Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le jeudi 4 avril 2024

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 5 avril 2024

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Dans une suite d'entiers, le 1$^{\text{er}}$ terme est 3. Chaque terme, après le premier, est obtenu en ajoutant 6 au terme précédent. Dans cette suite, les quatre premiers termes sont $3, 9, 15, 21$.

   (a) Quel est le 5$^{\text{e}}$ terme ?

   (b) Quelle est la moyenne des 4$^{\text{e}}$, 5$^{\text{e}}$ et 6$^{\text{e}}$ termes ?

   (c) Quel est le 20$^{\text{e}}$ terme ?

   (d) Déterminer le plus petit terme qui est supérieur à 1000.

2. Chaque jour, Ella charge des chemises rouges et bleues dans son camion pour les livrer à deux magasins. Elle livre quelques chemises au magasin 1 puis les chemises restantes au magasin 2.

   (a) Lundi, elle a chargé 800 chemises rouges et 200 chemises bleues dans son camion. Au magasin 1, elle n'a déposé que des chemises rouges. Au magasin 2, 50 % des chemises qu'elle a déposées étaient rouges. Combien de chemises rouges a-t-elle déposées au magasin 1 ?

   (b) Mardi, elle a chargé $5x$ chemises rouges et $5x$ chemises bleues dans son camion. Au magasin 1, elle a déposé 40 % des chemises rouges et aucune chemise bleue. Quel pourcentage des chemises déposées au magasin 2 étaient bleues ?

   (c) Mercredi, elle a chargé $3y$ chemises rouges et y chemises bleues dans son camion. Au magasin 1, elle a déposé quelques chemises rouges et aucune chemise bleue. De plus, elle a chargé quelques chemises vertes dans son camion. Au magasin 2, elle a déposé toutes les chemises restantes, qui comprenaient un nombre égal de chemises rouges, vertes et bleues. Déterminer quel pourcentage des chemises déposées mercredi étaient de couleur verte.

3. Une tranche de pain carrée, $ABCD$, mesure 30×30. La tranche de pain a des croûtes sur trois côtés. Ces côtés sont représentés en gras dans la Figure 1 ; soit les côtés AB, BC et CD. Lorsque l'on coupe la tranche en petits morceaux, les morceaux sont dits *justes* si

- chaque morceau a la même aire et
- chaque morceau a la même longueur de croûte.

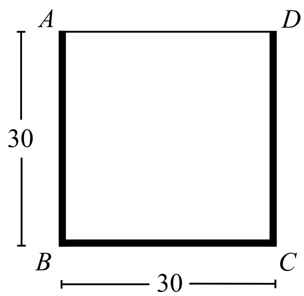


Figure 1

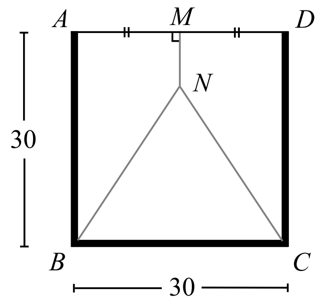


Figure 2

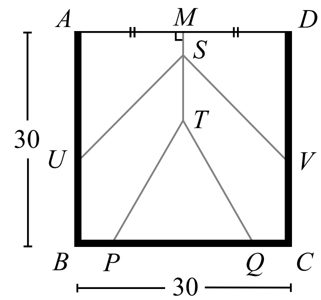


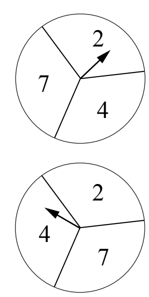
Figure 3

(a) Dans la Figure 2, M est le milieu de AD et MN est perpendiculaire à AD. Si l'on coupe $ABCD$ le long des lignes MN, NB et NC pour créer trois morceaux justes, quelle est la longueur de MN ?

(b) Dans la Figure 3, M est le milieu de AD, MT est perpendiculaire à AD et S est situé sur MT. Si l'on coupe $ABCD$ le long des lignes MT, TP, TQ, SU et SV pour créer cinq morceaux justes, quelle est la longueur de PQ ?

(c) Dans la Figure 3, déterminer la longueur de ST.

