144° (E) 122°



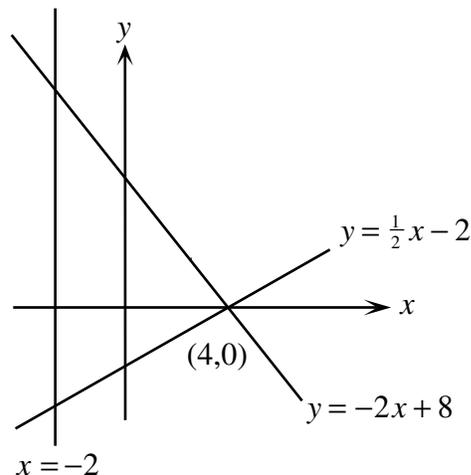
Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Lors d'une partie de football, Mathieu a botté le ballon trois fois. Son botté le plus long est de 43 m et la moyenne des trois bottés est de 37 m. Sachant que les deux autres bottés sont de la même longueur, quelle est leur longueur ?

(A) 31 m (B) 37 m (C) 35 m (D) 34 m (E) 36 m

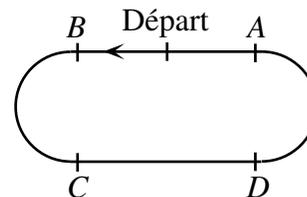
12. Dans la figure ci-contre, les droites d'équations $y = -2x + 8$ et $y = \frac{1}{2}x - 2$ se coupent au point $(4, 0)$. Quelle est l'aire du triangle formé par ces deux droites et par la droite d'équation $x = -2$?

(A) 15 (B) 27 (C) 30
 (D) 36 (E) 45



13. La figure ci-contre représente une piste de course de 400 m. Les points A, B, C et D divisent la piste en quatre sections de même longueur. Le point de départ est à mi-chemin entre A et B . André se met à marcher à une vitesse de 1,4 m/s, dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, en partant du point de départ. Après exactement 30 minutes quel point est le plus près de lui ?

(A) A (B) B (C) C
 (D) D (E) Départ

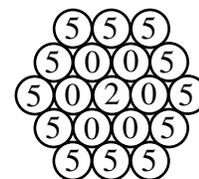


14. Si x est un entier *strictement positif* inférieur à 100, combien y a-t-il de valeurs de x pour lesquelles $\sqrt{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + x}$ est en entier ?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

15. En partant du 2 au centre, on peut former le nombre 2005 en se déplaçant d'un cercle à un autre lorsque les deux cercles se touchent. Combien de chemins différents peut-on emprunter pour former le nombre 2005 ?

(A) 36 (B) 24 (C) 12
 (D) 18 (E) 6



16. La *différence non négative* de deux nombres a et b est égale à $a - b$ ou à $b - a$, soit l'expression qui a une valeur supérieure ou égale à 0. Par exemple, la différence non négative de 24 et de 64 est égale à 40. Dans la suite 88, 24, 64, 40, 24, \dots , chaque nombre à partir du troisième est égal à la différence non négative des deux nombres précédents. La somme des 100 premiers nombres de cette suite est égale à :

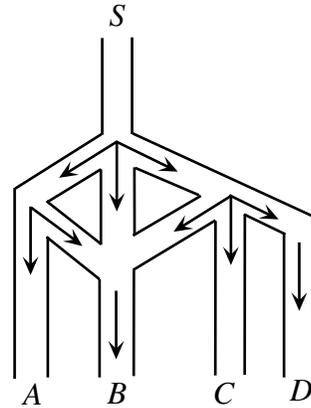
- (A) 496 (B) 760 (C) 752 (D) 776 (E) 405

17. Le nombre 10^{100} est appelé un googol. Le nombre 1000^{100} est égal à :

- (A) 100 googols (B) 3 googols (C) googol^{googol}
 (D) googol² (E) googol³

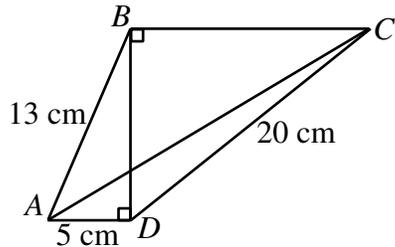
18. Henri le hamster est placé dans un labyrinthe au point S . Il peut seulement se diriger dans le sens des flèches. À n'importe quelle bifurcation, la probabilité pour qu'il emprunte n'importe quel des chemins devant lui est la même. Quelle est la probabilité pour qu'Henri aboutisse au point B ?

