

## Concours Gauss 8<sup>e</sup>

### Partie A

1. La valeur de  $2^5 + 5$  est :  
 (A) 20                      (B) 37                      (C) 11                      (D) 13                      (E) 21

*Solution*

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 5 = 37$$

RÉPONSE : (B)

2. On place un nombre dans la case pour que l'égalité soit vraie :  $8 + \frac{7}{\square} + \frac{3}{1000} = 8,073$

Quel nombre a-t-on placé?

- (A) 1000                      (B) 100                      (C) 1                      (D) 10                      (E) 70

*Solution*

Puisque  $8,073 = 8 + \frac{0}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1000}$ , le nombre est 100.

RÉPONSE : (B)

3. La valeur de  $\frac{5+4-3}{5+4+3}$  est :  
 (A) -1                      (B)  $\frac{1}{3}$                       (C) 2                      (D)  $\frac{1}{2}$                       (E)  $-\frac{1}{2}$

*Solution*

$$\frac{5+4-3}{5+4+3} = \frac{6}{12} \text{ ou } \frac{1}{2}$$

RÉPONSE : (D)

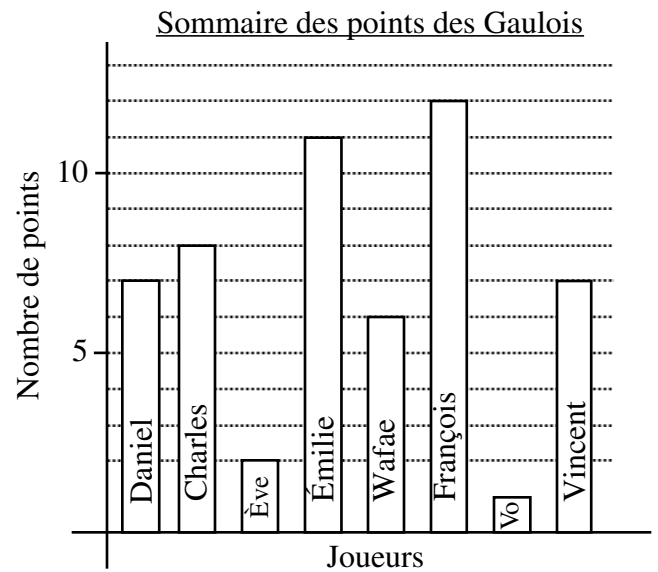
4. Dans l'addition illustrée, on peut placer un chiffre dans chacune des deux cases. Il peut s'agir de deux chiffres différents ou identiques. Quelle est la somme de ces deux chiffres?
- $$\begin{array}{r} 863 \\ \square 91 \\ 7\square 8 \\ \hline 2182 \end{array}$$
- (A) 9                      (B) 11                      (C) 13  
 (D) 3                      (E) 7

*Solution*

On additionne la colonne des unités pour obtenir  $3+1+8=12$ . On a donc 1 dizaine qui s'ajoute à la colonne des dizaines, puisque  $12=1 \times 10+2$ . On additionne les dizaines pour obtenir  $1+6+9+\mathbf{0}=18$ . La case contient donc un 2 et on a donc 1 centaine qui s'ajoute à la colonne des centaines. On additionne les centaines pour obtenir  $1+8+\mathbf{0}+7=21$ . La case contient donc un 5. Les deux chiffres dans les cases sont 2 et 5 et leur somme est 7.

RÉPONSE : (E)

5. Le graphique représente le sommaire des points comptés par l'équipe des Gaulois dans leur dernière partie de basket-ball intra-muros. Le nombre total de points comptés par l'équipe est égal à :
- (A) 54                      (B) 8                      (C) 12  
 (D) 58                      (E) 46



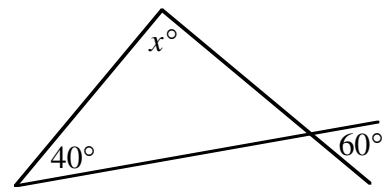
*Solution*

Voici les points comptés par chacun : Daniel, 7; Charles, 8; Ève, 2; Émilie, 11; Wafae, 6; François, 12; Vo, 1; Vincent, 7.

