



***Le Centre d'éducation
en mathématiques
et en informatique***

***Concours
canadien
d'informatique
2013***

***Niveau
supérieur***

Commanditaires :

**WATERLOO
MATHEMATICS**



50 ans d'enrichissement en
mathématiques et en informatique

Concours canadien d'informatique — Niveau supérieur

Directives à l'intention des participantes et des participants

1. Vous pouvez participer à un concours seulement. Pour participer au concours de niveau intermédiaire, il faut choisir l'autre trousse de problèmes.
2. Sur le formulaire **Information à l'intention des élèves**, indiquez que vous participez au concours de niveau **supérieur**.
3. Vous avez trois (3) heures pour accomplir le travail.
4. Vous pouvez prendre pour acquis que :
 - toutes les entrées se trouvent dans des fichiers nommés `sX.in`, X étant le numéro du problème ($1 \leq X \leq 5$). Le fichier d'entrées du Problème S1 est donc `s1.in`.
 - toutes les sorties se font par l'écran.Il n'y aura aucune sollicitation. Les sorties doivent être IDENTIQUES à celles des exemples de sorties, par rapport à l'ordre, aux espaces, etc.
5. Vous devez faire votre propre travail. Les tricheurs seront punis sévèrement.
6. Il est interdit de faire appel à des caractéristiques auxquelles le juge, votre enseignant, n'a pas accès pendant l'évaluation de votre programme.
7. Vous pouvez consulter des livres et du matériel écrit. Tout matériel susceptible d'être lu électroniquement (par exemple un programme que vous avez écrit) est *interdit*. Cependant, vous pouvez faire appel aux bibliothèques reconnues pour vos langages de programmation ; par exemple, STL pour C++, `java.util.*`, `java.io.*` et d'autres pour Java, et ainsi de suite.
8. Vous devez vous limiter aux applications de programmation ordinaires (éditeurs, compilateurs, débogueurs). Toutes les autres applications sont **interdites**. Leur utilisation entraînera une disqualification.
9. Utilisez des noms de fichier qui sont propres à chaque problème : par exemple, `s1.pas` ou `s1.c` ou `s1.java` (ou tout autre suffixe de fichier approprié) pour le problème S1. Ceci facilitera la tâche de l'évaluateur.
10. Votre programme sera exécuté avec des fichiers d'essais différents de ceux qui figurent comme exemples. Assurez-vous de vérifier votre programme au moyen d'autres fichiers d'essais. Pour certains problèmes, particulièrement les problèmes 4 et 5, des solutions peu performantes peuvent faire perdre des points. Assurez-vous d'avoir un code aussi performant que possible par rapport au temps.

11. On accordera une minute d'exécution par scénario d'essai sur un ordinateur du genre Pentium-4 qui fonctionne à une vitesse de 2 GHz. Si cette limite de temps est dépassée, aucun point ne sera accordé pour ce scénario d'essai.
12. Les deux premiers participants de chaque région du pays recevront une plaque et une somme de 100 \$. Leur école recevra aussi une plaque. Les régions sont :
 - L'ouest (de la C.-B. au Manitoba)
 - Le nord et l'est de l'Ontario
 - Toronto métropolitain
 - Le centre et l'ouest de l'Ontario
 - Le Québec et les provinces de l'Atlantique
13. Si vous vous placez parmi les 20 premiers participants et participantes dans le concours du niveau supérieur, vous serez invité à participer à l'Étape 2 du CCI, qui aura lieu à l'Université de Waterloo au mois de mai 2013. Si vous vous placez parmi les premiers lors de l'Étape 2, vous serez invité à participer à l'équipe qui représentera le Canada à IOI 2013, en Australie. Notez que vous devez connaître C, C++ ou Pascal si vous êtes invité à l'Étape 2. Mais d'abord, vous devez réussir le concours d'aujourd'hui !
14. Consultez le site web du CCI à la fin du mois de mars pour connaître votre classement dans ce concours et pour connaître le nom des gagnants. Voici l'adresse :

www.cemc.uwaterloo.ca/ccc

Problème S1 : De 1987 à 2013

Description du problème

Il est peut-être surprenant de savoir que 2013 est la première année, depuis 1987, dont les chiffres sont distincts. Les années 2014, 2015, 2016, 2017, 2018 et 2019 ont toutes des chiffres distincts. Les chiffres de l'année 2012 ne sont pas distincts, puisque le chiffre 2 est répété.

