



Solutions Concours Gauss 2004 - 8^e année (Secondaire II)

Partie A

1. 25 % de 2004 est égal à $\frac{1}{4}$ de 2004, soit 501.

RÉPONSE : (B)

2. On utilise un dénominateur commun : $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} - \frac{5}{8}$
 $= \frac{5}{8}$

RÉPONSE : (C)

3. On a : $800\,670 = 800\,000 + 600 + 70$
 $= 8 \times 10^5 + 6 \times 10^2 + 7 \times 10^1$
 Donc $x = 5$, $y = 2$ et $z = 1$, d'où $x + y + z = 8$.

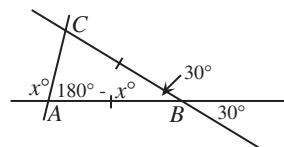
RÉPONSE : (B)

4. On écrit le membre de droite sous forme de fraction : $604 + \frac{\square}{13} = \frac{7852}{13} + \frac{\square}{13}$
 $= \frac{7852 + \square}{13}$

On a donc $7863 = \frac{7852 + \square}{13}$, d'où $\square = 11$.

RÉPONSE : (A)

5. Puisque les angles ABC et XBY sont opposés par le sommet, alors $\angle ABC = \angle XBY = 30^\circ$.
 Dans le triangle isocèle ABC , la somme des mesures des deux autres angles est égale à 150° .
 Puisque le triangle est isocèle, $\angle BAC = \angle BCA = 75^\circ$.
 Donc $x^\circ = 180^\circ - 75^\circ$, d'où $x = 105$.



RÉPONSE : (D)

6. Puisque chaque petit triangle équilatéral a un périmètre de 6 cm, ses côtés ont une longueur de 2 cm. Chaque côté du triangle ABC est formé de trois petits côtés. Le triangle ABC a donc des côtés de 6 cm et un périmètre de 18 cm.

RÉPONSE : (A)



Concours Gauss 2004 - 8^e année (Secondaire 11)

Solutions

7. Si $x = -4$ et $y = 4$, alors :

$$\frac{x}{y} = \frac{-4}{4}$$

$$= -1$$

$$y - 1 = 4 - 1$$

$$= 3$$

$$x - 1 = -4 - 1$$

$$= -5$$

$$-xy = -(-4)(4)$$

$$= 16$$

$$x + y = -4 + 4$$

$$= 0$$

L'expression $-xy$ a la plus grande valeur.

RÉPONSE : (D)

8. Lorsqu'on lance deux pièces de monnaie en même temps, il y a quatre résultats possibles, soit FACE et FACE, FACE et PILE, PILE et FACE, PILE et PILE. Ils sont équiprobables. Si on veut que les deux pièces tombent FACE, il y a un résultat favorable sur quatre. La probabilité est égale à $\frac{1}{4}$.

RÉPONSE : (E)

9. La surface de l'eau est à une élévation de +180 m, tandis que le point le plus bas sur le fond du lac est à une élévation de -220 m. La profondeur du lac à cet endroit est égale à $180 - (-220)$ ou 400 m.

RÉPONSE : (D)

10. On construit un tableau donnant les entiers dont la somme est 11, ainsi que leur produit.

Premier entier	Deuxième entier	Produit
1	10	10
2	9	18
3	8	24
4	7	28
5	6	30

Le plus grand produit possible est égal à 30.

RÉPONSE : (E)

Partie B

11. Puisque Sarah marche à une vitesse constante de 5 km/h, elle parcourt 1 km en 12 minutes. Elle parcourt donc 0,5 km en 6 minutes. Elle met donc 18 minutes pour parcourir 1,5 km.

RÉPONSE : (C)

12. On a $\sqrt{36} = 6$ et $5^2 = 25$. Les cinq nombres, dans l'ordre donné, sont 6; 35,2; 35,19 et 25.

Si on les places en ordre croissant, on obtient 6, 25, 35,19 et 35,2 ou $\sqrt{36}$, 5^2 , 35,19 et 35,2.

RÉPONSE : (D)



Solutions

Concours Gauss 2004 - 8^e année (Secondaire II)

13. On numérote les arbres de 1 à 13, en commençant près de la maison et en finissant près de l'école. En se rendant à l'école, Trina fait une marque sur les arbres 1, 3, 5, 7, 9, 11 et 13. En revenant à la maison, elle fait une marque sur les arbres 13, 10, 7, 4 et 1. Les arbres 2, 6, 8 et 12 n'ont pas reçu une marque de craie.