4. Un jeu se joue à deux avec des disques qui sont divisés en trois sections de même taille. Chacune des trois sections porte un entier distinct. Chaque joueur fait tourner la flèche une fois et le joueur qui obtient le plus grand nombre gagne. En utilisant l'un des deux disques présentés dans les figures ci-contre, un joueur pourrait obtenir soit un 2, un 4 ou un 7. Ces trois résultats sont équiprobables, chacun ayant une probabilité de $\frac{1}{3}$. Donc, ces deux disques seraient considérés comme identiques et seraient tous deux identifiés par $\{2, 4, 7\}$.



(a) Alice fait tourner la flèche du disque $\{5, 9, 11\}$ et Binh fait tourner la flèche du disque $\{1, 8, 10\}$. Quelle est la probabilité pour qu'Alice remporte la partie ?

(b) Carole crée le disque $\{1, 5, 10\}$. Darsh crée un disque en choisissant trois entiers distincts parmi $2, 3, 4, 6, 7, 8, 9$. Déterminer combien de disques différents Darsh pourrait créer pour que la probabilité qu'il remporte la partie soit supérieure à celle de Carole.

(c) Eloïse crée le disque $\{5, 8, 15\}$ et François crée le disque $\{2, 10, 18\}$. Geneviève crée le disque $\{x, y, z\}$ en choisissant trois entiers $x < y < z$ parmi la liste suivante :

$$1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 19, 20$$

Supposons que

- la probabilité pour que François gagne contre Eloïse est égale à p,
- la probabilité pour qu'Eloïse gagne contre Geneviève est égale à q et
- la probabilité pour que Geneviève gagne contre François est égale à r.

Déterminer combien de disques différentes Geneviève pourrait créer pour que $p = q = r$.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2024! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI. Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2024.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents
— des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2024/2025
— inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^{e} et 12^{e} année
— utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
— trouver les résultats de vos élèves dans les concours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^{e} année – Sec. III)

le mercredi 5 avril 2023
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 6 avril 2023
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. À la séance d'entraînement du lundi, Léon fait un sprint de 200 m vingt-quatre fois. À la séance d'entraînement du mardi, il fait un sprint de 240 m vingt fois. Les deux jours, il se repose pendant 30 s entre chaque paire de sprints consécutifs. Léon sprinte à une vitesse constante de 8 m/s.

   (a) Le lundi, combien de fois Léon se repose-t-il pendant 30 s entre deux sprints consécutifs ?

   (b) Déterminer le temps total pendant lequel Léon s'est entraîné lundi. Autrement dit, déterminer le nombre total de secondes qui se sont écoulées entre le début de son premier sprint et la fin de son dernier sprint, incluant les repos.

   (c) Déterminer combien de secondes de moins l'entraînement de mardi durera par rapport à celui de lundi.

2. On considère la disposition suivante d'entiers strictement positifs :

$$\begin{array}{cccc} 1 & & & \\ 2 & 4 & & \\ 5 & 7 & 9 & \\ 10 & 12 & 14 & 16 \\ & \vdots & & \end{array}$$

La 1^{re} rangée comprend l'entier impair 1 et la 2^e rangée comprend les deux entiers pairs 2 et 4. Pour $k \geq 2$, la $k^{\text{ième}}$ rangée

- commence par l'entier qui est un de plus que le dernier entier de la rangée précédente,
- comprend, en ordre croissant, k entiers impairs consécutifs lorsque k est impair et
- comprend, en ordre croissant, k entiers pairs consécutifs lorsque k est pair.

Il est utile de remarquer que l'entier dans la $k^{\text{ième}}$ rangée et la $k^{\text{ième}}$ position (soit la dernière position de la $k^{\text{ième}}$ rangée) est k^2. Par exemple, $4^2 = 16$ et l'entier à la 4^e position de la 4^e rangée est 16.

(a) Quelle est la moyenne des entiers de la 5^e rangée ?

(b) Dans quelle rangée l'entier 145 parait-il à la 1^{re} position ?

(c) Déterminer la rangée et la position dans lesquelles parait l'entier 1598.

(d) Les entiers de la rangée r ont une moyenne de 241. Déterminer la valeur de r.

