



The CENTRE for EDUCATION
in MATHEMATICS and COMPUTING
cemc.uwaterloo.ca

Kompetisi Fermat

(Kelas 11)

Selasa, 27 Februari 2018

(di Amerika Utara dan Amerika Selatan)

Rabu, 28 Februari 2018

(di luar Amerika Utara dan Amerika Selatan)



Waktu: 60 menit

©2017 University of Waterloo

Diperbolehkan menggunakan kalkulator dengan syarat perangkat tidak memiliki (i) akses internet, (ii) kemampuan berkomunikasi dengan perangkat lain, (iii) menyimpan informasi seperti rumus, program, catatan dan sejenisnya, (iv) sistem aljabar komputer, (v) software geometri.

Petunjuk

1. Jangan membuka lembar soal sampai dipersilakan oleh pengawas.
2. Anda diperbolehkan menggunakan penggaris, jangka, dan kertas dalam proses perhitungan anda.
3. Pastikan anda memahami cara pengisian lembar jawaban. Jika anda tidak yakin, mintalah guru pengawas anda untuk menjelaskan. Pengisian lembar jawaban wajib menggunakan pensil, pensil 2B sangat disarankan. Arsir lingkaran sampai hitam dan penuh.
4. Tulis dengan huruf cetak nama sekolah dan kota anda pada kotak yang disediakan di sudut kanan atas lembar jawaban anda.
5. **Pastikan anda mengisi dan mengarsir nama, umur, kelas, dan jenis kompetisi yang sedang dikerjakan pada lembar jawaban. Hanya peserta yang telah mengisi keterangan tersebut yang akan dianggap memenuhi syarat.**
6. Tipe soal ini adalah pilihan ganda. Setiap soal memiliki lima pilihan jawaban yaitu **A, B, C, D,** dan **E.** Hanya ada satu pilihan jawaban yang benar. Setelah menentukan pilihan anda, arsir pada lingkaran yang sesuai di lembar jawaban.
7. Penilaian: Setiap jawaban benar bernilai 5 poin pada Bagian A, 6 poin pada Bagian B, dan 8 poin pada Bagian C.
Tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
Setiap pertanyaan yang tidak dijawab bernilai 2 poin, dengan jumlah maksimum 10 pertanyaan yang tidak dijawab.
8. Diagram *tidak* digambar sesuai dengan skala. Diagram hanya ditunjukan sebagai bantuan.
9. Setelah guru pengawas memberikan petunjuk untuk memulai, anda memiliki *enam puluh* menit untuk mengerjakan.
10. Anda tidak diperbolehkan mengikuti lebih dari salah satu kompetisi Pascal, Cayley, atau Fermat dalam jangka waktu satu tahun.

Dilarang mendiskusikan soal ataupun jawaban dari kompetisi ini di internet selama 48 jam ke depan.

Nama, kelas, sekolah, lokasi, dan rentang nilai dari beberapa peserta terbaik akan diumumkan pada situs kami, cemc.uwaterloo.ca. Selain itu, informasi tersebut mungkin akan kami bagikan kepada organisasi matematika lainnya untuk peluang penghargaan lainnya.

Penilaian: *Tidak ada pengurangan nilai* untuk jawaban yang salah.

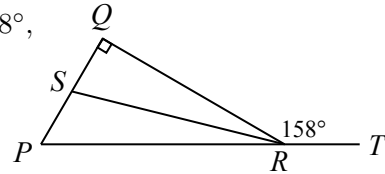
Setiap pertanyaan yang tidak dijawab bernilai 2 poin, dengan jumlah maksimum 10 pertanyaan yang tidak dijawab.

Bagian A: Setiap jawaban yang benar bernilai 5 poin.

