



The CENTRE for EDUCATION
in MATHEMATICS and COMPUTING
cemc.uwaterloo.ca

Kompetisi Fermat

(Kelas 11)

Selasa, 25 Februari 2020

(di Amerika Utara dan Amerika Selatan)

Rabu, 26 Februari 2020

(di luar Amerika Utara dan Amerika Selatan)



Waktu: 60 menit

©2020 University of Waterloo

Diperbolehkan menggunakan kalkulator dengan syarat perangkat tidak memiliki (i) akses internet, (ii) kemampuan berkomunikasi dengan perangkat lain, (iii) menyimpan informasi seperti rumus, program, catatan dan sejenisnya, (iv) sistem aljabar komputer, (v) software geometri.

Petunjuk

1. Jangan membuka lembar soal sampai dipersilakan oleh pengawas.
2. Anda diperbolehkan menggunakan penggaris, jangka, dan kertas dalam proses perhitungan anda.
3. Pastikan anda memahami cara pengisian lembar jawaban. Jika anda tidak yakin, mintalah guru pengawas anda untuk menjelaskan. Pengisian lembar jawaban wajib menggunakan pensil, pensil 2B sangat disarankan. Arsir lingkaran sampai hitam dan penuh.
4. Tulis dengan huruf cetak nama sekolah dan kota anda pada kotak yang disediakan di sudut kanan atas lembar jawaban anda.
5. **Pastikan anda mengisi dan mengarsir nama, umur, kelas, dan jenis kompetisi yang sedang dikerjakan pada lembar jawaban. Hanya peserta yang telah mengisi keterangan tersebut yang akan dianggap memenuhi syarat.**
6. Tipe soal ini adalah pilihan ganda. Setiap soal memiliki lima pilihan jawaban yaitu **A, B, C, D,** dan **E**. Hanya ada satu pilihan jawaban yang benar. Setelah menentukan pilihan anda, arsir pada lingkaran yang sesuai di lembar jawaban.
7. Penilaian: Setiap jawaban benar bernilai 5 poin pada Bagian A, 6 poin pada Bagian B, dan 8 poin pada Bagian C.
Tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
Setiap pertanyaan yang tidak dijawab bernilai 2 poin, untuk maksimum sebanyak 10 pertanyaan yang tidak dijawab.
8. Diagram *tidak* digambar sesuai dengan skala. Diagram hanya ditujukan sebagai bantuan.
9. Setelah guru pengawas memberikan petunjuk untuk memulai, anda memiliki *enam puluh* menit untuk mengerjakan.
10. Anda tidak diperbolehkan mengikuti lebih dari salah satu kompetisi Pascal, Cayley, atau Fermat dalam jangka waktu satu tahun.

Dilarang mendiskusikan soal ataupun jawaban dari kompetisi ini di internet selama 48 jam ke depan.

Nama, kelas, sekolah, lokasi, dan rentang nilai dari beberapa peserta terbaik akan diumumkan pada situs kami, cemc.uwaterloo.ca. Selain itu, informasi tersebut mungkin akan kami bagikan kepada organisasi matematika lainnya untuk peluang penghargaan lainnya.

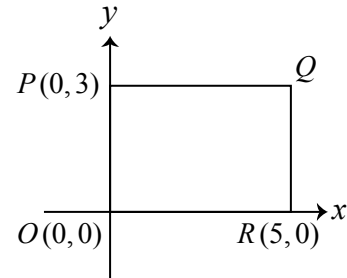
Penilaian: *Tidak ada pengurangan nilai* untuk jawaban yang salah.

Setiap pertanyaan yang tidak dijawab bernilai 2 poin, untuk maksimum sebanyak 10 pertanyaan yang tidak dijawab.

Bagian A: Setiap jawaban yang benar bernilai 5 poin.