3. Un entier strictement positif est divisible par 3 uniquement lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Un entier strictement positif est divisible par 4 uniquement lorsque l'entier strictement positif formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4. Par exemple :

- 3816 est divisible par 3, puisque $3 + 8 + 1 + 6 = 18$ et que 18 est divisible par 3 ;
- 3817 n'est pas divisible par 3, puisque $3 + 8 + 1 + 7 = 19$ et que 19 n'est pas divisible par 3 ;
- 3816 est divisible par 4, puisque 16 est divisible par 4 ;
- 3817 n'est pas divisible par 4, puisque 17 n'est pas divisible par 4.

Dans chaque partie qui suit, A, B et C sont des chiffres non nuls (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9) et ne sont pas nécessairement distincts.

(a) L'entier $4B5B2$ est un entier strictement positif de cinq chiffres divisible par 3. Quelles sont les valeurs possibles du chiffre non nul B ?

(b) L'entier $ABABA$ est un entier strictement positif de cinq chiffres divisible par 4 et non divisible par 3. Déterminer le nombre de paires différentes de chiffres non nuls A et B qui sont possibles.

(c) Un entier strictement positif t est égal au produit de l'entier strictement positif de quatre chiffres $ACA2$ et de l'entier strictement positif de trois chiffres BAC. Autrement dit, $t = ACA2 \times BAC$. Si t est divisible par 15 et non divisible par 12, déterminer le nombre de triplets différents de chiffres non nuls A, B, C qui sont possibles.

4. Un laboratoire dispose de 50 ordinateurs numérotés de 1 à 50. Chaque paire d'ordinateurs est reliée à l'autre par un cordon. Les cordons sont colorés selon les règles suivantes :

   – Si les numéros des deux ordinateurs sont tous deux pairs ou tous deux impairs, le cordon qui les relie est rouge.
   – Sinon, le cordon qui les relie est bleu.

   Un *chemin* est une suite de cordons dans lesquelles les données peuvent voyager pour aller d'un ordinateur à un autre dans le laboratoire. Par exemple, à partir de l'ordinateur 5, les données peuvent emprunter le chemin qui mène directement à l'ordinateur 12 ou elles peuvent emprunter le chemin qui mène d'abord à l'ordinateur 15 et ensuite à l'ordinateur 12.

   (a) Il existe un chemin composé entièrement de cordons rouges reliant l'ordinateur 1 et l'ordinateur n. Si $n \neq 1$, combien y a-t-il de valeurs possibles de n ?

   (b) Démontrer que pour toute paire d'ordinateurs distincts, soit l'ordinateur A et l'ordinateur B, il y a toujours un chemin composé entièrement de cordons bleus qui les relie.

   (c) Chaque cordon rouge et chaque cordon bleu est retiré et remplacé au hasard par un cordon vert ou un cordon jaune. Danielle remarque qu'il n'existe aucun chemin composé entièrement de cordons verts reliant l'ordinateur 1 et l'ordinateur 50. Démontrer qu'il y aura toujours un chemin composé entièrement de cordons jaunes reliant l'ordinateur 13 et l'ordinateur 14.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2023! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2023.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents
— des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2023/2024
— inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11e et 12e année
— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
— trouver les résultats de vos élèves dans les concours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^{e} année – Sec. III)

le mardi 12 avril 2022

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le mercredi 13 avril 2022

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

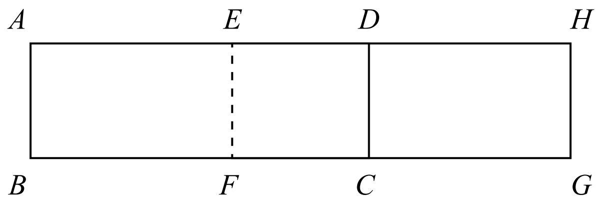
1. Dans un jeu, un joueur lance une balle vers une cible. S'il atteint la cible, 7 points sont ajoutés à son pointage. S'il rate la cible, 3 points sont soustraits de son pointage. Un joueur commencera toujours avec un pointage de 0 et il est possible pour un joueur d'avoir un pointage négatif.