Le nombre total de points est égal à  $7 + 8 + 2 + 11 + 6 + 12 + 1 + 7$ , ou 54.

RÉPONSE : (A)

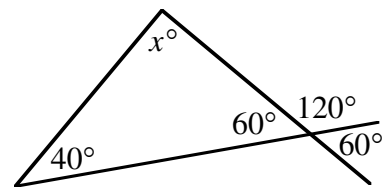
6. Quelle est la valeur de  $x$  dans le diagramme?
- (A) 20                      (B) 80                      (C) 100  
 (D) 120                      (E) 60



*Solution*

Le supplément de l'angle de  $60^\circ$  mesure  $120^\circ$  et l'angle opposé par le sommet mesure  $60^\circ$ , comme l'indique le diagramme.

Puisque la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ , on a  $x^\circ + 40^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ , d'où  $x = 80$ .



RÉPONSE : (B)

7. La bourse de Toronto a enregistré les changements suivants pendant la semaine.
- |          |      |
|----------|------|
| Lundi    | -150 |
| Mardi    | +106 |
| Mercredi | -47  |
| Jeudi    | +182 |
| Vendredi | -210 |

Quel est le changement net pour la semaine?

- (A) baisse de 119    (B) hausse de 119    (C) hausse de 91  
 (D) baisse de 91                      (E) hausse de 695

*Solution*

$$-150 + 106 - 47 + 182 - 210 = -119$$

Le changement net pour la semaine est donc une baisse de 119 points.

RÉPONSE : (A)

8. Si  $x * y = x + y^2$ , alors  $2 * 3$  est égal à :

(A) 8                      (B) 25                      (C) 11                      (D) 13                      (E) 7

*Solution*

$$2 * 3^2 = 2 + 3^2 \text{ ou } 11$$

RÉPONSE : (C)

9. Combien des cinq énoncés suivants sont justes?

i) (20 % de 40) = 8      ii)  $2^3 = 8$       iii)  $7 - 3 \times 2 = 8$       iv)  $3^2 - 1^2 = 8$       v)  $2(6 - 4)^2 = 8$   
 (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

*Solution*

i) Vrai : (20 % de 40) est égal à  $\frac{1}{5}$  de 40, ou 8.

ii) Vrai :  $2^3$  est égal à  $2 \times 2 \times 2$ , ou 8.

iii) Faux :  $7 - 3 \times 2$  est égal à  $7 - 6$ , ou 1.

iv) Vrai :  $3^2 - 1^2$  est égal à  $9 - 1$ , ou 8.

v) Vrai :  $2(6 - 4)^2$  est égal à  $2(2)^2$ , ou 8.

Quatre des énoncés sont justes.

RÉPONSE : (D)

10. Carl a vu son salaire réduit de 10 %. Plus tard, lors d'une promotion, son salaire a augmenté de 10 %. Au départ, son salaire était de 20 000 \$. Quel est son salaire actuel?

(A) 16 200 \$      (B) 19 800 \$      (C) 20 000 \$      (D) 20 500 \$      (E) 24 000 \$

*Solution*

Puisque Carl a vu son salaire réduit de 10 %, son salaire réduit était égal à  $(0,90) \times (20\,000)$ , ou 18 000 \$. Lors de la promotion, son salaire a augmenté de 10 %. Son salaire actuel est donc égal à  $(1,10) \times (18\,000)$ , ou 19 800 \$.

RÉPONSE : (B)

**Partie B**

11. On veut recouvrir de pierres de patio un jardin de forme rectangulaire mesurant 15 m sur 2 m. Si chaque pierre de patio mesure 0,5 m sur 0,5 m, combien en faudra-t-il pour recouvrir le jardin?