1. Titik $O(0,0)$, $P(0,3)$, Q , dan $R(5,0)$ membentuk sebuah persegi panjang seperti gambar di samping. Koordinat titik Q adalah

(A) (5,5) (B) (5,3) (C) (3,3)
(D) (2.5,1.5) (E) (0,5)



2. Nilai dari $3 \times 2020 + 2 \times 2020 - 4 \times 2020$ adalah

(A) 6060 (B) 4040 (C) 8080 (D) 0 (E) 2020

3. Untuk setiap bilangan riil x , persamaan $(x+1)^2 - x^2$ sama dengan

(A) $2x+1$ (B) $2x-1$ (C) $(2x+1)^2$ (D) -1 (E) $x+1$

4. Ewan menuliskan sebuah barisan bilangan dengan suku pertama adalah 3. Suku berikutnya diperoleh dengan menambahkan 11 pada suku sebelumnya. Barisan yang dibentuk adalah 3, 14, 25, 36, ... Bilangan yang termasuk dalam barisan yang ditulis Ewan adalah

(A) 113 (B) 111 (C) 112 (D) 110 (E) 114

5. Nilai dari $\sqrt{\frac{\sqrt{81} + \sqrt{81}}{2}}$ adalah

(A) 3 (B) 18 (C) 27 (D) 81 (E) 162

6. Anna memikirkan sebuah bilangan bulat.

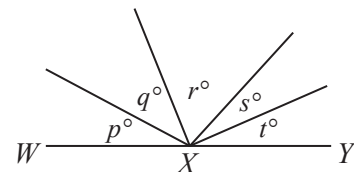
- Bilangan tersebut *bukan* merupakan kelipatan tiga.
- Bilangan tersebut *bukan* merupakan bentuk kuadrat sempurna.
- Jumlah semua digit pada bilangan tersebut merupakan bilangan prima.

Bilangan yang dipikirkan Anna adalah

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 21 (E) 26

7. Pada gambar di samping, WXY adalah sudut berpelurus. Berapakah rata-rata besar sudut p , q , r , s , dan t ?

(A) 30 (B) 36 (C) 60
(D) 72 (E) 45

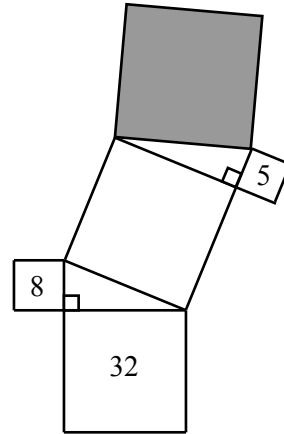


8. Jika $2^n = 8^{20}$ maka berapakah nilai n ?

(A) 10 (B) 60 (C) 40 (D) 16 (E) 17

9. Sebuah bangun datar terdiri dari 5 persegi dan 2 segitiga siku-siku. Tiga persegi masing-masing luasnya 5, 8, dan 32, seperti ditunjukkan pada gambar. Berapakah luas persegi yang diarsir?

- (A) 35 (B) 45 (C) 29
(D) 19 (E) 75



10. Bilangan bulat positif s dan t memiliki sifat $s(s - t) = 29$. Berapakah nilai $s + t$?
- (A) 1 (B) 28 (C) 57 (D) 30 (E) 29

Bagian B: Setiap jawaban yang benar bernilai 6 poin.

11. Sebuah kotak berukuran 5×5 terdiri dari 15 sel berisi X dan 10 sel kosong. Setiap X dapat dipindahkan ke sel kosong. Paling sedikit, ada berapa X yang harus dipindahkan sehingga setiap baris dan setiap kolom mempunyai tepat tiga X?

X	X	X	X	
X	X	X		X
X	X			
X	X		X	
		X	X	

- (A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) 5

12. Harriet berlari 1000 m di sebuah jalur dalam waktu 380 detik. Dia berlari menempuh 720 m pertama pada jalur tersebut dengan kecepatan 3 m/s. Selanjutnya dia berlari menyelesaikan sisa jalur tersebut dengan kecepatan konstan v m/s. Berapakah nilai v ?