   (a) Quel est le pointage de Sébastien après 6 lancers s'il en réussit 4 mais en rate 2 ?

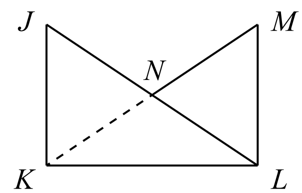
   (b) Après exactement h lancers réussis et 6 lancers ratés, Suzanne a 59 points. Quelle est la valeur de h ?

   (c) Après exactement 20 lancers, le pointage de Souresh est supérieur à 85 et inférieur à 105. Si exactement m de ces lancers sont ratés, déterminer toutes les valeurs possibles de l'entier strictement positif m.

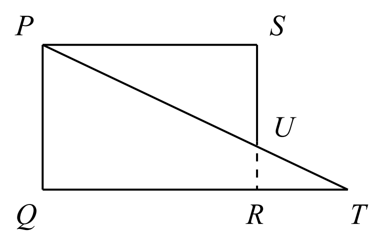
2. (a) Deux rectangles identiques, $ABCD$ et $EFGH$, ayant chacun une aire de 13 cm^2, se chevauchent comme dans la figure ci-dessous. La région où les deux rectangles se chevauchent, soit le rectangle $EFCD$, a une aire de 5 cm^2. Quelle est l'aire du rectangle $ABGH$?



(b) Deux triangles rectangles identiques, JKL et MLK, se chevauchent le long du côté KL, comme dans la figure ci-contre. Les côtés JL et MK se coupent en N. L'aire de la région où les deux triangles se chevauchent, soit le triangle KLN, est égale à la moitié de l'aire du triangle JKL. La figure $JKLMN$ a une aire de 48 cm^2. Si $JK = 6$ cm, déterminer la longueur de KL.



(c) Le rectangle $PQRS$ et le triangle PQT se chevauchent de manière que R soit situé sur QT et que RS coupe PT en U, comme dans la figure ci-contre. Le rectangle $PQRS$ a une aire de 108 cm^2 tandis que le triangle PQT a une aire de 81 cm^2. Si la figure $PQTUS$ a une aire de 117 cm^2, déterminer l'aire de la région où le rectangle et le triangle se chevauchent, soit la région $PQRU$.



3. Si un entier n est écrit sous la forme d'un produit de nombres premiers, on peut utiliser ce produit (soit sa *factorisation première*) pour déterminer le nombre de diviseurs positifs de n. Par exemple, la factorisation première de $28 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7^1$. Les diviseurs positifs de 28 sont :

$$28 = 2^2 \times 7^1 \quad 14 = 2^1 \times 7^1 \quad 7 = 2^0 \times 7^1 \quad 4 = 2^2 \times 7^0 \quad 2 = 2^1 \times 7^0 \quad 1 = 2^0 \times 7^0$$

Chaque diviseur positif comprend 0, 1 ou 2 facteurs 2, 0 ou 1 facteur 7, et aucun autre nombre premier. Puisqu'il y a 3 choix pour le nombre de facteurs 2 et 2 choix pour le nombre de facteurs 7, alors 28 admet $3 \times 2 = 6$ diviseurs positifs.

(a) Combien de diviseurs positifs le nombre 675 admet-il ?

(b) Un entier strictement positif n admet 9, 11, 15, 25 et exactement quatorze autres entiers comme diviseurs positifs. Déterminer la valeur de n.

(c) Déterminer le nombre d'entiers strictement positifs inférieurs à 500 qui admettent 2, 9 et exactement dix autres entiers comme diviseurs positifs.

4. François et Sarah jouent quatre parties d'un jeu. Voici les règles du jeu :

(R1) Le jeu commence avec deux bocaux, chacun d'entre eux pouvant contenir des haricots.

(R2) François joue en premier, Sarah en deuxième, et les deux joueurs continuent à jouer à tour de rôle.

(R3) À chaque tour, le joueur retire un nombre prédéterminé de haricots de l'un des bocaux. Si aucun des bocaux ne contient assez de haricots, le joueur ne peut pas jouer son tour et perd. Si un seul bocal contient suffisamment de haricots, le joueur doit retirer les haricots de ce bocal. Si les deux bocaux contiennent suffisamment de haricots, le joueur choisit l'un des bocaux et retire les haricots de ce bocal.

