Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

2000 Solutions

Concours Gauss

(7e et 8e années – Sec. I et II)

CONCOURS GAUSS 7e

Partie A

1. La valeur de $987+113-1000$ est :
   (**A**) 90 (**B**) 10 (**C**) 110 (**D**) 2000 (**E**) 100

   Solution
   $987+113=1100$
   $1100-1000=100$
   RÉPONSE : (E)

2. L'expression $\frac{9}{10}+\frac{8}{100}$ est égale à :
   (**A**) 1,098 (**B**) 0,98 (**C**) 0,098 (**D**) 0,0908 (**E**) 9,8

   Solution
   Puisque $\frac{9}{10}=0{,}9$ et $\frac{8}{100}=0{,}08$, l'expression est égale à $0{,}9+0{,}08=0{,}98$.
   RÉPONSE : (B)

3. L'entier le plus près de la valeur de $7\times\frac{3}{4}$ est :
   (**A**) 21 (**B**) 9 (**C**) 6 (**D**) 5 (**E**) 1

   Solution
   $7\times\frac{3}{4}=\frac{21}{4}$ ou $5\frac{1}{4}$. L'entier le plus près de $5\frac{1}{4}$ est 5.
   RÉPONSE : (D)

4. L'expression $5^2-4^2+3^2$ est égale à :
   (**A**) 20 (**B**) 18 (**C**) 21 (**D**) 10 (**E**) 16

   Solution
   $5^2-4^2+3^2=25-16+9$
   $=18$
   RÉPONSE : (B)

5. Lorsqu'on divise un nombre par 7, le quotient est 4 et le reste est 6. Quel est le nombre?
   (**A**) 17 (**B**) 168 (**C**) 34 (**D**) 31 (**E**) 46

   Solution
   Le nombre est $4\times7+6$, ou 34. On peut vérifier que si l'on divise 34 par 7, le quotient est 4 et le reste est 6.
   RÉPONSE : (C)

6. Dans l'addition illustrée, on peut placer un chiffre dans chacune des deux cases. Il peut s'agir de deux chiffres différents ou identiques. Quelle est la somme de ces deux chiffres?

$$\begin{array}{r} 8\,6\,3 \\ \square\,9\,1 \\ 7\,\square\,8 \\ \hline 2\,1\,8\,2 \end{array}$$

   (**A**) 9 (**B**) 11 (**C**) 13
   (**D**) 3 (**E**) 7

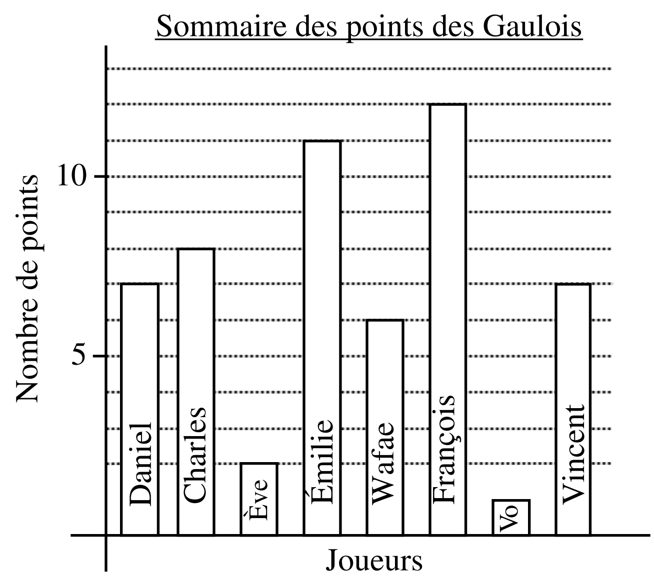
Solution

On additionne la colonne des unités pour obtenir $3+1+8=12$. On a donc 1 dizaine qui s'ajoute à la colonne des dizaines, puisque $12=1\times10+2$. On additionne les dizaines pour obtenir $1+6+9+\square=18$. La case contient donc un 2 et on a donc 1 centaine qui s'ajoute à la colonne des centaines. On additionne les centaines pour obtenir $1+8+\square+7=21$. La case contient donc un 5. Les deux chiffres dans les cases sont 2 et 5 et leur somme est 7.

RÉPONSE : (E)

7. Le graphique représente le sommaire des points comptés par l'équipe des Gaulois dans leur dernière partie de basket-ball intra-muros. Le nombre total de points comptés par l'équipe est égal à :

(**A**) 54 (**B**) 8 (**C**) 12
(**D**) 58 (**E**) 46



Solution

Voici les points comptés par chacun : Daniel, 7; Charles, 8; Ève, 2; Émilie, 11; Wafae, 6; François, 12; Vo, 1; Vincent, 7.