- (A) 2 (B) 1.5 (C) 3 (D) 1 (E) 4.5

13. Pada susunan bilangan : $2, x, y, 5$, jumlah setiap bilangan yang berdekatan selalu konstan. Nilai dari $x - y$ adalah

- (A) 1 (B) -3 (C) 3 (D) -1 (E) 0

14. Di kebun milik Rad terdapat tepat 30 bunga mawar merah, tepat 19 bunga mawar kuning, dan tidak ada bunga mawar warna lain. Berapa banyak mawar kuning yang harus dibuang oleh Rad sehingga $\frac{2}{7}$ mawar yang ada di kebun berwarna kuning?

- (A) 5 (B) 6 (C) 4 (D) 8 (E) 7

15. Misal $N = 3x + 4y + 5z$, dengan x sama dengan 1 atau -1 , dan y sama dengan 1 atau -1 , dan z sama dengan 1 atau -1 . Ada berapa pernyataan di bawah ini yang benar?

- N dapat bernilai 0.
- N selalu bilangan ganjil.
- N tidak dapat bernilai 4.
- N selalu bilangan genap.

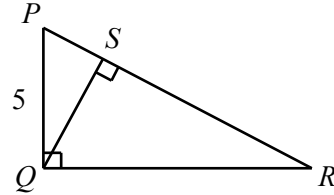
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

16. Misal x dan y adalah bilangan riil dengan $-4 \leq x \leq -2$ dan $2 \leq y \leq 4$. Nilai terbesar yang mungkin dari $\frac{x+y}{x}$ adalah

- (A) 1 (B) -1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) 0 (E) $\frac{1}{2}$

17. Pada gambar di samping, $\triangle PQR$ siku-siku di Q dan titik S terletak pada PR sehingga QS tegak lurus dengan PR . Jika luas $\triangle PQR$ adalah 30 dan $PQ = 5$, berapakah panjang QS ?

- (A) $\frac{60}{13}$ (B) 5 (C) $\frac{30}{13}$
 (D) 4 (E) 3



18. Empat tim bermain dalam sebuah perlombaan dimana setiap tim bermain satu pertandingan melawan masing-masing dari tiga tim lainnya. Pada akhir setiap pertandingan, dua tim seri atau satu tim menang dan satu tim kalah. Untuk satu tim yang menang mendapatkan poin 3, tim yang kalah mendapatkan poin 0, dan tim yang seri mendapatkan poin 1. Jika S adalah jumlah poin dari keempat tim setelah perlombaan selesai, manakah nilai S berikut yang *tidak* memenuhi?

- (A) 13 (B) 17 (C) 11 (D) 16 (E) 15

19. Jika $(3 + 2x + x^2)(1 + mx + m^2x^2)$ dibuat menjadi persamaan suku banyak paling sederhana maka koefisien dari x^2 sama dengan 1. Berapakah jumlah dari semua nilai yang mungkin dari m ?

- (A) $-\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) 0 (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{4}{3}$

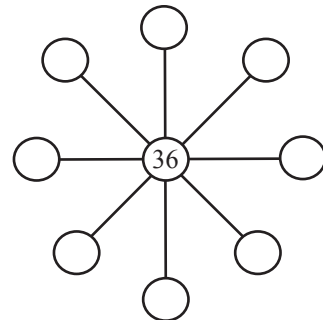
20. Sebuah kubus memiliki 6 sisi. Pada setiap sisi mempunyai beberapa titik. Banyaknya titik pada enam sisi tersebut adalah 2, 3, 4, 5, 6, dan 7. Harry membuang salah satu dari titik itu secara acak, dimana setiap titik memiliki peluang yang sama untuk dibuang. Ketika kubus diputar, setiap sisi memiliki peluang yang sama untuk menjadi sisi atas kubus. Berapa peluang bagian atas sisi kubus memiliki titik berjumlah ganjil?

- (A) $\frac{4}{7}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{13}{27}$ (D) $\frac{11}{21}$ (E) $\frac{3}{7}$

Bagian C: Setiap jawaban yang benar bernilai 8 poin.

