



The CENTRE for EDUCATION
in MATHEMATICS and COMPUTING
cemc.uwaterloo.ca

Kompetisi Cayley 2019

(Kelas 10)

Selasa, 26 Februari 2019
(di Amerika Utara dan Amerika Selatan)

Rabu, 27 Februari 2019
(di Luar Amerika Utara dan Amerika Selatan)

Jawaban

1. Menghitung, $2 \times 0 + 1 - 9 = 0 + 1 - 9 = -8$.

JAWABAN: (A)

2. Kai lahir 25 tahun sebelum 2020 sehingga dia lahir di tahun $2020 - 25 = 1995$.

JAWABAN: (C)

3. Karena 38% siswa menerima sebuah Kue Muffin, maka $100\% - 38\% = 62\%$ siswa tidak menerima Kue Muffin.

Sebagai alternatif, menggunakan persentase siswa yang menerima Yogurt, Buah atau Granola, kita melihat bahwa $10\% + 27\% + 25\% = 62\%$ tidak menerima Kue Muffin.

JAWABAN: (D)

4. Dengan menyusun ulang bilangan yang dikalikan,

$$(2 \times \frac{1}{3}) \times (3 \times \frac{1}{2}) = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} = (2 \times \frac{1}{2}) \times (3 \times \frac{1}{3}) = 1 \times 1 = 1$$

JAWABAN: (C)

5. Karena $10d + 8 = 528$, maka $10d = 520$ sehingga $\frac{10d}{5} = \frac{520}{5}$ hasilnya $2d = 104$.

JAWABAN: (A)

6. Garis dengan persamaan $y = x + 4$ mempunyai sebuah titik potong sumbu- y yaitu 4.

Ketika garis ditranslasikan 6 satuan ke bawah, semua titik pada garis ditranslasikan 6 satuan ke bawah.

Ini memindahkan titik potong sumbu- y dari 4 ke $4 - 6 = -2$.

JAWABAN: (E)

7. Karena rata-rata dari 2, x dan 10 adalah x , maka $\frac{2 + x + 10}{3} = x$.

Mengalikan dengan 3, didapat $2 + x + 10 = 3x$.

Dengan menyusun ulang, didapat $x + 12 = 3x$ kemudian $2x = 12$ hasilnya $x = 6$.

JAWABAN: (E)

8. Untuk berpindah dari P ke A , Alain berjalan 5 satuan ke kanan, 4 satuan ke atas, jarak totalnya $5 + 4 = 9$ satuan. (Rute manapun dari P ke A dengan hanya berpindah ke kanan dan ke atas akan mempunyai panjang yang sama.)

Untuk berpindah dari P ke B , Alain berjalan 6 satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas, totalnya 8 satuan.

Untuk berpindah dari P ke C , Alain berjalan 3 satuan ke kanan dan 3 satuan ke atas, totalnya 6 satuan.

Untuk berpindah dari P ke D , Alain berjalan 5 satuan ke kanan dan 1 satuan ke atas, totalnya 6 satuan.

Untuk berpindah dari P ke E , Alain berjalan 1 satuan ke kanan dan 4 satuan ke atas, totalnya 5 satuan.

Jadi, rute terpendeknya adalah dari P ke E .

JAWABAN: (E)

9. Karena $(pq)(qr)(rp) = 16$, maka $pqrrrp = 16$ atau $ppqqrr = 16$ yaitu hasilnya $p^2q^2r^2 = 16$.

Jadi, $(pqr)^2 = 16$ sehingga $pqr = \pm 4$.

Dari pilihan jawaban, pqr adalah positif sehingga $pqr = 4$.

JAWABAN: (C)

10. Matilda dan Ellie masing-masing mengambil $\frac{1}{2}$ dinding.

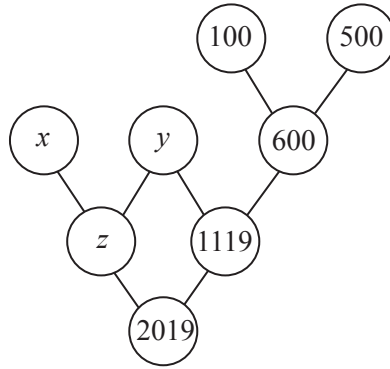
Matilda mengecat $\frac{1}{2}$ dari setengah dinding miliknya, atau $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ dari seluruh dinding.

Ellie mengecat $\frac{1}{3}$ dari setengah dinding miliknya, atau $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ dari seluruh dinding.

Jadi, $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$ dinding dicat merah.