(A) 240                      (B) 180                      (C) 120                      (D) 60                      (E) 30

*Solution*

Le jardin a une aire de 30 m<sup>2</sup>.

Chaque pierre de patio a une aire de  $(0,5) \times (0,5)$ , ou 0,25 m<sup>2</sup>.

Il faut donc 4 pierres pour recouvrir chaque mètre carré.

Il faudra donc  $4 \times 30$ , ou 120 pierres pour recouvrir le jardin.

RÉPONSE : (C)

12. On additionne les nombres premiers entre 10 et 20 pour obtenir le nombre  $Q$ . Quel est le plus grand diviseur premier du nombre  $Q$ ?
- (A) 2                      (B) 3                      (C) 5                      (D) 7                      (E) 11

*Solution*

Les nombres premiers entre 10 et 20 sont 11, 13, 17 et 19.

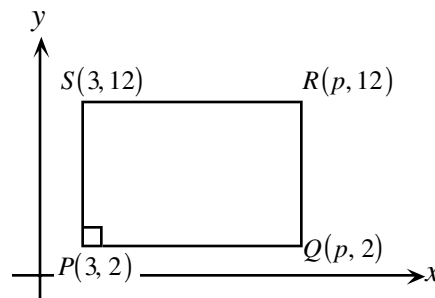
Donc  $Q = 11 + 13 + 17 + 19$ , ou 60.

En factorisation première,  $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ .

Le plus grand diviseur premier du nombre  $Q$  est donc 5.

RÉPONSE : (C)

13. Les coordonnées des sommets du rectangle  $PQRS$  sont indiquées dans le diagramme. Le rectangle  $PQRS$  a une aire de 120. La valeur de  $p$  est :
- (A) 10                      (B) 12                      (C) 13  
(D) 14                      (E) 15



*Solution 1*

On voit que le rectangle a une hauteur égale à  $12 - 2$ , ou 10 unités.

Puisque le rectangle a une aire de 120, il doit avoir une base de 12 unités, car  $12 \times 10 = 120$ .

Donc  $p$  est égal à  $3 + 12$ , ou 15.

*Solution 2*

La hauteur du rectangle est égale à 10 unités et la base est égale à  $(p - 2)$  unités.

Donc  $10(p - 2) = 120$ .

$$p - 2 = 12$$

$$p = 14$$

RÉPONSE : (E)

14. Un ensemble de cinq entiers strictement positifs différents a une moyenne de 11. Quel est le plus grand nombre possible dans cet ensemble?
- (A) 45                      (B) 40                      (C) 35                      (D) 44                      (E) 46

*Solution*

Puisque la moyenne des cinq entiers est égale à 11, leur somme est égale à  $5 \times 11$ , ou 55. Les quatre plus petits entiers possibles sont 1, 2, 3 et 4. Le plus grand nombre possible est donc égal à  $55 - (1 + 2 + 3 + 4)$ , ou 45.

RÉPONSE : (A)

15. Le carré  $ABCD$  est formé de deux rectangles identiques et de deux carrés dont les aires égalent  $4 \text{ cm}^2$  et  $16 \text{ cm}^2$ . Quelle est l'aire du carré  $ABCD$ , en centimètres carrés?
- (A) 64                      (B) 49                      (C) 25                      (D) 36                      (E) 20



*Solution*

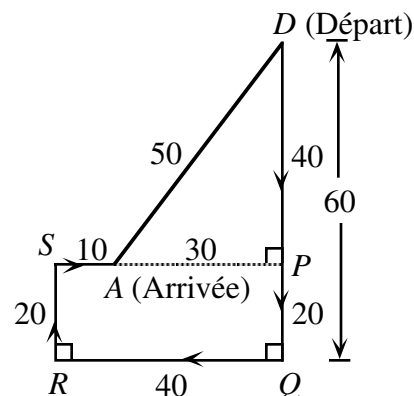
D'après le diagramme, on voit que le point d'arrivée *A* est situé à 40 km au sud et 30 km à l'ouest du point de départ *D*.