Étant donné une année, quelle est la prochaine année dont les chiffres sont distincts ?

Précisions par rapport aux entrées

L'entrée sera un entier A ($0 \leq A \leq 10000$), qui représente l'année donnée.

Précisions par rapport aux sorties

La sortie sera un entier D qui représente la prochaine année, après A , dont les chiffres sont distincts.

Exemple d'entrée 1

1987

Sortie pour l'exemple d'entrée 1

2013

Exemple d'entrée 2

999

Sortie pour l'exemple d'entrée 2

1023

Problème S2 : Traversée d'un pont

Description du problème

Un train, composé d'un certain nombre de wagons, tente de traverser un pont. On considère la locomotive comme un wagon. Les wagons ont tous une longueur de 10 m, mais leur poids peut varier. Le pont a une longueur de 40 m (et il peut donc soutenir 4 wagons à la fois). Le pont peut craquer si le poids total des wagons qu'il soutient est plus grand qu'un certain poids. Les wagons sont numérotés à partir de 1 jusqu'à N et ils traversent le pont dans cet ordre (c.-à-d. le wagon 1, suivi du wagon 2, suivi du wagon 3, et ainsi de suite).

Quel est le plus grand nombre T pour que le train $1\dots T$ (dans l'ordre) puisse traverser le pont ?

Précisions par rapport aux entrées

La première ligne d'entrée sera le poids maximum P ($1 \leq P \leq 100000$) que le pont peut soutenir à n'importe quel moment donné. La deuxième ligne d'entrée sera le nombre N ($1 \leq N \leq 100000$) de wagons que l'on aimerait faire traverser le pont. Chacune des N lignes d'entrée suivantes contiendra un nombre p_i ($1 \leq i \leq N$, $1 \leq p_i \leq 100000$) qui représente le poids du $i^{\text{ième}}$ wagon du train.

Précisions par rapport aux sorties

La sortie sera un entier non négatif qui représente le nombre maximum de wagons du train qui peuvent traverser le pont, dans l'ordre.

Exemple d'entrée 1

```
100
6
50
30
10
10
40
50
```

Sortie pour l'exemple d'entrée 1

```
5
```

Précisions par rapport à la sortie de l'exemple d'entrée 1

Les quatre premiers wagons ont un poids total de $50 + 30 + 10 + 10$, ou 100, ce qui ne dépasse pas le poids total que le pont peut soutenir. Lorsque le premier wagon quitte le pont et que le cinquième wagon arrive sur le pont, les quatre wagons sur le pont ont un poids total de $30 + 10 + 10 + 40$, ou 90, ce qui ne dépasse pas le poids total que le pont peut soutenir. On ne peut pas procéder plus

loin, car si le deuxième wagon quittait le pont et si le sixième wagon arrivait sur le pont, les quatre wagons sur le pont auraient un poids total de $10 + 10 + 40 + 50$, ou 110, ce qui dépasserait le poids total que le pont peut soutenir. Donc, on pourrait seulement faire traverser les 5 premiers wagons du train.

Exemple d'entrée 2

100
3
150
1
1

Sortie pour l'exemple d'entrée 2

0

Précisions par rapport à la sortie de l'exemple d'entrée 2

Lorsque le premier wagon arrive au pont, son poids de 150 dépasse le poids total que le pont peut soutenir. Donc, aucun des wagons du train ne peut traverser le pont.

Problème S3 : Les chances de gagner

Description du problème

On veut déterminer les chances pour que notre équipe préférée remporte le championnat dans un petit tournoi.