JAWABAN: (A)

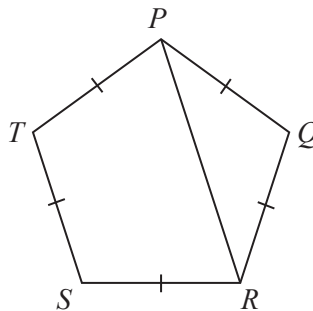
11. Kita misalkan nilai pada dua lingkaran yang tidak dinamai adalah y dan z , seperti pada gambar.



Dari aturan yang diberikan, $y + 600 = 1119$ sehingga $y = 519$.
 Juga, $z + 1119 = 2019$ sehingga $z = 900$.
 Akhirnya, $x + y = z$ sehingga $x = z - y = 900 - 519 = 381$.

JAWABAN: (B)

12. Hubungkan P ke R .



Karena $PQRST$ adalah segi lima beraturan, maka $\angle PQR = \angle QRS = 108^\circ$.
 Karena $PQ = QR$, maka $\triangle PQR$ adalah segitiga sama kaki dengan $\angle QPR = \angle QRP$.
 Karena $\angle PQR = 108^\circ$, maka

$$\begin{aligned} \angle PQR + \angle QPR + \angle QRP &= 180^\circ \\ 108^\circ + 2\angle QRP &= 180^\circ \\ 2\angle QRP &= 72^\circ \\ \angle QRP &= 36^\circ \end{aligned}$$

Karena $\angle QRS = 108^\circ$, maka $\angle PRS = \angle QRS - \angle QRP = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$.

JAWABAN: (A)

13. Dari kolom satu, kita melihat bahwa $3 + 2 + q$ harus mempunyai digit satuan 2.
 Karena q di antara 1 dan 9, inklusif, maka $3 + 2 + q$ adalah antara 6 dan 14.
 Karena digit satuannya 2, maka $3 + 2 + q = 12$ sehingga $q = 7$.
 Ini juga artinya bahwa ada angka 1 yang dibawa ke kolom puluhan.
 Dari kolom puluhan, kita melihat bahwa $1 + 6 + p + 8$ harus mempunyai digit satuan 4.
 Karena p di antara 1 dan 9, inklusif, maka $1 + 6 + p + 8$ adalah antara 16 dan 24.
 Karena digit satuannya 4, maka $1 + 6 + p + 8 = 24$ sehingga $p = 9$.

Ini juga artinya ada angka 2 yang dibawa ke kolom ratusan.
 Dari digit ratusan, kita melihat bahwa $2 + n + 7 + 5$ harus mempunyai digit satuan 0.
 Karena n adalah antara 1 dan 9, inklusif, maka $2 + n + 7 + 5$ adalah antara 15 dan 23.
 Karena digit satuannya 0, maka $2 + n + 7 + 5 = 20$ sehingga $n = 6$.
 Ini juga artinya bahwa ada angka 2 yang dibawa ke kolom ribuan.
 Berarti $m = 2$.
 Hasilnya

$$\begin{array}{r} 663 \\ 792 \\ + 587 \\ \hline 2042 \end{array}$$

Jadi, kita mempunyai $m + n + p + q = 2 + 6 + 9 + 7 = 24$.

JAWABAN: (B)

14. Setiap huruf A, B, C, D, E muncul satu kali di setiap kolom dan setiap baris.
 Entri di kolom pertama, baris kedua tidak bisa A atau E atau B (semuanya telah muncul di kolom tersebut) dan tidak bisa C atau A (semuanya telah muncul di baris tersebut)
 Jadi, entri di kolom pertama, baris kedua haruslah D.
 Ini artinya bahwa entri di kolom pertama, baris keempat haruslah C.
 Entri di kolom kelima, baris kedua tidak bisa D atau C atau A atau E sehingga haruslah B.
 Ini artinya bahwa entri di kolom kedua, baris kedua haruslah E.
 Dengan menggunakan argumen yang sama, entri di baris pertama, kolom ketiga dan keempat haruslah D dan B, secara berurutan.
 Ini artinya bahwa entri di kolom kedua, baris pertama haruslah C.
 Dengan menggunakan argumen yang sama, entri di baris kelima, kolom kedua haruslah A.
 Begitu juga, entri di baris ketiga, kolom kedua haruslah D.
 Ini artinya huruf yang muncul di kotak yang bertanda * haruslah B.
 Kita bisa melengkapi kotaknya sebagai berikut:

A	C	D	B	E
D	E	C	A	B
E	D	B	C	A
C	B	A	E	D
B	A	E	D	C

JAWABAN: (B)

15. Gradien segmen garis PR adalah $\frac{2-1}{0-4}$ yaitu sama dengan $-\frac{1}{4}$.

Karena $\angle QPR = 90^\circ$, maka PQ dan PR adalah tegak lurus.
 Ini artinya bahwa gradien PQ dan PR mempunyai hasil kali -1 .