1. Nilai dari $2016 - 2017 + 2018 - 2019 + 2020$ adalah
(A) 2012 (B) 2014 (C) 2016 (D) 2018 (E) 2020
2. Pada hari Senin, suhu minimum di Desa Fermat adalah -11°C dan suhu maksimumnya adalah 14°C . Berapa rentang suhu pada hari Senin di Desa Fermat?
(A) 3°C (B) 25°C (C) 14°C (D) 11°C (E) 23°C
3. Jika $x = -2$ and $y = -1$, Nilai dari $(3x + 2y) - (3x - 2y)$ adalah
(A) -4 (B) 12 (C) 0 (D) 4 (E) 8
4. Tentukan banyaknya bilangan bulat yang lebih besar dari $\frac{5}{7}$ dan lebih kecil dari $\frac{28}{3}$!
(A) 1 (B) 9 (C) 5 (D) 7 (E) 3
5. Kedua simbol \heartsuit and ∇ melambangkan bilangan-bilangan bulat berbeda yang lebih kecil dari 20. Jika $\heartsuit \times \heartsuit \times \heartsuit = \nabla$, berapa nilai dari $\nabla \times \nabla$?
(A) 12 (B) 16 (C) 36 (D) 64 (E) 81

6. Pada gambar berikut, titik R terletak pada PT dan titik S terletak pada PQ . Jika $\angle PQR = 90^{\circ}$, $\angle QRT = 158^{\circ}$, dan $\angle PRS = \angle QRS$, tentukan besar $\angle QSR$!

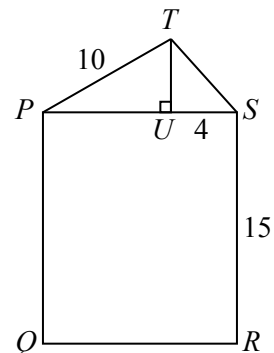
- (A) 34° (B) 22° (C) 68°
(D) 11° (E) 79°



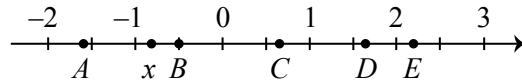
7. Beth mengemudikan mobil dari Waterloo, ON ke Marathon, ON. Dia telah menempuh jarak sejauh 312 km. Dia masih harus menempuh 858 km. Berapa lagi jarak yang harus ia tempuh hingga mencapai setengah perjalanan Waterloo ke Marathon?
(A) 585 km (B) 273 km (C) 312 km (D) 429 km (E) 196.5 km
8. Berapa nilai k agar garis yang melalui koordinat titik $(3, 2k + 1)$ dan $(8, 4k - 5)$ sejajar terhadap sumbu x ?
(A) 3 (B) -4 (C) 2 (D) 0 (E) -1

9. Pada gambar berikut, diberikan persegi panjang $PQRS$ dengan $SR = 15$. Titik T berada di atas PS dan titik U terletak pada PS sehingga TU tegak lurus dengan PS . Jika $PT = 10$ dan $US = 4$ serta luas bidang $PQRS$ adalah 180, berapa luas daerah $\triangle PTS$?

- (A) 60 (B) 36 (C) 48
(D) 24 (E) 12



10. Pada gambar berikut, garis bilangan antara -2 dan 3 terbagi menjadi 10 bagian yang sama. Bilangan-bilangan bulat $-1, 0, 1, 2$ tertera pada garis, begitu juga dengan bilangan-bilangan A, x, B, C, D, E . Bilangan manakah yang paling tepat dalam memperkirakan letak dari nilai x^2 ?



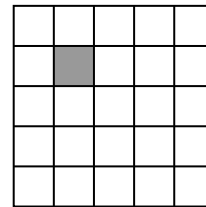
- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

Bagian B: Setiap jawaban yang benar bernilai 6 poin.

11. Sebuah kantong berisikan 8 bola merah dan sejumlah bola putih. Jika $\frac{5}{6}$ dari total bola dalam kantong adalah putih, banyaknya bola putih dalam kantong adalah

- (A) 48 (B) 20 (C) 40 (D) 32 (E) 30

12. Pada kotak 5×5 berikut, kita dapat membuat beberapa bentuk persegi dengan menggunakan garis-garisnya. Berapa banyak persegi yang dapat dibentuk yang memuat persegi 1×1 yang terarsir?



- (A) 15 (B) 16 (C) 11
(D) 12 (E) 14

13. Sebuah jam digital menunjukkan pukul 4:56. Berapa menit lagi yang harus berlalu hingga jam menunjukkan waktu di mana semua angkanya berurutan dari terkecil hingga terbesar?

