



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

2004 Solutions

Concours Gauss

(7^e et 8^e années – Sec. I et II au Québec)

Avec la
contribution de :



**Samson Bélair
Deloitte
& Touche**
Comptables agréés

Avec la
participation de :



Institut canadien
des actuaires



Great West Life
and London Life



Sybase
Inc. (Waterloo)

iAnywhere
A SYBASE COMPANY
iAnywhere Solutions



Organisation du concours

Solutions Gauss 2004

Comité exécutif	Barry Ferguson (Directeur), Peter Crippin, Ian VanderBurgh
Directeur des Operations	Barry Ferguson, University of Waterloo
Ordinatique	Steve Breen, University of Waterloo Matthew Oliver, University of Waterloo
Compilateurs du rapport du Concours Gauss	Lloyd Auckland, University of Waterloo Barry Ferguson, University of Waterloo Kim Schnarr, University of Waterloo
Documentation	Linda Schmidt, University of Waterloo
Publications	Linda Schmidt, University of Waterloo
Version française	André Ladouceur, (retired), Ottawa Gérard Proulx, Collège catholique Franco-Ouest, Ottawa
Adjoints à la technique	Joanne Kursikowski, Kim Schnarr
Comité de validation	Ed Anderson, University of Waterloo, Waterloo John Barsby, St. John's-Ravenscourt School, Winnipeg Jean Collins, (retired), Thornhill Tom Griffiths (retired), London Frank Rachich (retired), Woodstock

Comité Gauss

Solutions Gauss 2004

Mark Bredin (Chair) St. John's-Ravenscourt School Winnipeg, Manitoba	Joanne Halpern Toronto, Ontario	Paul Ottaway Halifax, Nova Scotia
Richard Auckland New Sarum Public School St. Thomas, Ontario	David Matthews University of Waterloo Waterloo, Ontario	Patricia Tinholt Valley Park Middle School Don Mills, Ontario
Sandy Emms Jones (Assoc. Chair) Forest Heights C.I. Kitchener, Ontario	John Grant McLoughlin University of New Brunswick Fredericton, New Brunswick	Sue Trew Holy Name of Mary S.S. Mississauga, Ontario
Kevin Grady Cobden Dist. Public School Cobden, Ontario		



Solutions

Concours Gauss 2004 - 7^e année (Secondaire I)

Partie A

1. On simplifie :
$$\frac{10 + 20 + 30 + 40}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

RÉPONSE : (C)

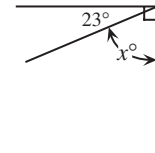
2. On utilise un dénominateur commun :
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

RÉPONSE : (A)

3. Sept mille vingt-deux est égal à $7000 + 22$ ou 7022 .

RÉPONSE : (D)

4. D'après la figure, on a $23^\circ + x^\circ = 90^\circ$. Donc $x^\circ = 67^\circ$ ou $x = 67$.



RÉPONSE : (C)

5. Puisque Sabine avait 7 ans il y a cinq ans, elle a 12 ans aujourd'hui. Dans deux ans, elle aura 14 ans.

RÉPONSE : (B)

6. Sylvain obtient 5 points récompense par tranche de 25 \$ qu'il dépense. Puisque $200 \div 25 = 8$, il y a 8 tranches de 25 \$. Il obtient donc 5×8 ou 40 points récompense.

RÉPONSE : (C)

7. Solution 1

Les fractions simplifiées sont $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{6}$ et $\frac{4}{5}$. Il leur manque respectivement $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{5}$ pour compléter une unité. La plus petite de ces fractions est $\frac{1}{9}$. La plus grande des fractions données est donc $\frac{8}{9}$, puisqu'il lui manque le moins pour compléter une unité.

Solution 2

On utilise une calculatrice pour obtenir $\frac{8}{9} = 0,888\dots$, $\frac{7}{8} = 0,875$, $\frac{66}{77} = 0,857\dots$, $\frac{55}{66} = 0,833\dots$ et $\frac{4}{5} = 0,8$. La plus grande fraction est donc $\frac{8}{9}$.

RÉPONSE : (A)

8. Il y a 6 boules dans la boîte. Cinq des boules ne sont pas grises. La probabilité de choisir une boule qui n'est pas grise est donc égale à $\frac{5}{6}$.