Exactement quatre équipes participent au tournoi. À la fin du tournoi, les équipes auront disputé un total de six joutes, chaque équipe ayant rencontré chaque autre équipe exactement une fois. À chaque rencontre, ou bien une équipe gagne (et l'autre perd), ou bien il y a match nul. S'il n'y a pas match nul, l'équipe gagnante remporte trois points et l'équipe perdante ne remporte aucun point. Dans le cas d'un match nul, chaque équipe remporte un point.

Votre équipe préférée remporte le championnat si son total de points est strictement supérieur au total de points de chaque autre équipe (c.-à-d. qu'une égalité au premier rang n'est pas suffisante pour votre équipe préférée).

Le tournoi est en marche et vous connaissez la marque de chaque joute déjà disputée. Vous voulez tenir compte de toutes les façons possibles d'accorder les points dans les joutes qu'il reste à disputer et déterminer combien de ces façons accorderaient le championnat à votre équipe préférée.

Précisions par rapport aux entrées

La première ligne d'entrée contiendra un entier T qui représente le numéro de votre équipe préférée ($1 \leq T \leq 4$).

La deuxième ligne d'entrée contiendra un entier P qui représente le nombre de joutes disputées à date ($0 \leq P \leq 5$).

Les P lignes suivantes contiendront les résultats des joutes déjà disputées. Chacune de ces lignes contiendra quatre entiers, A, B, M_A, M_B , séparés d'une espace, $1 \leq A < B \leq 4$ et $M_A, M_B \geq 0$. Ceci indique une joute entre l'équipe A (qui a obtenu une marque de M_A) et l'équipe B (qui a obtenu une marque de M_B). L'équipe A a gagné si $M_A > M_B$, l'équipe B a gagné si $M_A < M_B$ et il y a eu match nul si $M_A = M_B$. Les couples A et B , sur ces P lignes, sont distincts, car deux équipes ne se rencontrent qu'une fois.

Précisions par rapport aux sorties

La sortie sera un entier qui représente le nombre de fois que l'équipe T remporte le championnat lorsqu'on considère le nombre total de façons possibles d'accorder les points dans les joutes qu'il reste à disputer.

Exemple d'entrée 1

```
3
3
1 3 7 5
3 4 0 8
2 4 2 2
```

Sortie pour l'exemple d'entrée 1

0

Précisions par rapport à la sortie de l'exemple d'entrée 1

L'équipe 3 a perdu lors de ses deux premières joutes, tandis que l'équipe 4 a gagné lors de sa première joute et a fait match nul dans l'autre. Même si l'équipe 3 gagnait lors de la joute suivante, il lui est impossible d'obtenir un total supérieur au total de l'équipe 4. Donc, il est impossible pour l'équipe 3 de remporter le championnat.

Exemple d'entrée 2

3

4

1 3 5 7

3 4 8 0

2 4 2 2

1 2 5 5

Sortie pour l'exemple d'entrée 2

9

Précisions par rapport à la sortie de l'exemple d'entrée 2

À la suite de ces joutes, on sait ce qui suit :

Équipe	Points
1	1
2	2
3	6
4	1

Il reste deux joutes à disputer (équipe 3 contre équipe 2 ; équipe 1 contre équipe 4). Les équipes 1, 2 et 4 ne peuvent pas atteindre un total de 6 points, puisque même en remportant les dernières joutes, elles obtiendraient un total respectif de 4, 5 et 4 points. Or, il y a 9 façons possibles de terminer les deux joutes, soit 3 résultats possibles par rencontre. L'équipe 3 remportera le championnat dans chacun des 9 cas.

Problème S4 : Qui est le plus grand ?

Description du problème

Il vous reste quelques minutes avant le début des classes et vous décidez de comparer la taille de vos camarades de classe. Vous n'avez pas d'instrument qui permette de mesurer de façon précise. Vous comparez donc la taille des élèves deux à deux : vous placez deux camarades dos-à-dos et vous déterminez par observation laquelle ou lequel est le plus grand des deux. Heureusement, chaque camarade a une taille distincte et vous ne faites aucune erreur dans vos jugements.