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{13}{18}$ (C) $\frac{11}{18}$
 (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{4}$



19. Dans la figure ci-contre, on a $AB = 13$ cm, $DC = 20$ cm et $AD = 5$ cm. La longueur du segment AC , au dixième de centimètre près, est égale à :

- (A) 24,2 (B) 20,6 (C) 25,2
 (D) 23,4 (E) 24,9



20. Dans le stationnement du CCM, il y a 81 voitures, toutes des Acuras, des Beetles ou des Camrys. Le nombre d'Acuras est la moitié du nombre de Beetles. Le nombre de Camrys est 80% du nombre total d'Acuras et de Beetles. Combien y a-t-il de Beetles ?

- (A) 36 (B) 30 (C) 45 (D) 51 (E) 66

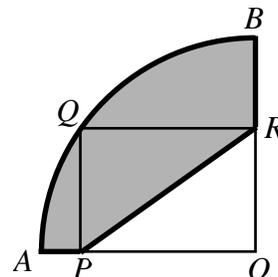
Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Dans le pays de Yacley, l'unité monétaire est le Yac. Dans ce pays, il n'y a que deux billets de banque, soit le billet de 5 Yacs et le billet de 17 Yacs. Combien y a-t-il de combinaisons différentes de billets qui ont une valeur de 453 Yacs ?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

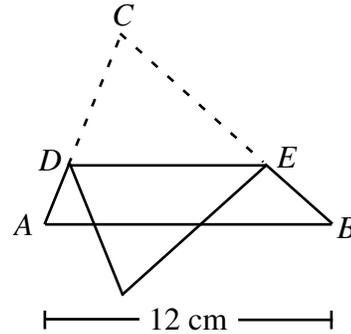
22. Dans la figure AOB est un quart de disque de rayon 10 et $PQRO$ est un rectangle qui a un périmètre de 26. Quel est le périmètre de la région ombrée ?

- (A) $7 + 5\pi$ (B) $13 + 5\pi$ (C) $17 + 5\pi$
 (D) $7 + 25\pi$ (E) $17 + 25\pi$



23. À 12 h, Anna et Bruno quittent la maison, tout en marchant dans la même direction. Anna marche à une vitesse de 4 km/h, tandis que Bruno marche à une vitesse de 3 km/h. À 12 h 15, leur chien Milou quitte la maison à une vitesse de 6 km/h pour les rattraper. Milou court jusqu'à Anna puis, sans perdre un instant, revient jusqu'à Bruno. À quelle heure Milou rencontre-t-il Bruno en revenant ?
- (A) 1 h (B) 1 h 15 (C) 12 h 45 (D) 1 h 05 (E) 12 h 50

24. Un triangle en papier, ABC , a une base AB de 12 cm. Le haut du triangle est plié vers le bas, de manière que le pli DE soit parallèle à AB . Le petit triangle qui dépasse la base AB a une aire égale à 16 % de celle du triangle ABC . Quelle est la longueur du segment DE , en centimètres ?
- (A) 9,6 (B) 8,4 (C) 7,2
(D) 4,8 (E) 6,96



25. Les entiers positifs a , b et c vérifient l'équation $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c^2}$.

Quelle est la somme de toutes les valeurs possibles de a , $a \leq 100$?

- (A) 315 (B) 615 (C) 680 (D) 555 (E) 620



Concours canadien de mathématiques



Pour les étudiants...

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2005!

En 2004, plus de 83 000 étudiants autour du monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu le 20 avril 2005.

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour trouver

- plus d'information à propos du concours Galois**
- des copies gratuites des concours précédents**
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs**
- de l'information au sujet de nos publications pour l'enrichissement mathématiques et pour la préparation aux concours**
- de l'information concernant les carrières en mathématiques**

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour

- inscrire vos étudiants aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 20 avril 2005**
- apprendre à propos des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants**
- trouver les résultats de votre école**