RÉPONSE : (E)



Concours Gauss 2004 - 7^e année (Secondaire I)

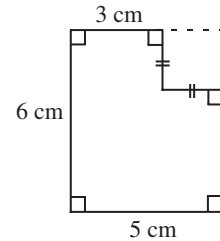
Solutions

9. D'après la 2^e colonne, on a $19 + 15 + 11 = 45$. La somme des nombres dans chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale est donc égale à 45. Dans la 1^{re} ligne, on a $14 + 19 = 33$. Le 3^e nombre de cette ligne est donc 12. Dans une des diagonales, on a $x + 15 + 12 = 45$, d'où $x = 18$.

RÉPONSE : (E)

10. Solution 1

Si on complétait la figure pour former un rectangle, le rectangle et la figure initiale auraient le même périmètre. Le périmètre est donc égal à $2 \times 5 + 2 \times 6$ ou 22 cm.

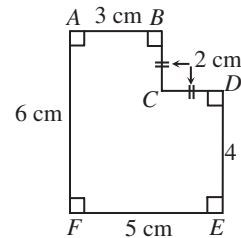


Solution 2

Puisque la figure a une largeur de 5 cm, alors $AB + CD = 5$ cm, d'où $CD = BC = 2$ cm.

Puisque la figure a une hauteur de 6 cm, alors $BC + DE = 6$ cm, d'où $DE = 4$ cm.

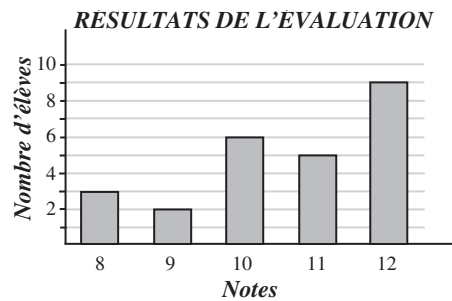
Le périmètre est égal à $3 + 2 + 2 + 4 + 5 + 6$ ou 22 cm.



RÉPONSE : (E)

Partie B

11. On écrit les 25 résultats en ordre croissant 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12. Le résultat du milieu est le 13^e, soit 11. La note médiane est 11.



RÉPONSE : (D)

12. Le changement d'élévation entre les deux lacs est égal à $174,28 - 75,00$ ou 99,28 m. Puisque le navire met 8 heures pour effectuer ce changement, son changement d'élévation moyen par heure est

égal à $\frac{99,28 \text{ m}}{8 \text{ h}}$ ou 12,41 m/h.

RÉPONSE : (A)

13. On construit un tableau donnant les entiers dont la somme est 11, ainsi que leur produit.

Premier entier	Deuxième entier	Produit
1	10	10
2	9	18
3	8	24
4	7	28
5	6	30

Le plus grand produit possible est égal à 30.

RÉPONSE : (E)

14. On a $3^2 = 9$ et $3^3 = 27$. Les entiers pairs situés entre 9 et 27 sont 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 et 26. Il y en a neuf.

RÉPONSE : (A)

15. Si $P = 1000$ et $Q = 0,01$, alors :

$$P + Q = 1000 + 0,01 \\ = 1000,01$$

$$P \times Q = 1000 \times 0,01 \\ = 10$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{1000}{0,01} \\ = 100\,000$$

$$\frac{Q}{P} = \frac{0,01}{1000} \\ = 0,000\,01$$

$$P - Q = 1000 - 0,01 \\ = 999,99$$

L'expression $\frac{P}{Q}$ donne le plus grand résultat.

RÉPONSE : (C)

16. Le volume de la boîte est égal à $40 \times 60 \times 80$ ou $192\,000 \text{ cm}^3$.
Le volume de chaque bloc est égal à $20 \times 30 \times 40$ ou $24\,000 \text{ cm}^3$.

Le nombre maximum de blocs que l'on peut placer dans la boîte est égal à $\frac{192\,000}{24\,000}$ ou 8.

Or il est possible de placer 8 blocs dans la boîte. Voyez-vous comment?

RÉPONSE : (D)

17. Le rapport du volume de farine au volume de shortening est de 5 : 1.

Puisque Katie utilise $\frac{2}{3}$ de tasse de shortening, elle doit utiliser $5 \times \frac{2}{3}$ tasses de farine pour conserver

le même rapport. Cela donne $\frac{10}{3}$ ou $3\frac{1}{3}$ tasses de farine.