Lorsque vous avez terminé toutes les comparaisons possibles, vous êtes en mesure de déterminer le plus grand de la classe.

Précisions par rapport aux entrées

La première ligne d'entrée contiendra deux entiers, N et M , séparés d'une espace. N est un entier, $1 \leq N \leq 1000000$, qui représente le nombre d'élèves dans la classe. M est un entier, $1 \leq M \leq 10000000$, qui représente le nombre de comparaisons qui ont déjà été faites. Chacune des M lignes suivantes contiendra deux entiers distincts, x et y ($1 \leq x, y \leq N$), séparés d'une espace, qui indiquent qu'on a jugé que l'élève numéro x est plus grand que l'élève numéro y . La dernière ligne contiendra deux entiers distincts, p et q ($1 \leq p, q \leq N$), séparés d'une espace : vous devez déterminer, si possible, si l'élève numéro p est plus grand que l'élève numéro q . Remarquer qu'il se peut que ni p , ni q , ne paraisse dans la liste des comparaisons déjà faites. De plus, la comparaison entre n'importe quels deux élèves particuliers ne paraîtra pas plus d'une fois.

Précisions par rapport aux sorties

La sortie sera une ligne contenant une des trois chaînes suivantes :

- oui (si p est plus grand que q),
- non (si q est plus grand que p),
- inconnu (s'il n'y a pas suffisamment d'information pour comparer la taille de p et celle de q).

Exemple d'entrée 1

```
10 3
8 4
3 8
4 2
3 2
```

Sortie pour l'exemple d'entrée 1

```
oui
```

Exemple d'entrée 2

```
10 3
3 8
2 8
```

3 4
3 2

Sortie pour l'exemple d'entrée 2
inconnu

Problème S5 : Jeu de patience

Description du problème

Dans ce jeu de patience, on commence par le nombre 1 et on tente de le transformer en un nombre cible n donné en répétant l'opération suivante. À chaque étape, si c est le nombre courant (c.-à-d. la valeur actuelle du nombre), on le sépare en deux facteurs a et b de son choix de manière que $c = a * b$. On ajoute ensuite le nombre a au nombre courant c pour obtenir le nouveau nombre courant. Cette étape nous coûte b points. On continue de la sorte jusqu'à ce que le nombre courant soit égal à n . On tente de réussir tout en accumulant un nombre minimum de points.

Par exemple, voici une façon d'atteindre la cible 15 :

- On commence par 1.
- On transforme 1 à $1+1 = 2$ — le cout cumulé est de 1.
- On transforme 2 à $2+1 = 3$ — le cout cumulé est de $1+2$.
- On transforme 3 à $3+3 = 6$ — le cout cumulé est de $1+2+1$.
- On transforme 6 à $6+6 = 12$ — le cout cumulé est de $1+2+1+1$.
- On transforme 12 à $12+3 = 15$ — terminé ; le cout cumulé est de $1+2+1+1+4$, ou 9.

Il s'agit de fait du cout minimal possible pour atteindre la cible de 15. Vous voulez calculer le cout minimal possible pour atteindre les nombres cibles donnés.

Précisions par rapport aux entrées

L'entrée sera un entier N , $N \geq 1$. Dans au moins la moitié des scénarios, on aura $N \leq 50000$; dans au moins un autre quart des scénarios, on aura $N \leq 500000$ et dans les autres scénarios, on aura $N \leq 5000000$.

Précisions par rapport aux sorties

Calculer le cout minimal possible pour atteindre la cible N .

Exemple d'entrée 1

15

Sortie pour l'exemple d'entrée 1

9

Exemple d'entrée 2

2013

Sortie pour l'exemple d'entrée 2

91

Précisions par rapport à la sortie de l'exemple d'entrée 2

Par exemple, à partir de 1, on atteint les valeurs courantes 2, 4, 5, 10, 15, 30, 60, 61, 122, 244, 305, 610, 671, 1342, puis 2013.