Le nombre total de points est égal à $7+8+2+11+6+12+1+7$, ou 54.

RÉPONSE : (A)

8. Si $\frac{1}{2}$ du nombre représenté par x est 32, quelle est la valeur de $2x$?

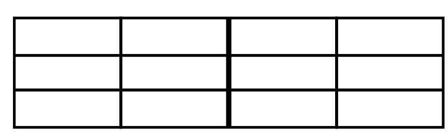
(**A**) 128 (**B**) 64 (**C**) 32 (**D**) 256 (**E**) 16

Solution

Si $\frac{1}{2}$ du nombre représenté par x est 32, alors le nombre x est 2×32, ou 64. Donc $2x$ est égal à 2×64, ou 128.

RÉPONSE : (A)

9. Dans le diagramme, les 12 petits rectangles ont tous les mêmes dimensions. Vous devez noircir quelques-uns des rectangles au complet jusqu'à ce que $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ du diagramme soit noirci. Le nombre de rectangles qu'il faut noircir est :



(**A**) 9 (**B**) 3 (**C**) 4
(**D**) 6 (**E**) 8

Solution
Puisque $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$, ou $\frac{1}{2}$, le nombre de rectangles qu'il faut noircir est $\frac{1}{2}$ de 12, ou 6.

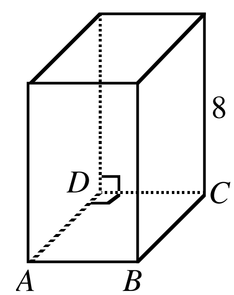
RÉPONSE : (D)

10. La somme de trois entiers consécutifs est égale à 90. Quel est le plus grand de ces entiers?
(**A**) 28 (**B**) 29 (**C**) 31 (**D**) 32 (**E**) 21

Solution
Puisque les trois entiers sont consécutifs, le nombre du milieu est égal à la moyenne des trois nombres, soit $\frac{90}{3}$, ou 30. Les entiers sont 29, 30 et 31. Le plus grand est 31. RÉPONSE : (C)

Partie B

11. Le diagramme illustre un prisme droit dont la base *ABCD* est carrée. Si le prisme a une hauteur de 8 unités et un volume de 288 unités cubes, quelle est la longueur d'un côté de la base?
(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 36
(**D**) 10 (**E**) 12



Solution
Puisque le prisme a un volume de 288 unités cubes et puisque le volume est égal au produit (aire de la base) $\times$ (hauteur), alors l'aire de la base est égale à $\frac{288}{8}$, ou 36 unités carrées. Puisque la base est carrée, son aire est obtenue en multipliant 6×6. Les côtés de la base ont une longueur de 6 unités. RÉPONSE : (A)

12. Une recette exige 25 mL de beurre et 125 mL de sucre. Si on utilise 1000 mL de sucre, combien de beurre faut-il utiliser?
(**A**) 100 mL (**B**) 500 mL (**C**) 200 mL (**D**) 3 litres (**E**) 400 mL

Solution
Si on utilise 1000 mL de sucre, c'est huit fois la quantité exigée par la recette. Il faut donc utiliser huit fois la quantité de beurre, soit 8×25, ou 200 mL. RÉPONSE : (C)

13. Carl a vu son salaire réduit de 10 %. Plus tard, lors d'une promotion, son salaire a augmenté de 10 %. Au départ, son salaire était de 20 000 \$. Quel est son salaire actuel?
(**A**) 16 200 \$ (**B**) 19 800 \$ (**C**) 20 000 \$ (**D**) 20 500 \$ (**E**) 24 000 \$

Solution
Puisque Carl a vu son salaire réduit de 10 %, son salaire réduit était égal à $(0{,}90) \times (20\,000)$, ou 18 000 \$. Lors de la promotion, son salaire a augmenté de 10 %. Son salaire actuel est donc égal à $(1{,}10) \times (18\,000)$, ou 19 800 \$. RÉPONSE : (B)

14. Un rectangle a une aire de 12 mètres carrés. Les longueurs de ses côtés, en mètres, sont des nombres entiers. Le plus grand périmètre possible, en mètres, est égal à :

(**A**) 14 (**B**) 16 (**C**) 12 (**D**) 24 (**E**) 26

Solution

Puisque le rectangle a une aire de 12 mètres carrés et puisque les longueurs des côtés sont des entiers, voici les seules possibilités. Le périmètre est donné pour chaque cas.

largeur	longueur	périmètre
1	12	26
2	6	16
3	4	14

Le plus grand périmètre possible est égal à 26 m. RÉPONSE : (E)

15. Dans ce carré magique, les nombres dans chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale ont une somme de 12. Quelle est la somme des nombres dans les quatre coins?