RÉPONSE : (B)

14. Le prisme est formé de 12 petits cubes. On peut voir 10 de ces 12 cubes. Un des deux cubes cachés est blanc et l'autre est noir. Chaque morceau de bois est formé de quatre cubes. Le quatrième cube blanc doit donc être situé à l'arrière, au milieu de la rangée du bas. Le quatrième cube noir est donc situé en bas, à l'arrière, dans la position la plus à gauche. On voit que le cube noir en haut, à l'arrière gauche, est collé à chacun des trois autres cubes noirs. Le morceau noir a donc la forme de la pièce (A). (Seule la pièce (A) a un cube qui est collé à chacun des trois autres cubes qui la forment.)

RÉPONSE : (A)

15. Le solide ombré est un prisme à base rectangulaire, de dimensions 4 sur 6 sur 5, dont on a enlevé un petit prisme de dimensions 4 sur 2 sur 1. Le grand prisme a un volume de 120 et le petit prisme a un volume de 8. Le solide ombré a donc un volume de 112.

RÉPONSE : (B)

16. On a $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$. Puisque le nombre est divisible par 8, par 12 et par 18, il doit être divisible par 2^3 et par 3^2 , c'est-à-dire par $2^3 \times 3^2$ ou 72. On cherche un nombre de deux chiffres qui est divisible par 72. Ce nombre doit être 72, car tout autre multiple aurait plus de deux chiffres. Ce nombre est situé entre 60 et 79.

RÉPONSE : (D)

17. On sait que $2^3 = 8$. Puisque $2^a = 8$, alors $a = 3$. L'équation $a = 3c$ devient donc $3 = 3c$. Donc $c = 1$.

RÉPONSE : (C)

18. Puisque l'étendue reste la même, on ne peut enlever la première ou la dernière note, car elles ne paraissent qu'une fois chacune. On n'enlève donc pas le 6 ou le 10. Puisque le mode reste le même, on ne peut enlever la note la plus fréquente, soit le 8. On doit donc enlever un 7 ou un 9. Pour augmenter la moyenne, on doit enlever la note la plus basse des deux, soit le 7. (On aurait pu calculer la moyenne initiale, soit 7,875. Si on enlève un 7, la moyenne devient 8. Si on enlève le 9, la moyenne devient 7,714.)

RÉPONSE : (B)

19. Puisque le mot LAC a une valeur de 8 et que le mot CAS a une valeur de 12, la lettre S vaut 4 de plus que la lettre L. Le mot BAS vaut donc 4 de plus que le mot BAL. Le mot BAS a donc une valeur de 10.

RÉPONSE : (A)

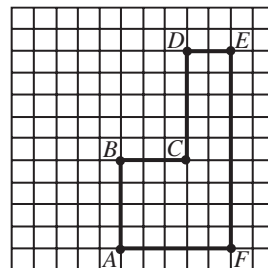
20. AE est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 5 et 9.

On a donc $AE^2 = 5^2 + 9^2$, d'où $AE = \sqrt{106}$ ou $AE \approx 10,30$.

CF est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 2 et 4.

On a donc $CF^2 = 2^2 + 4^2$, d'où $CF = \sqrt{20}$ ou $CF \approx 4,47$.

AC est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 3 et 4.



On a donc $AC^2 = 3^2 + 4^2$, d'où $AC = 5$.

FD est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 2 et 9.

On a donc $FD^2 = 2^2 + 9^2$, d'où $FD = \sqrt{85}$ ou $FD \approx 9,22$.

CE est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant des cathètes de longueurs 2 et 5.

On a donc $CE^2 = 2^2 + 5^2$, d'où $CE = \sqrt{29}$ ou $CE \approx 5,39$.

On a $AE \approx 10,30$, $CD + CF \approx 9,47$, $AC + CF \approx 9,47$, $FD \approx 9,22$ et $AC + CE \approx 10,39$.

L'expression $AC + CE$ a la plus grande valeur.

RÉPONSE : (E)

Partie C

21. L'échelle est égale au rapport de la distance sur la carte à la distance réelle. Le rapport est donc égal à 21 cm : 1050 km. L'échelle est égale à

21 cm : 1 050 000 m, c'est-à-dire à 21 cm : 105 000 000 cm ou 1 : 5 000 000.