21. Pada gambar di samping, lingkaran pusat memuat angka 36. Pada 8 lingkaran yang kosong akan diisi bilangan bulat positif, satu angka pada setiap lingkaran, sehingga hasil perkalian dari tiga bilangan bulat di lingkaran yang segaris sama dengan 2592. Jika sembilan bilangan bulat pada lingkaran semua nilainya harus berbeda, berapa jumlah terbesar yang mungkin dari sembilan bilangan tersebut?

- (A) 160 (B) 176 (C) 178
 (D) 195 (E) 216



22. Misal x dan y adalah bilangan riil yang memenuhi dua persamaan berikut :

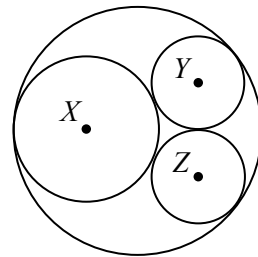
$$\begin{aligned}x^2 + 3xy + y^2 &= 909 \\ 3x^2 + xy + 3y^2 &= 1287\end{aligned}$$

Berapakah nilai yang mungkin dari $x + y$?

- (A) 27 (B) 39 (C) 29 (D) 92 (E) 41
23. Terdapat bilangan riil a dan b untuk fungsi f sehingga $f(x) = ax + b$ untuk setiap bilangan riil x , dan $f(bx + a) = x$ untuk setiap bilangan riil x . Berapakah nilai $a + b$?

- (A) 2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) -2

24. Pada gambar di samping, lingkaran dengan titik pusat X bersinggungan dengan lingkaran terbesar dan melewati titik pusat lingkaran terbesar. Lingkaran dengan titik pusat Y dan Z masing-masing bersinggungan dengan tiga lingkaran yang lain, seperti yang ditunjukkan pada gambar. Lingkaran dengan titik pusat X memiliki jari-jari 1. Lingkaran dengan titik pusat Y dan Z masing-masing memiliki jari-jari r . Berapakah nilai yang paling dekat dengan r ?



- (A) 0.93 (B) 0.91 (C) 0.95
(D) 0.87 (E) 0.89

25. Bilangan x , y dan z dipilih secara independen antara 0 dan 1, inklusif. Setiap x , y dan z dipilih secara acak dan seragam antara 0 dan 1. Berapa peluang bahwa masing-masing $x - y$ dan $x - z$ lebih besar dari $-\frac{1}{2}$ dan kurang dari $\frac{1}{2}$?

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{7}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$



**The CENTRE for EDUCATION
in MATHEMATICS and COMPUTING**

cemc.uwaterloo.ca

Kepada peserta...

Terima kasih telah mengikuti Kompetisi 2020 Fermat! Setiap tahunnya, lebih dari 260 000 peserta yang berasal lebih dari 80 negara mendaftar untuk mengikuti kompetisi-kompetisi yang diadakan CEMC.

Kunjungi situs kami di cemc.uwaterloo.ca untuk mendapatkan:

- Soal-soal kompetisi yang lalu
- Video Math Circles dan rangkuman yang akan membantu anda dalam mempelajari matematika dan mempersiapkan diri anda untuk kompetisi yang akan datang
- Informasi tentang karir dan aplikasi matematika dan ilmu komputer

Kepada guru...

Kunjungi situs READI Project di uwaterloo.ca/readi untuk:

- Mendaftarkan kegiatan School Visit
- Mendapatkan langganan gratis Problem of the Week (Tantangan mingguan) versi Bahasa Indonesia & Bahasa Inggris

Kunjungi situs kami di cemc.uwaterloo.ca untuk:

- Mendaftarkan murid-murid anda untuk Fryer, Galois and Hypatia Contests yang diadakan pada bulan April mendatang
- Melihat materi pelajaran online untuk siswa Sekolah Menengah Atas yang kami sediakan secara gratis
- Mengetahui workshop yang kami adakan dan materi-materi di situs kami
- Mendapatkan langganan gratis Problem of the Week (tantangan mingguan)
- Mencari tahu tentang program online Magister Matematika khusus untuk para guru
- Mengetahui hasil kompetisi sekolah anda