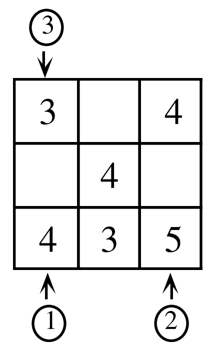
		4
	4	
	3	

(**A**) 14 (**B**) 15 (**C**) 16
(**D**) 17 (**E**) 12

Solution

Le diagramme indique les nombres des quatre coins, ainsi que l'ordre dans lequel on les obtient. Leur somme est égale à 16.

(Il est possible de trouver ces nombres en procédant d'une autre façon. Par exemple, on peut commencer en complétant la colonne du milieu.)



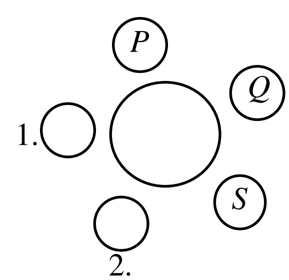
RÉPONSE : (C)

16. Paul, Quan, Rachel, Sylvie et Tony sont assis autour d'une table. Quan est assis entre Paul et Sylvie. Tony n'est pas à côté de Sylvie. Qui sont assis aux côtés de Tony?

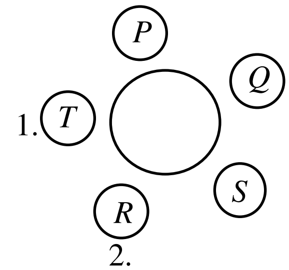
(**A**) Paul et Rachel (**B**) Quan et Rachel (**C**) Paul et Quan
(**D**) Sylvie et Quan (**E**) Impossible de conclure

Solution

Puisque Quan est assis entre Paul et Sylvie, les trois sont assis comme dans le diagramme ci-contre.



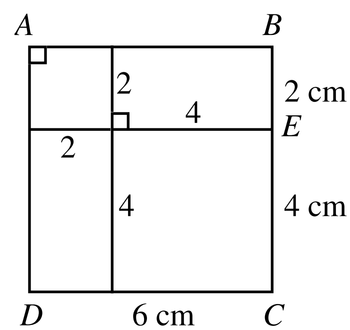
Puisque Tony n'est pas assis à côté de Sylvie, il doit être assis à l'endroit numéro 1 et Rachel doit être assise à l'endroit numéro 2.



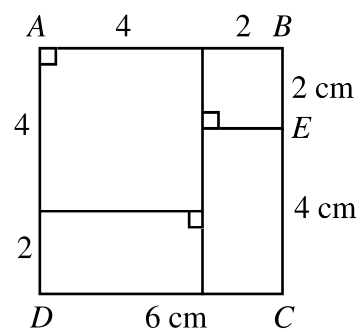
Selon le diagramme, Tony est assis entre Paul et Rachel. RÉPONSE : (A)

17. Le carré $ABCD$ est formé de deux rectangles identiques et de deux carrés dont les aires égalent 4 cm^2 et 16 cm^2. Quelle est l'aire du carré $ABCD$, en centimètres carrés?
(**A**) 64 (**B**) 49 (**C**) 25 (**D**) 36 (**E**) 20

Solution
Le diagramme indique une façon de dessiner le carré $ABCD$. Le petit carré a des côtés de 2 cm et le grand carré a des côtés de 4 cm. Le carré $ABCD$ a alors des côtés de 6 cm et une aire de 36 cm^2.



On peut aussi dessiner le carré $ABCD$ comme dans le diagramme ci-contre.



RÉPONSE : (D)

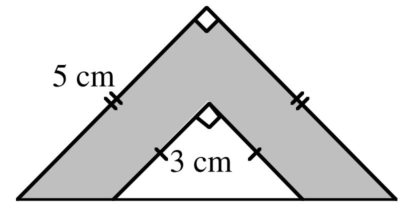
18. Le mois d'avril 2000 compte cinq dimanches. Trois de ces dimanches tombent des jours du mois qui sont des nombres pairs. Le huitième jour de ce mois est un :
(**A**) samedi (**B**) dimanche (**C**) lundi (**D**) mardi (**E**) vendredi

Solution
Puisque trois des dimanches tombent un jour pair et que deux d'entre eux tombent un jour impair, le premier dimanche du mois doit tomber un jour pair. Il est impossible que le premier dimanche soit le 4 avril, car le cinquième dimanche serait alors le 32^e jour du mois. Le premier dimanche est donc le 2 avril. Les autres dimanches sont les 9, 16, 23 et 30 avril. Le 8 avril est un samedi.