D'après le théorème de Pythagore,  $AD^2 = 30^2 + 40^2$ .

$$AD^2 = 2500$$

$$AD = 50$$

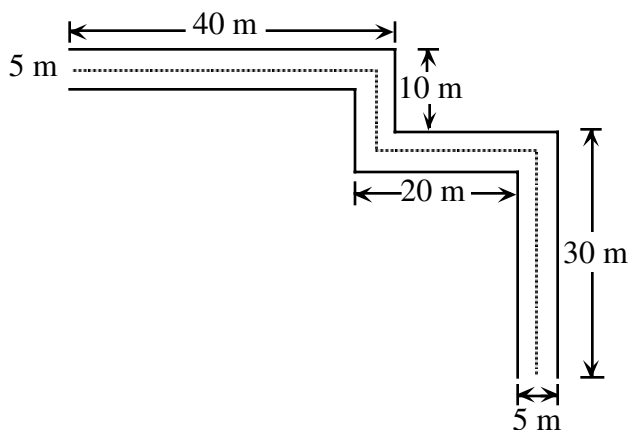
Il y a une distance de 50 km entre son point de départ et son point d'arrivée.



RÉPONSE : (B)

19. Un sentier pour vélos a une largeur de 5 m. Une ligne jaune est peinte au milieu du sentier. Si les côtés du sentier ont des longueurs de 40 m, 10 m, 20 m et 30 m, comme dans le diagramme, quelle est la longueur de la ligne jaune?

- (A) 100 m      (B) 97,5 m      (C) 95 m  
 (D) 92,5 m      (E) 90 m



*Solution*

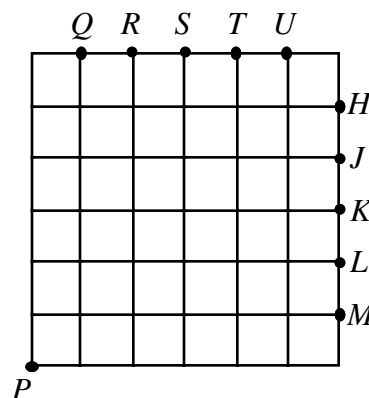
Puisque le sentier a une largeur de 5 m, la ligne du milieu est située à 2,5 m de sa bordure.

La longueur de la ligne jaune est égale à :  $37,5 + 10 + 20 + 27,5 = 95$  m.

RÉPONSE : (C)

20. Le diagramme illustre un quadrillage 6 sur 6. À partir du point *P*, on trace deux lignes droites de manière à diviser le quadrillage en trois régions d'aires égales. Ces droites passeront par les points respectifs :

- (A) *M* et *Q*      (B) *L* et *R*      (C) *K* et *S*  
 (D) *H* et *U*      (E) *J* et *T*



*Solution*

Soit les points  $A$  et  $B$  indiqués dans le diagramme.

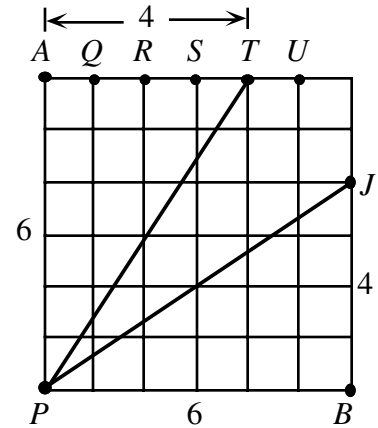
Le carré a une aire de 36.

Puisqu'il doit être divisé en trois régions d'aires égales, chacune des régions doit avoir une aire de 12.

Si on trace une ligne de  $P$  à un des points  $Q, R, S, T$  ou  $U$ , on obtient un triangle rectangle ayant une hauteur  $AP$  de 6 unités. Sa base doit mesurer 4 pour que l'aire égale 12 car  $\frac{4 \times 6}{2} = 12$ . On doit donc choisir le point  $T$ .