(R4) François doit tenter de retirer 1 haricot à son premier tour, 3 haricots à son deuxième tour et 4 haricots à son troisième tour. Par la suite, à chaque série de trois tours qu'il joue, François doit continuer à essayer de retirer 1, 3 et 4 haricots dans cet ordre.

(R5) Sarah doit essayer de retirer 2 haricots à son premier tour et 5 haricots à son deuxième tour. Par la suite, à chaque série de deux tours qu'elle joue, Sarah doit continuer à essayer de retirer 2 et 5 haricots dans cet ordre.

(R6) Un joueur est déclaré vainqueur si l'autre joueur perd de la manière décrite dans (R3).

Par exemple, si le jeu commence avec 10 haricots dans un bocal et 10 haricots dans l'autre bocal, le jeu pourrait se dérouler de la manière suivante :

Numéro du tour	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de haricots retirés par François	1		3		4		1
Nombre de haricots retirés par Sarah		2		5		2	
Nombre de haricots restant dans les bocaux	10, 9	10, 7	7, 7	7, 2	3, 2	1, 2	0, 2

Au tour suivant, Sarah ne peut pas retirer 5 haricots puisque le plus grand nombre de haricots restant dans l'un ou l'autre des bocaux est 2. Ainsi, après exactement 7 tours, Sarah perd et François gagne.

(a) Au début de la première partie, il y a 40 haricots dans un bocal et 0 haricot dans l'autre bocal. Après un total de 10 tours (François et Sarah jouent chacun 5 tours), quel est le nombre total de haricots restant dans les deux bocaux ?

(b) Au début de la deuxième partie, il y a 384 haricots dans un bocal et 0 haricot dans l'autre bocal. Après exactement n tours, la partie se termine et l'un des joueurs est déclaré vainqueur. Quelle est la valeur de n ?

(c) Au début de la troisième partie, il y a 17 haricots dans un bocal et 6 haricots dans l'autre bocal. Il existe une *stratégie gagnante* que l'un des joueurs peut employer pour garantir une victoire. Déterminer lequel des joueurs a une stratégie gagnante et décrire cette stratégie. (Une *stratégie gagnante* est une méthode que peut employer un joueur en choisissant un bocal à chaque tour pour garantir une victoire, quels que soient les choix de l'autre joueur.)

(d) Au début de la quatrième partie, il y a 2023 haricots dans un bocal et 2022 haricots dans l'autre bocal. Déterminer lequel des joueurs a une stratégie gagnante et décrire cette stratégie.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2022! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2022.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents
— des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2022/2023
— inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11e et 12e année
— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
— trouver les résultats de vos élèves dans les concours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9ᵉ année – Sec. III)

Avril 2021
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

Avril 2021
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

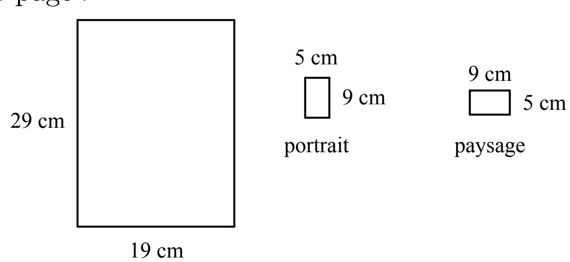
1. Une entreprise vend des cartes d'affaires rectangulaires. Chaque carte mesure 5 cm $\times$ 9 cm. Les cartes sont imprimées sur une page, puis la page est coupée pour produire les cartes individuelles.

   (a) Quelle est l'aire de chaque carte d'affaires en cm^2 ?