RÉPONSE : (A)

19. Le diagramme est formé de deux triangles rectangles isocèles dont les longueurs de certains côtés sont indiquées. Quelle est l'aire de la partie ombrée?

(**A**) 4,5 cm^2 (**B**) 8 cm^2 (**C**) 12,5 cm^2
(**D**) 16 cm^2 (**E**) 17 cm^2



Solution

L'aire du grand triangle est égale à $\frac{1}{2}(5)(5)$, ou 12,5 cm^2.

L'aire du petit triangle est égale à $\frac{1}{2}(3)(3)$, ou 4,5 cm^2.

L'aire de la partie ombrée est égale à : $12,5 - 4,5$
$= 8 \text{ cm}^2$

RÉPONSE : (B)

20. Un boucher malhonnête annonçait une viande à 3,79 $/kg, alors qu'il la vendait 4,00 $/kg. Il a vendu 1800 kg de cette viande avant d'être dénoncé. Il a payé une amende de 500 $. Quel est son gain total ou sa perte totale en comparaison avec ce qu'il aurait fait s'il n'avait pas triché?

(**A**) perte de 478 $ (**B**) perte de 122 $ (**C**) ni gain, ni perte
(**D**) gain de 122 $ (**E**) gain de 478 $

Solution

Le boucher a gagné 0,21 $ pour chaque kilogramme de viande vendue, pour un total de $0,21 \times 1800$, ou 378,00 $.
Après avoir payé l'amende, il subit une perte de 500 $ – 378 $, ou 122 $.

RÉPONSE : (B)

Partie C

21. Dans un concours de lancers de basket-ball, chaque personne doit lancer dix ballons numérotés de 1 à 10. Le nombre de points gagnés pour un lancer réussi correspond au numéro inscrit sur le ballon. Si un joueur rate exactement deux lancers, lequel des pointages suivants n'est pas possible?

(**A**) 52 (**B**) 44 (**C**) 41 (**D**) 38 (**E**) 35

Solution

Si tous les lancers sont réussis, le pointage est égal à 55.
Si on rate les ballons numéros 1 et 2, on obtient 52 points.
Si on rate les ballons numéros 9 et 10, on obtient 36 points.
Il est donc impossible d'obtenir moins de 36 points en ratant deux ballons. Il est donc impossible d'obtenir 35 points.
(Il est possible d'obtenir n'importe quel total de 36 à 52 points.)

RÉPONSE : (E)

22. Samuel marche en ligne droite vers un poteau de 8 m au sommet duquel il y a une lampe. Lorsqu'il arrive à 12 m du poteau, son ombre a une longueur de 4 m. Quelle est la longueur de son ombre lorsqu'il est à 8 m du poteau?

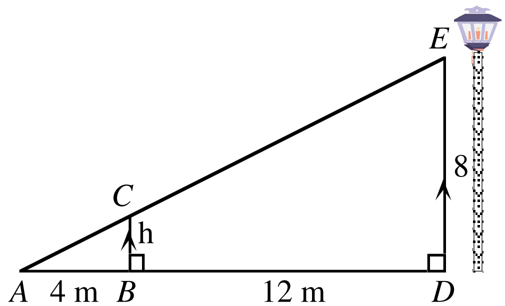
(**A**) $1\frac{1}{2}$ m (**B**) 2 m (**C**) $2\frac{1}{2}$ m (**D**) $2\frac{2}{3}$ m (**E**) 3 m

Solution

Le diagramme indique la position de Samuel lorsqu'il est à 12 m du poteau.

Puisque les triangles *ABC* et *ADE* sont semblables, les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles.

On a donc $\frac{h}{4} = \frac{8}{16}$, d'où $h = 2$.



Le diagramme ci-contre indique la position de Samuel lorsqu'il est à 8 m du poteau. La longueur de son ombre est représentée par *L*.

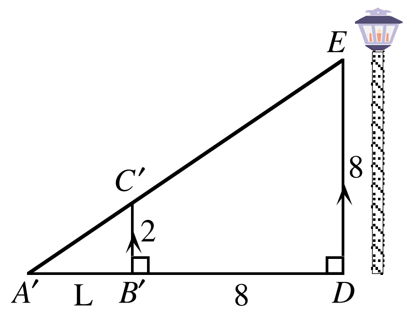
Puisque les deux triangles sont semblables, on a $\frac{L}{2} = \frac{L+8}{8}$.