De la même manière, on choisit le point  $J$ .

Les deux points sont donc  $T$  et  $J$ .



RÉPONSE : (E)

**Partie C**

21. Samuel marche en ligne droite vers un poteau de 8 m au sommet duquel il y a une lampe. Lorsqu'il arrive à 12 m du poteau, son ombre a une longueur de 4 m. Quelle est la longueur de son ombre lorsqu'il est à 8 m du poteau?

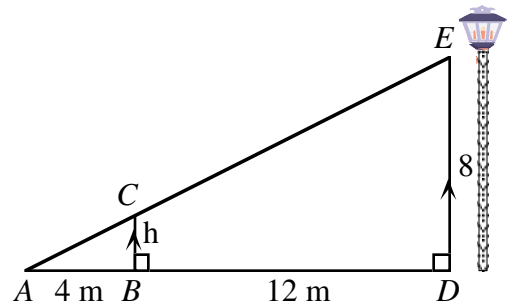
- (A)  $1\frac{1}{2}$  m      (B) 2 m      (C)  $2\frac{1}{2}$  m      (D)  $2\frac{2}{3}$  m      (E) 3 m

*Solution*

Le diagramme indique la position de Samuel lorsqu'il est à 12 m du poteau.

Puisque les triangles  $ABC$  et  $ADE$  sont semblables, les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles.

On a donc  $\frac{h}{4} = \frac{8}{16}$ , d'où  $h = 2$ .



Le diagramme ci-contre indique la position de Samuel lorsqu'il est à 8 m du poteau. La longueur de son ombre est représentée par  $L$ .

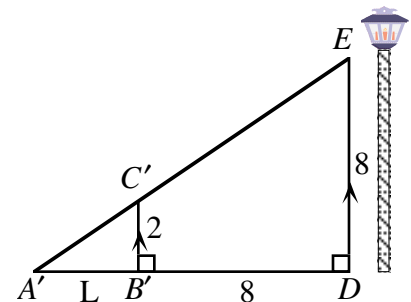
Puisque les deux triangles sont semblables, on a  $\frac{L}{2} = \frac{L+8}{8}$ .

Cette équation devient  $\frac{4L}{8} = \frac{L+8}{8}$  si on choisit un dénominateur commun.

Donc :  $4L = L + 8$

$$3L = 8$$

$$L = 2\frac{2}{3} \text{ m}$$



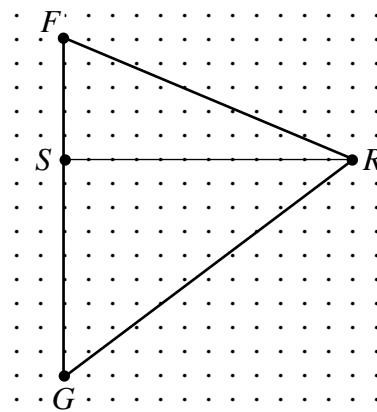
RÉPONSE : (D)

22. Le diagramme indique les maisons de Francine (F), Sylvie (S), Robert (R) et Guy (G), ainsi que des segments de droites qui les joignent. Francine considère quatre parcours pour visiter ses amis :

- i)  $F \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow G$                       ii)  $F \rightarrow S \rightarrow G \rightarrow R$
- iii)  $F \rightarrow R \rightarrow G \rightarrow S$                       iv)  $F \rightarrow S \rightarrow R \rightarrow G$

Si  $FS = 5$  km,  $SG = 9$  km et  $SR = 12$  km, la différence entre la longueur du parcours le plus long et celle du parcours le plus court, en km, est égale à :