Karena gradien PR adalah $-\frac{1}{4}$, maka gradien PQ adalah 4.

Karena “pergeseran” PQ adalah $2 - 0 = 2$, maka “naikan” PQ haruslah $4 \times 2 = 8$.
 Jadi, $s - 2 = 8$ sehingga $s = 10$.

JAWABAN: (C)

16. Misalkan ada p orang di belakang Kaukab.

Ini artinya ada $2p$ orang di depan dia.

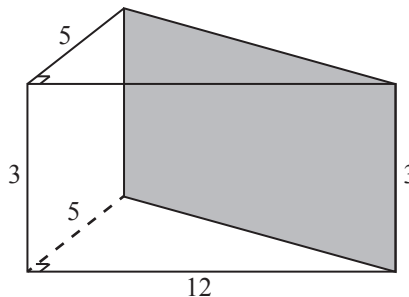
Total banyaknya orang dalam antrian, termasuk Kaukab adalah $n = p + 2p + 1 = 3p + 1$, yaitu satu lebihnya dari kelipatan 3.

Dari pilihan yang diberikan, (23, 20, 24, 21, 25), satu-satunya yang bernilai lebih satu dari kelipatan 3 adalah 25, yaitu sama dengan $3 \times 8 + 1$.

Jadi, nilai yang mungkin untuk n adalah 25.

JAWABAN: (E)

17. Bayangkan prisma dengan alas segitiga yang terlihat dari depan seperti prisma persegi panjang. Prisma ini mempunyai lima sisi, sebuah persegi panjang di bagian depan, sebuah persegi panjang di bagian kiri, sebuah segitiga di bagian bawah, sebuah segitiga di bagian atas dan sebuah persegi panjang di bagian belakang.



Persegi panjang di depan berukuran 3×12 sehingga luasnya 36.

Persegi panjang di kiri berukuran 3×5 sehingga luasnya 15.

Segitiga pada bagian atas dan bawah masing-masing adalah siku-siku dan mempunyai panjang kaki 5 dan 12. Ini artinya bahwa luasnya adalah $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$.

Persegi panjang di bagian belakang tingginya adalah 3. Panjang persegi panjang ini adalah panjang diagonal sisi bawah prisma persegi panjang. Dengan rumus Pythagoras, panjangnya adalah $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$. Jadi, persegi panjang ini adalah 3×13 sehingga luasnya 39.

Secara keseluruhan, luas permukaan prisma segitiga ini adalah $36 + 15 + 2 \times 30 + 39 = 150$.

JAWABAN: (D)

18. André berlari selama 10 detik dengan kecepatan y m/s.

Jadi, André berlari $10y$ m.

Carl berlari selama 20 detik sebelum André memulai lari dan kemudian 10 detik pada saat André sedang berlari. Jadi, Carl berlari selama 30 detik.

Karena Carl berlari dengan kecepatan x m/s, maka Carl berlari $30x$ m.

Karena André dan Carl berlari dengan jarak yang sama, maka $30x$ m = $10y$ m, yaitu $\frac{y}{x} = 3$.

Jadi, $y : x = 3 : 1$.

JAWABAN: (D)

19. Dengan menggunakan sifat perpangkatan, persamaan $\frac{2^{x+y}}{2^{x-y}} = 2^{(x+y)-(x-y)} = 2^{2y}$.

Karena x dan y adalah bilangan bulat positif dengan $xy = 6$, maka nilai yang mungkin dari y adalah faktor positif 6, yaitu 1, 2, 3, atau 6. (Ini berhubungan dengan $x = 6, 3, 2, 1$.)

Nilai yang sesuai dari 2^{2y} adalah $2^2 = 4$, $2^4 = 16$, $2^6 = 64$, dan $2^{12} = 4096$.

Jadi, jumlah nilai yang mungkin dari $\frac{2^{x+y}}{2^{x-y}}$ adalah $4 + 16 + 64 + 4096 = 4180$.