RÉPONSE : (B)



Concours Gauss 2004 - 7^e année (Secondaire I)

Solutions

18. Le prisme est formé de 12 petits cubes. On peut voir 10 de ces 12 cubes. Un des deux cubes cachés est blanc et l'autre est noir. Chaque morceau de bois est formé de quatre cubes. Le quatrième cube blanc doit donc être situé à l'arrière, au milieu de la rangée du bas. Le quatrième cube noir est donc situé en bas, à l'arrière, dans la position la plus à gauche. On voit que le cube noir en haut, à l'arrière gauche, est collé à chacun des trois autres cubes noirs. Le morceau noir a donc la forme de la pièce (A). (Seule la pièce (A) a un cube qui est collé à chacun des trois autres cubes qui la forment.)

RÉPONSE : (A)

19. On a $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$. Puisque le nombre est divisible par 8, par 12 et par 18, il doit être divisible par 2^3 et par 3^2 , c'est-à-dire par $2^3 \times 3^2$ ou 72. On cherche un nombre de deux chiffres qui est divisible par 72. Ce nombre doit être 72, car tout autre multiple aurait plus de deux chiffres. Ce nombre est situé entre 60 et 79.

RÉPONSE : (D)

20. Solution 1

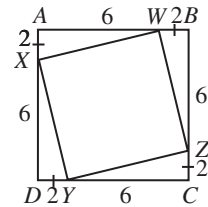
Puisque le carré $ABCD$ a une aire de 64, ses côtés ont une longueur de 8.

Puisque $AX = BW = CZ = DY = 2$, alors $AW = BZ = CY = DX = 6$.

Chacun des triangles XAW , WBZ , ZCY et YDX est rectangle avec des cathètes (les côtés qui forment l'angle droit) de longueurs 2 et 6.

Chacun de ces triangles a une aire de $\frac{1}{2}(2)(6)$ ou 6.

L'aire du carré $WXYZ$ est égale à l'aire du carré $ABCD$ moins l'aire des quatre triangles, soit $64 - 4(6)$ ou 40.



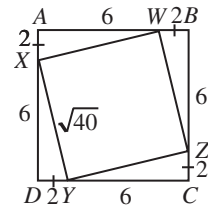
Solution 2

Puisque le carré $ABCD$ a une aire de 64, ses côtés ont une longueur de 8.

Puisque $AX = BW = CZ = DY = 2$, alors $AW = BZ = CY = DX = 6$.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AXW , on a

$XW^2 = 2^2 + 6^2$ ou $XW^2 = 40$. Or l'aire du carré $WXYZ$ est égale à XW^2 . Elle est donc égale à 40.



RÉPONSE : (D)

Partie C

21. Dans la figure, la dimension horizontale sera appelée la longueur et la dimension verticale sera appelée la largeur.

Puisque la salle de séjour est carrée et qu'elle a une aire de 16 m^2 , elle a une largeur de 4 m et une longueur de 4 m.

Puisque la buanderie est carrée et qu'elle a une aire de 4 m^2 , elle a une largeur de 2 m et une longueur de 2 m.

Puisque la salle à manger a la même largeur que la salle de séjour, soit 4 m, et une aire de 24 m^2 , elle a une longueur de 6 m.

Le rez-de-chaussée a donc une longueur de 10 m. Puisque la buanderie a une longueur de 2 m, la cuisine a donc une longueur de 8 m. Puisque la cuisine a la même largeur que la buanderie, soit 2 m, la cuisine a une largeur de 2 m. Elle a donc une aire de 16 m^2 .

RÉPONSE : (B)



Solutions

Concours Gauss 2004 - 7^e année (Secondaire I)

22. On peut voir, en comparant les deux énoncés, que trois petits verres de jus correspondent à deux grands verres de jus. (Entre les deux énoncés, le nombre de petits verres a diminué de 3 et le nombre de grands verres a augmenté de 2.)

Dans le premier énoncé, on peut donc remplacer les 9 petits verres par 6 grands verres, ce qui veut dire qu'avec un pot rempli à pleine capacité, on peut remplir un total de $6 + 4$ ou 10 grands verres.

RÉPONSE : (C)

23. Magalie passe 40 minutes, soit $\frac{2}{3}$ d'une heure, sur les rues de la ville à une vitesse moyenne de 45 km/h. La distance parcourue sur ces rues est donc égale à $\frac{2}{3}$ de 45 km, soit 30 km.