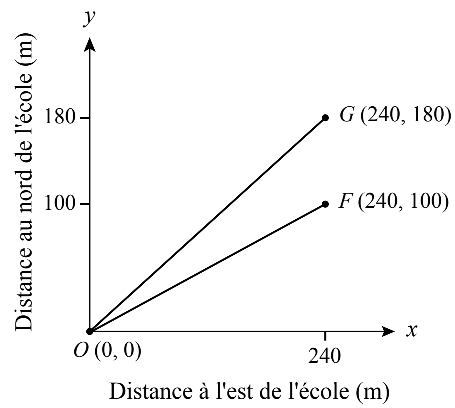
   (b) On imprime plusieurs cartes d'affaires, sans chevauchement, sur une seule page mesurant 20 cm $\times$ 27 cm. Si la page entière est utilisée sans qu'il n'y ait de gaspillage, combien de cartes d'affaires sont imprimées ?

   (c) On imprime plusieurs cartes d'affaires sur des pages mesurant 19 cm $\times$ 29 cm de l'une des deux manières suivantes :
   - Les cartes sur les pages sont en orientation *portrait* de manière que les bords de 5 cm de chaque carte soient parallèles aux bords de 19 cm des pages.
   - Les cartes sur les pages sont en orientation *paysage* de manière que les bords de 5 cm de chaque carte soient parallèles aux bords de 29 cm des pages.

   Laquelle de ces deux manières nous permet d'imprimer le plus grand nombre de cartes d'affaires par page ?



2. Chaque jour, François et Georgette rentrent de l'école en marchant. L'école est située à $O(0, 0)$. La maison de François est située à $F(240, 100)$ tandis que celle de Georgette est située à $G(240, 180)$. On voit les chemins rectilignes allant de leur école à chacune de leurs maisons dans le graphique ci-contre. (Toutes coordonnées présentées dans ce problème représentent des longueurs en mètres.)



(a) Quelle est la distance, en mètres, du chemin rectiligne reliant l'école à la maison de François ?

(b) Lundi, François marche à une vitesse constante de 80 m/min. Combien de minutes lui faut-il pour rentrer de l'école en marchant le long du chemin rectiligne ?

(c) Mardi, François et Georgette quittent l'école en même temps. François marche à 80 m/min le long du chemin rectiligne reliant l'école à sa maison puis, une fois arrivé chez lui, se retourne et se dirige tout droit vers la maison de Georgette. Georgette marche à g m/min le long du chemin rectiligne reliant l'école à sa maison puis, une fois arrivée chez elle, se retourne et se dirige tout droit vers la maison de François. S'ils se rencontrent à mi-chemin entre leurs maisons, quelle est la valeur de g ?

3. On considère une liste de six nombres. Une *Opération de Renversement*, R_n, renverse l'ordre des n premiers nombres de la liste, n étant un entier qui vérifie $2 \leq n \leq 6$. Par exemple, une Opération de Renversement R_4 de la liste $1, 4, 6, 2, 3, 5$ produit la liste $2, 6, 4, 1, 3, 5$.

(a) La liste $5, 2, 3, 1, 4, 6$ subit l'opération R_3. Quelle est la nouvelle liste ?

(b) La liste $1, 2, 3, 4, 5, 6$ subit une Opération de Renversement. La liste résultante subit une seconde Opération de Renversement qui produit la liste finale $3, 4, 2, 1, 5, 6$. Quelles deux Opérations de Renversement a subi la liste initiale et dans quel ordre ces opérations ont-elles été exécutées ?

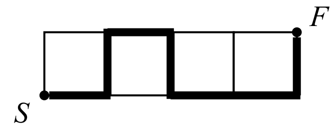
(c) Soit m le nombre minimal d'Opérations de Renversement que doit subir la liste $1, 2, 3, 4, 5, 6$ en ordre pour que 3 se retrouve à la dernière position (c'est-à-dire que la liste prenne la forme suivante : $\square, \square, \square, \square, \square, 3$). On peut déterminer la valeur de m en répondant à (i) et à (ii) ci-dessous.

(i) Trouver m Opérations de Renversement qui, lorsque exécutées, produisent le résultat souhaité (que 3 se retrouve à la dernière position).

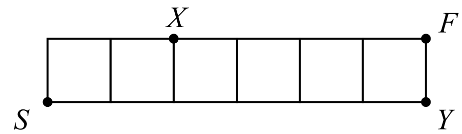
(ii) Expliquer pourquoi l'exécution de moins de m Opérations de Renversement ne peut produire le résultat souhaité.