JAWABAN: (A)

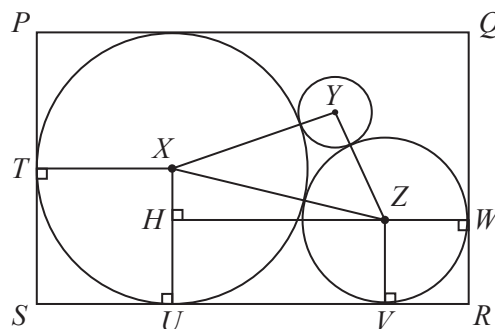
20. Misal jari-jari lingkaran dengan pusat X , Y dan Z adalah x , y dan z , secara berurutan. Jarak dua pusat lingkaran yang bersinggungan sama dengan jumlah jari-jari lingkaran ini. Jadi, $XY = x + y$ artinya $x + y = 30$. Juga, $XZ = x + z$ yang hasilnya $x + z = 40$ dan $YZ = y + z$ yang hasilnya $y + z = 20$. Menambahkan tiga persamaan ini, didapat $(x + y) + (x + z) + (y + z) = 30 + 40 + 20$ sehingga $2x + 2y + 2z = 90$ atau $x + y + z = 45$. Karena $x + y = 30$ dan $x + y + z = 45$, maka $30 + z = 45$ sehingga $z = 15$. Karena $y + z = 20$, maka $y = 20 - z = 5$. Karena $x + z = 40$, maka $x = 40 - z = 25$. Dengan mengetahui jari-jari lingkaran akan memungkinkan kita menghitung ukuran persegi panjang.

Tinggi persegi panjang $PQRS$ sama dengan “tinggi” lingkaran dengan pusat X , yaitu panjang diameter lingkaran, atau $2x$.

Jadi, tinggi persegi panjang $PQRS$ sama dengan 50.

Untuk menghitung lebar persegi panjang $PQRS$, kita hubungkan X ke titik singgung (yaitu, titik dimana lingkaran menyentuh persegi panjang) T dan U pada PS dan SR , secara berurutan, Z ke titik singgung V dan W pada SR dan QR , secara berurutan, dan gambar garis tegak lurus dari Z ke H pada XU .

Karena jari-jarinya tegak lurus dengan garis singgung di titik singgung, maka XT , XU , ZV , dan ZW adalah tegak lurus terhadap sisi persegi panjang.



Masing-masing dari $XTSU$ dan $ZWRV$ mempunyai empat sudut siku-siku, jadi ini merupakan persegi panjang.

Jadi, $SU = TX = 25$ (jari-jari lingkaran dengan pusat X) dan $VR = ZW = 15$ (jari-jari lingkaran dengan pusat Z).

Dengan argumen yang sama, $HUVZ$ juga persegi panjang.

Jadi, $UV = HZ$ dan $HU = ZV = 15$.

Karena $XH = XU - HU$, maka $XH = 10$.

Dengan Teorema Pythagoras, $HZ = \sqrt{XZ^2 - XH^2} = \sqrt{40^2 - 10^2} = \sqrt{1500} = 10\sqrt{15}$ sehingga $UV = 10\sqrt{15}$.

Ini artinya bahwa $SR = SU + UV + VR = 25 + 10\sqrt{15} + 15 = 40 + 10\sqrt{15}$.

Oleh karena itu, luas persegi panjang $PQRS$ adalah $50 \times (40 + 10\sqrt{15}) = 2000 + 500\sqrt{15} \approx 3936,5$.

Dari pilihan jawaban yang diberikan, paling dekat dengan (E) 3950.

JAWABAN: (E)

21. *Jawaban 1*

Kita mulai dengan digit satuan.

Karena $4 \times 4 = 16$, maka $T = 6$ dan kita bawa angka 1 ke kolom puluhan.

Melihat di kolom puluhan, karena $4 \times 6 + 1 = 25$, maka $S = 5$ dan kita bawa 2 ke kolom ratusan.

Melihat di kolom ratusan, karena $4 \times 5 + 2 = 22$, maka $R = 2$ dan kita bawa 2 ke kolom ratusan.

Melihat di kolom ribuan, karena $4 \times 2 + 2 = 10$, maka $Q = 0$ dan kita bawa 1 ke kolom puluh ribuan.

Melihat di kolom puluh ribuan, karena $4 \times 0 + 1 = 1$, maka $P = 1$ dan kita bawa 0 ke kolom ratus ribuan.

Melihat di kolom ratus ribuan, $4 \times 1 + 0 = 4$, seperti yang diharapkan.

Ini memberikan perkalian lengkap berikut:

$$\begin{array}{r} 102564 \\ \times \quad \quad \quad 4 \\ \hline 410256 \end{array}$$

Jadi, $P + Q + R + S + T = 1 + 0 + 2 + 5 + 6 = 14$.

Jawaban 2

Misal x adalah bilangan bulat lima digit dengan digit $PQRST$.

Ini artinya bahwa $PQRST0 = 10x$ sehingga $PQRST4 = 10x + 4$.

Juga, $4PQRST = 400\,000 + PQRST = 400\,000 + x$.

Dari perkalian yang diketahui, $4(10x + 4) = 400\,000 + x$ yaitu hasilnya $40x + 16 = 400\,000 + x$ atau $39x = 399\,984$.