- (A) 8                      (B) 13                      (C) 15
- (D) 2                      (E) 0



*Solution*

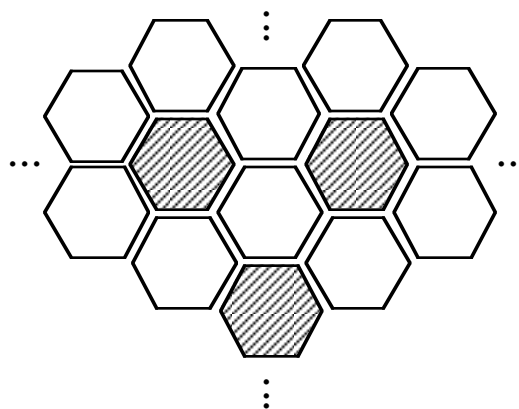
Puisque  $FS = 5$  et  $SR = 12$ , d'après le théorème de Pythagore, on a  $FR^2 = 5^2 + 12^2$ , d'où  $FR = 13$ .  
 Puisque  $SG = 9$  et  $SR = 12$ , d'après le théorème de Pythagore, on a  $GR^2 = 9^2 + 12^2$ , d'où  $GR = 15$ .  
 Donc :

- i)  $FR + RS + SG = 13 + 12 + 9$ , ou 34 km
- ii)  $FS + SG + GR = 5 + 9 + 15$ , ou 29 km
- iii)  $FR + RG + GS = 13 + 15 + 9$ , ou 37 km
- iv)  $FS + SR + RG = 5 + 12 + 15$ , ou 32 km

La différence entre la longueur du parcours le plus long et celle du parcours le plus court est égale à 8 km. RÉPONSE : (A)

23. Le diagramme illustre une partie d'une surface carrée qui a été carrelée d'hexagones réguliers. Les hexagones sont blancs ou bleus. Chaque hexagone bleu est entouré de 6 hexagones blancs, tandis que chaque hexagone blanc est entouré de 3 hexagones bleus et 3 hexagones blancs. Si on ignore les hexagones incomplets, la meilleure approximation du rapport du nombre d'hexagones bleus au nombre d'hexagones blancs contenus dans la surface carrée est :

- (A) 1:6                      (B) 2:3                      (C) 3:10
- (D) 1:4                      (E) 1:2



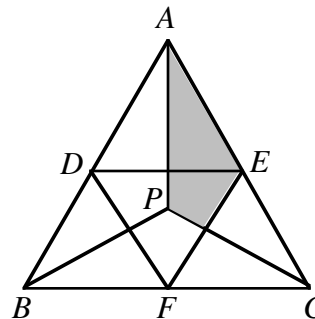
*Solution*

On considère d'abord une configuration de sept hexagones, formée d'un hexagone bleu entouré de six hexagones blancs. Il semble alors qu'il y a six fois plus d'hexagones blancs que d'hexagones bleus. Or chaque hexagone blanc est adjacent à trois hexagones bleus. Chaque hexagone blanc fait donc partie de trois configurations différentes de sept hexagones. Le nombre d'hexagones blancs est donc égal à six fois le nombre d'hexagones bleus, divisé par trois, c'est-à-dire deux fois le nombre d'hexagones bleus. Le rapport du nombre d'hexagones bleus au nombre d'hexagones blancs est donc égal à 1:2.

RÉPONSE : (E)

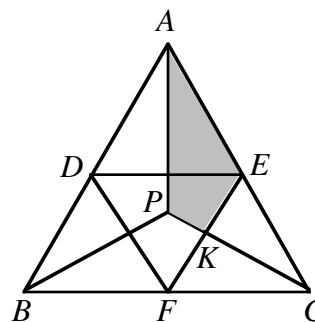
24. Dans le triangle équilatéral  $ABC$ , on a tracé des segments du point  $P$  aux sommets  $A, B$  et  $C$  de manière à former trois triangles identiques. Les points  $D, E$  et  $F$  sont les milieux des côtés du triangle  $ABC$ . On les joint comme dans le diagramme. Quelle fraction du triangle  $ABC$  est ombrée?