La distance parcourue sur la route est donc égale à $59 \text{ km} - 30 \text{ km}$ ou 29 km.

Puisqu'elle parcourt 29 km en 20 minutes, elle parcourt $3 \times 29 \text{ km}$ ou 87 km en 60 minutes.

Sa vitesse sur la route est donc de 87 km/h.

RÉPONSE : (C)

24. On se penche sur le nombre possible de médailles d'argent, en commençant par 8 médailles.

Peut-elle avoir remporté 8 médailles d'argent? Cela lui donnerait 24 points en 8 épreuves. Or elle a obtenu 27 points en 8 épreuves. Ce cas est impossible.

Peut-elle avoir remporté 7 médailles d'argent? Cela lui donnerait 21 points en 7 épreuves. Cela veut dire qu'elle a remporté 6 points dans sa 8^e épreuve. Or il est impossible de remporter plus de 5 points par épreuve. Ce cas est impossible.

Peut-elle avoir remporté 6 médailles d'argent? Celui donnerait 18 points en 6 épreuves. Cela veut dire qu'elle a remporté 9 points dans les 2 autres épreuves, ce qui est impossible en remportant des médailles d'or ou de bronze ($5 + 5 = 10$, $5 + 1 = 6$ et $1 + 1 = 2$). Ce cas est impossible.

Peut-elle avoir remporté 5 médailles d'argent? Celui donnerait 15 points en 5 épreuves. Cela veut dire qu'elle a remporté 12 points dans les 3 autres épreuves, ce qui est impossible en remportant des médailles d'or ou de bronze ($5 + 5 + 5 = 15$, $5 + 5 + 1 = 11$, $5 + 1 + 1 = 7$, $1 + 1 + 1 = 3$). Ce cas est impossible.

Peut-elle avoir remporté 4 médailles d'argent? Celui donnerait 12 points en 4 épreuves. Cela veut dire qu'elle a remporté 15 points dans les 4 autres épreuves. Cette situation est possible. Elle peut avoir remporté 3 médailles d'or et aucune médaille de bronze. (Puisqu'il y a six candidats et trois médailles, certains candidats ne gagnent aucune médaille.)

La candidate a donc pu remporter un maximum de 4 médailles d'argent.

RÉPONSE : (D)

25. *Solution 1*

On considère d'abord un quadrillage de 2 colonnes et 10 rangées. Il y a 10 positions horizontales pour le domino, soit une position par rangée. Il y a 18 positions verticales, soit 9 par colonne. Il y a donc un total de 28 positions en tout.

Si on ajoute une colonne, combien de nouvelles positions sont ajoutées? On ajoute 9 positions verticales. On ajoute aussi 10 positions horizontales, soit une par rangée. Chacune occupe une case de la 3^e colonne et une case de la 2^e colonne. On a donc ajouté 19 nouvelles positions.

Combien de fois faut-il ajouter 19 à 28 pour obtenir 2004? En d'autres mots si on divise $2004 - 28$, ou 1976, par 19, quel est le quotient? On a $1976 \div 19 = 104$. Il faut donc ajouter 104 colonnes aux deux premières pour un total de 106 colonnes.



Concours Gauss 2004 - 7^e année (Secondaire I)

Solutions

Solution 2

Soit n le nombre de colonnes.

Dans chaque colonne, il y a 9 positions verticales pour le domino. (Il peut recouvrir les cases 1 et 2, les cases 2 et 3, les cases 3 et 4, ainsi de suite jusqu'aux cases 9 et 10.)

Puisqu'il y a n colonnes, il y a un total de $9n$ positions verticales.

Dans chaque rangée, il y a $n - 1$ positions horizontales pour le domino. (Il peut recouvrir les cases 1 et 2, les cases 2 et 3, les cases 3 et 4, ainsi de suite jusqu'aux cases $n - 1$ et n .)

Puisqu'il y a 10 rangées, il y a un total de $10(n - 1)$ positions horizontales.

Le nombre total de positions est donc égal à $9n + 10(n - 1)$ ou $19n - 10$.

On veut que ce nombre soit égal à 2004. On a donc $19n - 10 = 2004$, d'où $19n = 2014$ ou $n = 106$.

Il y a 106 colonnes.

RÉPONSE : (B)