Jadi, $x = \frac{399\,984}{39} = 10\,256$.

Karena $PQRST = 10\,256$, maka $P + Q + R + S + T = 1 + 0 + 2 + 5 + 6 = 14$.

JAWABAN: (A)

22. Berikut ini salah satu cara untuk tujuh sahabat itu bisa naik empat bus sehingga ketujuh syarat itu terpenuhi:

Bus 1	Bus 2	Bus 3	Bus 4
Abu	Bai	Don	Gia
Cha	Fan	Eva	

Setidaknya 3 bus diperlukan karena 3 sahabat itu semuanya harus berada di bus yang berbeda. Sekarang kita akan menunjukkan bahwa tidak mungkin untuk 7 sahabat itu untuk bepergian menggunakan 3 bus.

Misalkan tujuh sahabat itu bisa ditempatkan di 3 bus.

Karena Abu, Bai dan Don berada di 3 bus yang berbeda, maka kita menempatkan mereka ke tiga bus yang kemudian kita sebut Bus 1, Bus 2 dan Bus 3, secara berurutan. (Lihat tabel di bawah.)

Karena Abu, Bai dan Eva berada di 3 bus yang berbeda, maka Eva harus berada di Bus 3. Karena Cha dan Bai berada di 2 bus yang berbeda dan Cha dan Eva berada di 2 bus yang berbeda, maka Cha tidak bisa berada di Bus 2 atau Bus 3, sehingga Cha berada di Bus 1. Sejah ini, hasilnya

Bus 1	Bus 2	Bus 3
Abu	Bai	Don
Cha		Eva

Sisa dua temannya adalah Fan dan Gia.

Karena Fan, Cha dan Gia berada di 3 bus yang berbeda, tidak satu pun Fan atau pun Gia yang bisa berada di Bus 1.

Karena Don, Gia dan Fan berada di 3 bus yang berbeda, maka tidak satu pun Fan atau pun Gia yang bisa berada di Bus 3.

Karena Gia dan Fan di bus yang terpisah, mereka berdua tidak bisa berada di Bus 2, artinya bahwa tujuh sahabat itu tidak bisa hanya menggunakan 3 bus.

Jadi, minimal banyaknya bus yang dibutuhkan adalah 4.

JAWABAN: (B)

23. Karena roda berputar pada kecepatan konstan, maka persentase waktu saat bagian yang dicat hitam pada roda menyentuh bagian hitam jalan akan sama dengan persentase dari total panjang jalan di mana terdapat kontak “bagian hitam dengan bagian hitam” .

Karena rodanya berjari-jari 2 m, maka kelilingnya adalah $2\pi \times 2$ m yaitu sama dengan 4π m. Karena rodanya dibagi ke dalam empat bagian, maka kelilingnya kita bagi setiap satu per empatnya yaitu π m.

Kita sebut ujung kiri jalan itu sebagai 0 m.

Karena rodanya berputar satu kali, bagian hitam pertama roda yang menyentuh jalan antara 0 m dan $\pi \approx 3.14$ m.

Karena rodanya terus berputar, bagian hitam kedua roda menyentuh jalan antara $2\pi \approx 6.28$ m dan $3\pi \approx 9.42$ m.

Saat roda menyelesaikan 3 putaran, satu per empat bagian hitamnya akan bersentuhan dengan jalan selama 6 interval (2 interval per putaran).

Jalannya dicat hitam 1 m dimulai di setiap kelipatan ganjil dari 1 m, dan bagian putih 1 m dimulai di setiap kelipatan genap 1 m.

Kita membuat sebuah tabel dimana bagian warna hitam roda menyentuh jalan dan bagian interval yang dicat hitam:

Awal kuartar (m)	Akhir kuartar (m)	Bagian jalan hitam (m)
0	$\pi \approx 3.14$	1 sampai 2; 3 sampai π
$2\pi \approx 6.28$	$3\pi \approx 9.42$	7 sampai 8; 9 sampai 3π
$4\pi \approx 12.57$	$5\pi \approx 15.71$	13 sampai 14; 15 sampai 5π
$6\pi \approx 18.85$	$7\pi \approx 21.99$	19 sampai 20; 21 sampai 7π
$8\pi \approx 25.13$	$9\pi \approx 28.27$	8 π sampai 26; 27 sampai 28
$10\pi \approx 31.42$	$11\pi \approx 34.56$	10π sampai 32; 33 sampai 34

Jadi, total panjangnya "hitam dengan hitam", dalam meter, adalah

$$1 + (\pi - 3) + 1 + (3\pi - 9) + 1 + (5\pi - 15) + 1 + (7\pi - 21) + (26 - 8\pi) + 1 + (32 - 10\pi) + 1$$

yaitu sama dengan $(16 - 2\pi)$ m.