- (A)  $\frac{1}{5}$                       (B)  $\frac{5}{24}$                       (C)  $\frac{1}{4}$   
 (D)  $\frac{2}{9}$                       (E)  $\frac{2}{7}$



*Solution 1*

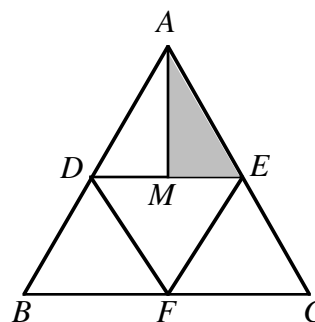
Par symétrie, le segment  $CP$  divise le triangle  $ECF$  en deux triangles de même aire. L'aire du triangle  $EKC$  égale  $\frac{1}{2}$  de l'aire du triangle  $ECF$ . Puisque l'aire du triangle  $ECF$  égale  $\frac{1}{4}$  de l'aire du triangle  $ABC$ , alors l'aire du triangle  $EKC$  égale  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{4}$  de l'aire du triangle  $ABC$ , c.-à-d.  $\frac{1}{8}$  de l'aire du triangle  $ABC$ .



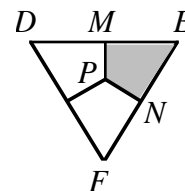
Par symétrie, l'aire du triangle  $APC$  égale  $\frac{1}{3}$  de l'aire du triangle  $ABC$ . Puisque l'aire de la section ombrée est égale à l'aire du triangle  $APC$  moins celle du triangle  $EKC$ , elle est égale à  $(\frac{1}{3} - \frac{1}{8})$ , ou  $\frac{5}{24}$  de l'aire du triangle  $ABC$

*Solution 2*

Puisque  $D, E$  et  $F$  sont les milieux des côtés du triangle  $ABC$ , en les joignant, on forme quatre triangles identiques. Puisque l'aire du triangle  $AME$  est la moitié de l'aire du triangle  $ADE$ , elle est égale à  $\frac{1}{8}$  de l'aire du triangle  $ABC$ .



Le triangle  $DEF$  est divisé en trois quadrilatères identiques, dont le quadrilatère  $MENP$ . Puisque l'aire du triangle  $DEF$  égale un quart de l'aire du triangle  $ABC$ , l'aire du quadrilatère  $MENP$  est égale à  $\frac{1}{3}$  de  $\frac{1}{4}$ , c.-à-d.  $\frac{1}{12}$  de l'aire du triangle  $ABC$ .



L'aire de la partie ombrée est donc égale à  $\frac{1}{8} + \frac{1}{12}$ , ou  $\frac{5}{24}$  de l'aire du triangle  $ABC$ .

RÉPONSE : (B)

25. Dans un bocal, il y a entre une douzaine et trois douzaines de biscuits aux pépites de chocolat. Tous les biscuits, sauf un, contiennent le même nombre de pépites. L'autre a une pépite de plus que les autres. Les biscuits contiennent un total de 1000 pépites de chocolat. Quelle est la somme du nombre de biscuits dans le bocal et du nombre de pépites dans le biscuit qui en a un de plus que les autres?
- (A) 65                      (B) 64                      (C) 63                      (D) 66                      (E) 67

*Solution*

Si on enlève temporairement la pépite de trop du biscuit spécial, on a entre 12 et 36 biscuits qui contiennent un nombre égal de pépites de chocolat, pour un total de 999 pépites.

Or  $999 = 9 \times 111$

$$= (3 \times 3) \times (3 \times 37).$$

Cette factorisation première nous permet de voir que les factorisations en paires de 999 sont  $1 \times 999$ ,  $3 \times 333$ ,  $9 \times 111$  et  $27 \times 37$ .

Le seul diviseur de 999 qui est situé entre 12 et 36 est 27. Il y a donc 27 biscuits contenant chacun 37 pépites de chocolat.

Le biscuit spécial contenait donc 38 pépites de chocolat.

La somme demandée est donc  $27 + 38$ , ou 65.

RÉPONSE : (A)