Cette équation devient $\frac{4L}{8} = \frac{L+8}{8}$ si on choisit un dénominateur commun.

Donc : $4L = L + 8$

$3L = 8$

$L = 2\frac{2}{3}$ m



RÉPONSE : (D)

23. Un ensemble de carrés, placés en ordre du plus petit au plus grand, a une aire totale de 35 km^2. Le plus petit carré a des côtés de 500 m. La longueur des côtés des carrés suivants augmente de 500 m à chaque fois. Quel est le nombre total de carrés?

(**A**) 5 (**B**) 6 (**C**) 7 (**D**) 8 (**E**) 9

Solution

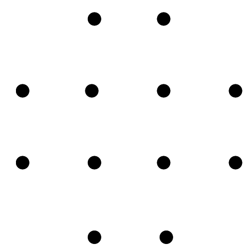
On complète le tableau suivant, une rangée à la fois, jusqu'à ce que l'on obtienne 35 km^2 dans la dernière colonne.

Numéro du carré	Longueur du carré (km)	Aire du carré (km^2)	Somme cumulée des aires (km^2)
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
2	1	1	$1\frac{1}{4}$
3	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$
4	2	4	$7\frac{1}{2}$
5	$\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$	$13\frac{3}{4}$
6	3	9	$22\frac{3}{4}$

$7 \qquad \frac{7}{2} \qquad \frac{49}{4} = 12\frac{1}{4} \qquad 35$

Il y a sept carrés. RÉPONSE : (C)

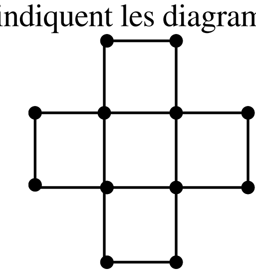
24. Le diagramme illustre douze points inscrits sur une grille rectangulaire. Combien de carrés peut-on former en joignant quatre de ces points?



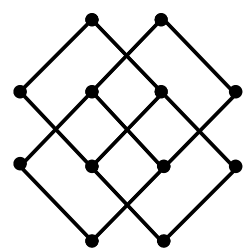
(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 9
(**D**) 11 (**E**) 13

Solution
On peut former 11 carrés en tout, comme l'indiquent les diagrammes suivants.

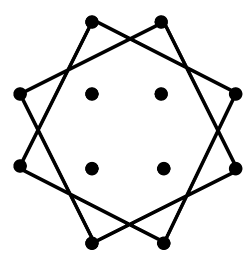
5 petits carrés :



4 carrés de grandeur moyenne :

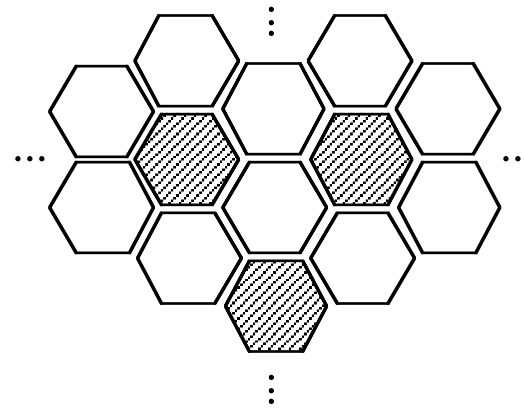


2 grands carrés :



RÉPONSE : (D)

25. Le diagramme illustre une partie d'une surface carrée qui a été carrelée d'hexagones réguliers. Les hexagones sont blancs ou bleus. Chaque hexagone bleu est entouré de 6 hexagones blancs, tandis que chaque hexagone blanc est entouré de 3 hexagones bleus et 3 hexagones blancs. Si on ignore les hexagones incomplets, la meilleure approximation du rapport du nombre d'hexagones bleus au nombre d'hexagones blancs contenus dans la surface carrée est :



(**A**) 1:6 (**B**) 2:3 (**C**) 3:10
(**D**) 1:4 (**E**) 1:2

Solution
On considère d'abord une configuration de sept hexagones, formée d'un hexagone bleu entouré de six hexagones blancs. Il semble alors qu'il y a six fois plus d'hexagones blancs que d'hexagones bleus. Or chaque hexagone blanc est adjacent à trois hexagones bleus. Chaque hexagone blanc fait donc partie de trois configurations différentes de sept hexagones. Le nombre d'hexagones blancs est donc égal à six fois le nombre d'hexagones bleus, divisé par trois, c'est-à-dire deux fois le nombre d'hexagones bleus. Le rapport du nombre d'hexagones bleus au nombre d'hexagones blancs est donc égal à 1:2. RÉPONSE : (E)