Total panjangnya jalan selama roda berputar adalah $3 \times 4\pi$ m atau 12π m.

Ini artinya persentase waktunya sama dengan $\frac{(16 - 2\pi) \text{ m}}{12\pi \text{ m}} \times 100\% \approx 25,8\%$.

Dari pilihan jawaban yang tersedia, ini mendekati 26%, atau pilihan (E).

JAWABAN: (E)

24. Misal A adalah himpunan $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Pertama, kita perhatikan bahwa bilangan bulat s yang Roberta pilih adalah berbentuk $s = 11m$ untuk beberapa bilangan bulat m dari himpunan A , dan bilangan bulat t yang Roberta pilih adalah berbentuk $t = 101n$ untuk beberapa bilangan bulat n dari himpunan A .

Ini artinya bahwa hasil kali rst sama dengan $r(11m)(101n) = 11 \times 101 \times rmn$ dimana setiap r, m, n berasal dari himpunan A .

Dan berarti bahwa banyaknya nilai yang mungkin untuk rst adalah sama dengan banyaknya nilai yang mungkin untuk rmn , sehingga kita menghitung banyaknya nilai yang mungkin dari rst dengan menghitung banyaknya nilai yang mungkin dari rmn .

Kita perhatikan bahwa A memuat hanya satu kelipatan 5 dan satu kelipatan 7. Selanjutnya, kelipatan ini hanya memuat satu faktor dari masing-masing 5 dan 7, secara berurutan.

Kita menghitung banyaknya nilai yang mungkin untuk rmn dengan mempertimbangkan kemungkinan yang berbeda untuk banyaknya faktor 5 dan 7 pada rmn .

Misal y adalah banyaknya faktor 5 pada rmn dan misal z adalah banyaknya faktor 7 dalam rmn . Perhatikan bahwa dikarenakan setiap r, m dan n memuat paling banyak satu faktor 5 dan paling banyak satu faktor 7 dan setiap r, m dan n tidak bisa memuat kedua faktor tersebut, maka $y + z$ paling banyak 3.

Kasus 1: $y = 3$

Jika rmn meliputi 3 faktor 5, maka $r = m = n = 5$ sehingga $rmn = 5^3$.

Ini artinya bahwa hanya ada satu kemungkinan nilai untuk rmn .

Kasus 2: $z = 3$

Disini, harusnya menjadi kasus bahwa $rmn = 7^3$ sehingga hanya ada satu nilai untuk rmn .

Kasus 3: $y = 2$ dan $z = 1$

Disini, harusnya menjadi kasus bahwa dua dari r, m, n adalah 5 dan yang lainnya adalah 7.

Dengan kata lain, rmn harus sama dengan $5^2 \times 7$.

Ini artinya bahwa hanya ada satu nilai untuk rmn .

Kasus 4: $y = 1$ dan $z = 2$

Disini, rmn harus sama dengan 5×7^2 .

Ini artinya bahwa hanya ada satu nilai untuk rmn .

Kasus 5: $y = 2$ dan $z = 0$

Disini, dua dari r, m, n harus sama dengan 5 dan yang ketiga tidak bisa bernilai 5 atau 7.

Ini artinya bahwa nilai yang mungkin untuk yang ketiga adalah 2, 3, 4, 6, 8, 9.

Ini artinya bahwa ada 6 nilai yang mungkin untuk rmn dalam kasus ini.

Kasus 6: $y = 0$ dan $z = 2$

Seperti kasus 5, ada 6 nilai yang mungkin untuk rmn .

Kasus 7: $y = 1$ dan $z = 1$

Disini, salah satu dari r, m, n sama dengan 5, satu lagi sama dengan 7, dan yang lainnya adalah salah satu dari 2, 3, 4, 6, 8, 9.

Ini artinya ada 6 nilai yang mungkin untuk rmn dalam kasus ini.

Kasus 8: $y = 1$ dan $z = 0$

Disini, salah satu dari r, m, n sama dengan 5 dan tidak ada yang nilainya 7. Misalkan $r = 5$. Setiap m dan n sama dengan salah satu dari 2, 3, 4, 6, 8, 9.

Kita membuat tabel perkalian untuk menentukan nilai yang mungkin dari mn :

\times	2	3	4	6	8	9
2	4	6	8	12	16	18
3	6	9	12	18	24	27
4	8	12	16	24	32	36
6	12	18	24	36	48	54
8	16	24	32	48	64	72
9	18	27	36	54	72	81

Nilai yang berbeda pada tabel ini adalah

$$4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 48, 54, 64, 72, 81$$

semuanya ada 16.