RÉPONSE : (E)

22. *Solution 1*

Lorsqu'on cesse de verser, on a déversé $\frac{1}{4}$ du contenu de la bouteille dans le verre. Cette quantité

d'eau correspond à $\frac{3}{4}$ de la capacité du verre. La capacité de la bouteille est donc 3 fois celle du verre. Puisque la bouteille a une capacité de 1,5 L, le verre a une capacité de 0,5 L.

Solution 2

Lorsqu'on cesse de verser, on a déversé $\frac{1}{4}$ de 1,5 L, soit 0,375 L d'eau dans le verre. Cette quantité

d'eau correspond à $\frac{3}{4}$ de la capacité du verre. Donc $\frac{1}{4}$ de la capacité du verre correspond à 0,125 L.

La capacité du verre est égale à $4 \times 0,125$ L ou 0,5 L.

RÉPONSE : (A)

23. D'après la figure, on a $BE = AD$ et $AE = CD$.

Donc $AD + CD = BE + AE$, d'où $AC = AB$.

Le triangle ABC est donc isocèle.

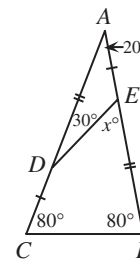
Donc $\angle ACB = \angle ABC = 80^\circ$ et

$\angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB$, d'où $\angle BAC = 20^\circ$.

Dans le triangle AED , on a $\angle AED = 180^\circ - \angle ADE - \angle EAD$ ou

$\angle AED = 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ$, d'où $\angle AED = 130^\circ$.

Puisque $x^\circ = 180^\circ - \angle AED$, on a donc $x^\circ = 50^\circ$ ou $x = 50$.



RÉPONSE : (C)



Solutions

Concours Gauss 2004 - 8^e année (Secondaire II)

24. Puisque x est le nombre ABC , alors $x = 100A + 10B + C$.

Puisque y est le nombre CBA , alors $y = 100C + 10B + A$.

Puisque $x - y = 495$, alors :

$$(100A + 10B + C) - (100C + 10B + A) = 495$$

$$99A - 99C = 495$$

$$99(A - C) = 495$$

$$A - C = 5$$

Il n'y a donc aucune restriction par rapport à B . B peut donc prendre n'importe quelle des 10 valeurs de 0 à 9. Pour chacune de ces valeurs, A et C peuvent prendre les valeurs respectives 6 et 1, 7 et 2, 8 et 3 ou 9 et 4. (Par exemple, $873 - 378 = 495$.)

Il y a donc 40 valeurs possibles de x .

RÉPONSE : (B)

25. On considère que le grand bloc est formé de n étages ayant chacun 11 rangées et 10 colonnes.

Chaque étage contient donc 110 cellules mesurant 1 sur 1 sur 1.

On considère d'abord les positions du petit bloc, mesurant 2 sur 1 sur 1, pour lesquelles le bloc est couché en position horizontale, occupant deux cellules adjacentes sur le même étage. Sur chaque étage, il y a 9 positions possibles par rangée (occupant les cellules 1 et 2, ou 2 et 3, ou 3 et 4, ainsi de suite jusqu'à 9 et 10). Sur chaque étage, il y a aussi 10 positions possibles par colonne (occupant les cellules 1 et 2, ou 2 et 3, ou 3 et 4, ainsi de suite jusqu'à 10 et 11). Sur chaque étage, il y a donc un total de $11 \times 9 + 10 \times 10$ ou 199 positions possibles pour le petit bloc. Puisqu'il y a n étages, il y a $199n$ positions horizontales pour le petit bloc.

On considère maintenant les positions du petit bloc pour lesquelles le bloc est à la verticale, occupant une cellule sur un étage et une cellule sur un étage adjacent. Puisque chaque étage contient 110 cellules, il y a donc 110 positions possibles pour le petit bloc par paire d'étages adjacents. Or il y a $n - 1$ paires d'étages adjacents. Il y a donc $110(n - 1)$ positions verticales pour le petit bloc.

En tout, il y a 2362 positions différentes pour le petit bloc. Donc :

$$199n + 110(n - 1) = 2362$$

$$309n - 110 = 2362$$

$$309n = 2472$$

$$n = 8$$

RÉPONSE : (B)