- (A) 458 (B) 587 (C) 376 (D) 315 (E) 518

14. Sebuah garis dengan persamaan $y = x$ ditranslasi 3 satuan ke kanan dan 2 satuan ke bawah. Berapa koordinat titik potong garis tersebut terhadap sumbu y ?

- (A) -1 (B) -2 (C) -5 (D) 3 (E) 4

15. Pada gambar berikut, Francesca meletakkan masing-masing bilangan $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ sedemikian rupa sehingga hanya terdapat satu bilangan dalam masing-masing kotak dan tidak ada bilangan yang digunakan dua kali. Dia menghitung hasil kali dari tiga buah bilangan bulat pada setiap baris dan menuliskannya di sebelah kanan baris tersebut. Dia juga menghitung hasil kali dari tiga buah bilangan bulat pada setiap kolom dan menuliskannya di bawah kolom tersebut. Terakhir, ia menghapus semua bilangan dalam sembilan kotak tersebut. Manakah bilangan bulat yang terletak pada kotak yang ditandai N ?

			56
			135
	N		48
21	108	160	

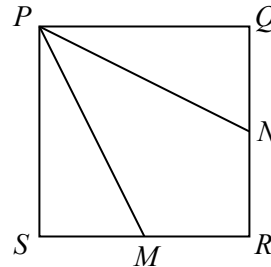
- (A) 3 (B) 8 (C) 9
(D) 6 (E) 4

16. Titik-titik P dan Q merupakan dua koordinat berbeda pada bidang xy . Ada berapa banyak posisi berbeda untuk titik ketiga, R yang dapat diletakkan pada bidang xy sehingga $PQ = QR = PR$?

(A) 6 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

17. Pada gambar berikut, persegi $PQRS$ memiliki panjang sisi 2. Titik-titik M dan N secara berurutan merupakan titik tengah garis SR dan RQ . Nilai dari $\cos(\angle MPN)$ adalah

(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
 (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



18. Diketahui bilangan-bilangan bulat positif m and n dengan $\sqrt{7 + \sqrt{48}} = m + \sqrt{n}$. Nilai dari $m^2 + n^2$ adalah

(A) 37 (B) 25 (C) 58 (D) 29 (E) 13

19. Ketika Radford dan Peter mengikuti lomba lari, kecepatan mereka berdua konstan. Radford memulai lomba 30 m di depan Peter. Setelah 3 menit, Peter sudah berada 18 m di depan Radford. Peter memenangkan perlombaan tepat 7 menit setelah perlombaan mulai. Seberapa jauh jarak antara Radford dan garis akhir ketika Peter menang?

(A) 16 m (B) 64 m (C) 48 m (D) 82 m (E) 84 m

20. Tentukan banyaknya bilangan bulat x yang memenuhi $(x - 2)(x - 4)(x - 6) \cdots (x - 2016)(x - 2018) \leq 0$ (Hasil kali pada bagian kiri pertidaksamaan terdiri dari 1009 faktor dengan bentuk $x - 2k$ untuk bilangan bulat k dengan $1 \leq k \leq 1009$)!

(A) 1009 (B) 1010 (C) 1514 (D) 1515 (E) 1513

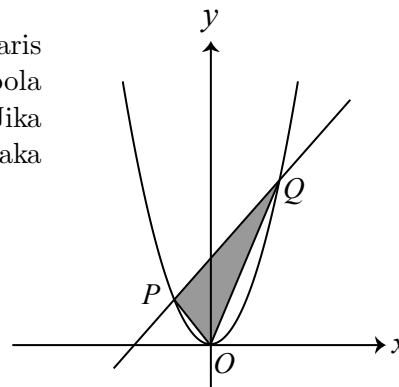
Bagian C: Setiap jawaban yang benar bernilai 8 poin.