Oleh karena itu, ada 16 nilai yang mungkin dari rmn pada kasus ini.

Kasus 9: $y = 0$ dan $z = 1$

Seperti pada Kasus 8, ada 16 nilai yang mungkin dari rmn .

Kasus 10: $y = 0$ dan $z = 0$

Disini, tidak satu pun dari r, m, n yang bernilai 5 atau 7.

Ini artinya bahwa setiap dari r, m, n sama dengan salah satu dari 2, 3, 4, 6, 8, 9.

Ini artinya bahwa salah satu faktor prima yang mungkin dari rmn adalah 2 dan 3.

Masing-masing 2, 3, 4, 6, 8, 9 memuat paling banyak 2 faktor 3 dan hanya 9 yang memuat 2 faktor 3.

Ini artinya bahwa rmn memuat paling banyak 6 faktor 3.

Misal w adalah banyaknya faktor 3 pada rmn .

- Jika $w = 6$, maka $r = m = n = 9$ sehingga $rmn = 9^3$. Ada satu nilai dari rmn disini.
- Jika $w = 5$, maka dua dari r, m, n sama dengan 9 dan yang ketiga adalah 3 atau 6. Ini artinya bahwa $rmn = 9^2 \times 3$ atau $rmn = 9^2 \times 6$. Ada dua nilai dari rmn disini.
- Jika $w = 4$, maka dua dari r, m, n sama dengan 9 dan yang ketiga tidak memuat faktor 3, atau salah satu dari r, m, n sama dengan 9 dan kedua dan ketiganya masing-masing adalah 3 atau 6.
Jadi, rmn bisa sama dengan $9^2 \times 2$, $9^2 \times 4$, $9^2 \times 8$, $9 \times 3 \times 3$, $9 \times 3 \times 6$, atau $9 \times 6 \times 6$.
Ada duplikasi dalam daftar ini sehingga nilai dari rmn adalah 9^2 , $9^2 \times 2$, $9^2 \times 4$, $9^2 \times 8$.
Ada empat nilai dari rmn disini.
- Jika $w = 3$, salah satu dari r, m, n bisa saja sama dengan 9, satu lagi bernilai 3 atau 6, dan yang terakhir bernilai 2, 4 atau 8, atau salah satu dari r, m, n bisa sama dengan 3 atau 6.
Pada situasi pertama, rmn bisa $9 \times 3 \times 2$, $9 \times 3 \times 4$, $9 \times 3 \times 8$, $9 \times 6 \times 2$, $9 \times 6 \times 4$, $9 \times 6 \times 8$.
Ini bisa ditulis sebagai 27×2^1 , 27×2^2 , 27×2^3 , 27×2^4 .

Pada situasi kedua, rmn bisa $3 \times 3 \times 3$, $3 \times 3 \times 6$, $3 \times 6 \times 6$, $6 \times 6 \times 6$.

Ini sama dengan 27 , 27×2^1 , 27×2^2 , 27×2^3 .

Dengan menggabungkan daftar ini, didapat 27 , 27×2^1 , 27×2^2 , 27×2^3 , 27×2^4 .

Jadi, pada kasus ini ada 5 kemungkinan nilai untuk rmn .

- Jika $w = 2$, maka salah satu dari r, m, n sama dengan 9 atau dua dari r, m, n sama dengan 3 atau 6.

Pada situasi pertama, dua lainnya dari r, m, n sama dengan 2, 4 atau 8.

Perhatikan bahwa $2 = 2^1$ dan $4 = 2^2$ dan $8 = 2^3$.

Jadi rmn memuat setidaknya 2 faktor 2 (sebagai contoh, $rmn = 9 \times 2 \times 2$) dan memuat paling banyak 6 faktor 2 ($rmn = 9 \times 8 \times 8$).

Jika dua dari r, m, n sama dengan 3 atau 6, maka yang ketiga sama dengan 2, 4 atau 8.

Jadi, rmn memuat setidaknya 1 faktor 2 ($rmn = 3 \times 3 \times 2$) dan paling banyak 5 faktor 2 ($rmn = 6 \times 6 \times 8$).

Menggabungkan kemungkinan ini, rmn bisa sama dengan 9×2 , 9×2^2 , \dots , 9×2^6 , sehingga ada 6 kemungkinan nilai dari rmn pada kasus ini.

- Jika $w = 1$, maka salah satu r, m, n sama dengan 3 atau 6, dan dua lainnya sama dengan 2, 4 atau 8.

Jadi, rmn bisa memuat paling banyak 7 faktor 2 ($rmn = 6 \times 8 \times 8$) dan harus memuat setidaknya 2 faktor 2 ($rmn = 3 \times 2 \times 2$).

Masing-masing banyaknya faktor 2 yang mungkin adalah antara 2 dan 7, inklusif, sehingga ada 6 nilai yang mungkin dari rmn .

- Jika $w = 0$, maka tidak ada r, m, n yang bisa sama dengan 3, 6 atau 9.

Jadi, masing-masing dari r, m, n sama dengan 2^1 , 2^2 atau 2^3 .

Jadi, rmn harus berupa pangkat dari 2 dan memuat setidaknya 3 dan tidak lebih dari 9 faktor 2. Setiap nilai ini adalah mungkin, jadi ada 7 nilai yang mungkin dari rmn .

Jadi total banyaknya nilai yang mungkin dari rmn (yang juga rst) adalah

$$2 \times 1 + 2 \times 1 + 2 \times 6 + 6 + 2 \times 16 + (1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 6 + 7)$$

yaitu sama dengan 85.

JAWABAN: (A)

25. Misal $PQ = a$, $PS = b$ dan $PU = c$.

Karena $PQRSTUVWXYZ$ adalah balok, maka $QR = PS = b$ dan $ST = QV = PU = c$.

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ sehingga $1867^2 = a^2 + b^2$.

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, $PV^2 = PQ^2 + QV^2$ sehingga $2019^2 = a^2 + c^2$.

Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, $PT^2 = PS^2 + ST^2$ sehingga $x^2 = b^2 + c^2$.

Dengan menambahkan persamaan-persamaan ini, didapat

$$1867^2 + 2019^2 + x^2 = (a^2 + b^2) + (a^2 + c^2) + (b^2 + c^2)$$

$$1867^2 + 2019^2 + x^2 = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{1867^2 + 2019^2 + x^2}{2}$$

Karena $a^2 + b^2 = 1867^2$, maka

$$c^2 = (a^2 + b^2 + c^2) - (a^2 + b^2) = \frac{1867^2 + 2019^2 + x^2}{2} - 1867^2 = \frac{-1867^2 + 2019^2 + x^2}{2}$$

Karena $a^2 + c^2 = 2019^2$, maka

$$b^2 = (a^2 + b^2 + c^2) - (a^2 + c^2) = \frac{1867^2 + 2019^2 + x^2}{2} - 2019^2 = \frac{1867^2 - 2019^2 + x^2}{2}$$

Karena $b^2 + c^2 = x^2$, maka

$$a^2 = (a^2 + b^2 + c^2) - (b^2 + c^2) = \frac{1867^2 + 2019^2 + x^2}{2} - x^2 = \frac{1867^2 + 2019^2 - x^2}{2}$$

Karena a , b dan c adalah panjang rusuk balok, maka $a, b, c > 0$.

Karena $a^2 > 0$, maka $\frac{1867^2 + 2019^2 - x^2}{2} > 0$ sehingga $1867^2 + 2019^2 - x^2 > 0$ atau $x^2 < 2019^2 + 1867^2$.

Karena $b^2 > 0$, maka $\frac{1867^2 - 2019^2 + x^2}{2} > 0$ sehingga $1867^2 - 2019^2 + x^2 > 0$ atau $x^2 > 2019^2 - 1867^2$.

Karena $c^2 > 0$, maka $\frac{-1867^2 + 2019^2 + x^2}{2} > 0$ sehingga $-1867^2 + 2019^2 + x^2 > 0$ artinya bahwa $x^2 > 1867^2 - 2019^2$.

Karena sisi kanan dari pertidaksamaan terakhir ini adalah negatif dan sisi kirinya non-negatif, maka pertidaksamaan ini selalu benar.

Jadi, pastilah benar bahwa $2019^2 - 1867^2 < x^2 < 2019^2 + 1867^2$.

Karena semua bagian dari pertidaksamaan ini adalah positif, maka $\sqrt{2019^2 - 1867^2} < x < \sqrt{2019^2 + 1867^2}$.

Karena $\sqrt{2019^2 - 1867^2} \approx 768,55$ dan $\sqrt{2019^2 + 1867^2} \approx 2749,92$ dan x adalah sebuah bilangan bulat, maka $769 \leq x \leq 2749$.

Banyaknya bilangan bulat x di rentang ini adalah $2749 - 769 + 1 = 1981$.

Setiap nilai x yang memenuhi membuat nilai positif untuk a^2 , b^2 dan c^2 dan bernilai positif untuk a , b dan c , sehingga sebuah balok $PQRSTUVWXYZ$ mempunyai panjang diagonal sisi yang benar.

Jadi, ada 1981 bilangan bulat yang memenuhi x .

JAWABAN: (E)