21. Diberikan sebuah barisan dengan 2018 suku $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2017}, a_{2018}$. Suku pertama $a_1 = x$ dan suku ketiga $a_3 = y$. Suku dari barisan tersebut mempunyai sifat bahwa setiap suku setelah suku pertama adalah 1 kurangnya dari jumlah suku sebelum dan setelahnya. Dengan kata lain, ketika $n \geq 1$, $a_{n+1} = a_n + a_{n+2} - 1$. Jumlah 2018 suku pada baris tersebut adalah

(A) $-x - 2y + 2023$ (B) $3x - 2y + 2017$ (C) y
 (D) $x + y - 1$ (E) $2x + y + 2015$

22. Perhatikan gambar berikut. Misalkan $k > 0$ dan garis pada persamaan $y = 3kx + 4k^2$ memotong parabola dengan persamaan $y = x^2$ pada titik-titik P dan Q . Jika O merupakan titik asal dan luas $\triangle OPQ$ adalah 80, maka gradien garis tersebut adalah

(A) 4 (B) 3 (C) $\frac{15}{4}$
 (D) 6 (E) $\frac{21}{4}$



23. Misalkan bilangan-bilangan bulat a , b dan c memenuhi $(x-a)(x-6)+3 = (x+b)(x+c)$ untuk semua bilangan riil x . Jumlah dari semua kemungkinan bilangan b adalah
(A) -12 **(B)** -24 **(C)** -14 **(D)** -8 **(E)** -16
24. Wayne memiliki 3 ember hijau, 3 ember merah, 3 ember biru, dan 3 ember kuning. Secara acak, ia meletakkan empat buah keping hockey pada ketiga ember hijau, dengan kata lain kemungkinan meletakkan kepingan pada setiap ember hijau. Dengan cara yang sama, ia meletakkan tiga kepingan pada ember merah, 2 kepingan pada ember biru, dan 1 kepingan pada ember kuning. Tentukan peluang bahwa sebuah ember hijau memiliki lebih banyak kepingan dari sebelas ember lainnya!
(A) $\frac{97}{243}$ **(B)** $\frac{89}{243}$ **(C)** $\frac{93}{243}$ **(D)** $\frac{95}{243}$ **(E)** $\frac{91}{243}$
25. Untuk setiap digit positif D dan bilangan bulat positif k , kita gunakan simbol $D_{(k)}$ untuk melambangkan bilangan bulat positif yang mempunyai tepat k digit, masing-masing bernilai D . Sebagai contoh, $2_{(1)} = 2$ dan $3_{(4)} = 3333$. Terdapat sebanyak N kombinasi beranggotakan empat angka (P, Q, R, k) dengan digit-digit positif P, Q dan R , serta bilangan bulat positif k dengan $k \leq 2018$, dan memenuhi $P_{(2k)} - Q_{(k)} = (R_{(k)})^2$. Jumlah digit dari N adalah
(A) 10 **(B)** 9 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 13



**The CENTRE for EDUCATION
in MATHEMATICS and COMPUTING**

cemc.uwaterloo.ca

Kepada peserta...

Terima kasih telah mengikuti Kompetisi 2018 Fermat! Setiap tahunnya, lebih dari 220 000 peserta yang berasal lebih dari 60 negara mendaftar untuk mengikuti kompetisi-kompetisi yang diadakan CEMC.

Kunjungi situs kami di cemc.uwaterloo.ca untuk mendapatkan:

- Soal-soal kompetisi yang lalu
- Video Math Circles dan rangkuman yang akan membantu anda dalam mempelajari matematika dan mempersiapkan diri anda untuk kompetisi yang akan datang
- Informasi tentang karir dan aplikasi matematika dan ilmu komputer

Kepada guru...

Kunjungi situs READI Project di uwaterloo.ca/readi untuk:

- Mendaftarkan kegiatan School Visit
- Mendapatkan langganan gratis Problem of the Week (Tantangan mingguan) versi Bahasa Indonesia & Bahasa Inggris

Kunjungi situs kami di cemc.uwaterloo.ca untuk:

- Mendaftarkan murid-murid anda untuk Fryer, Galois and Hypatia Contests yang diadakan pada bulan April mendatang
- Melihat materi pelajaran online untuk siswa Sekolah Menengah Atas yang kami sediakan secara cuma-cuma
- Mengetahui workshop yang kami adakan dan materi-materi di situs kami
- Mendapatkan langganan gratis Problem of the Week (tantangan mingguan)
- Mencari tahu tentang program online Magister Matematika khusus untuk para guru
- Mengetahui hasil kompetisi sekolah anda