(d) Déterminer le nombre minimal d'Opérations de Renversement que doit subir la liste $1, 2, 3, 4, 5, 6$ en ordre pour que le dernier nombre de la liste soit 4 et que l'avant-dernier nombre de la liste soit 5 (c'est-à-dire que la liste prenne la forme suivante : $\square, \square, \square, \square, 5, 4$).

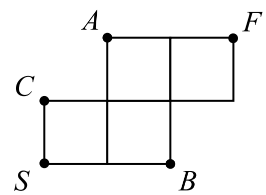
4. Un *chemin SF* commence à S, suit les arêtes des carrés, ne passe jamais par un sommet plus d'une seule fois et se termine à F. Un exemple d'un chemin SF est présenté dans la figure ci-contre. (Un sommet est un point où se rencontrent deux ou plusieurs arêtes des carrés.)



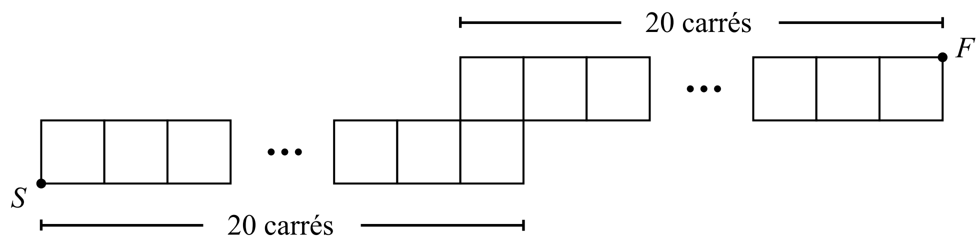
(a) Dans votre cahier-réponses, dessiner le chemin SF qui passe par chaque sommet *à l'exception* des sommets X et Y.



(b) Dans la figure ci-contre, expliquer pourquoi aucun chemin SF ne peut passer par les trois sommets A, B et C.



(c) Déterminer le nombre de chemins SF dans la figure ci-dessous.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2021 ! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2021.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca`

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^{e} année – Sec. III)

le mercredi 15 avril 2020

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 16 avril 2020

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

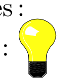
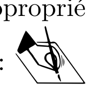
Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci : 
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci : 
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

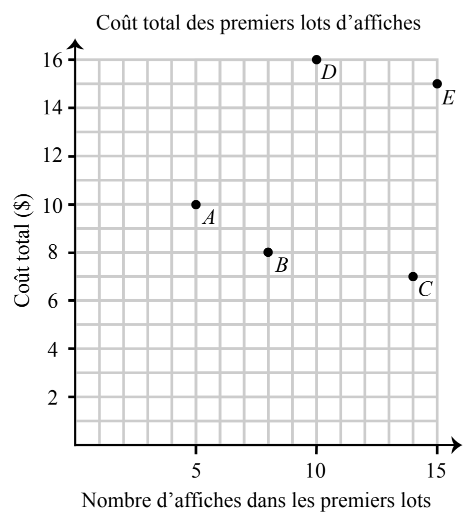
Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Annie (A), Bogdan (B), Cao (C), Daniel (D) et Émilie (E) se présentent comme candidats lors des élections des membres du conseil des élèves. Chacun des candidats choisit une imprimerie différente pour faire imprimer ses affiches de campagne. Les candidats reçoivent chacun un premier lot d'affiches. Le diagramme ci-contre représente le coût total de chacun des premiers lots d'affiches par rapport au nombre d'affiches qu'il contenait.



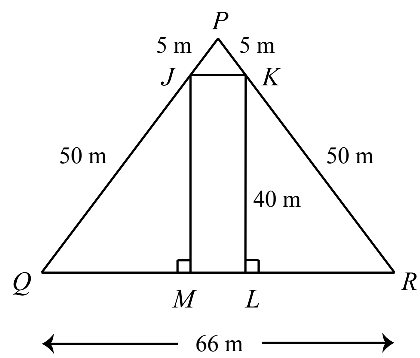
(a) Daniel paie 16,00 $ pour 10 affiches, soit un prix unitaire de 1,60 $ par affiche. Combien Cao paie-t-il par affiche ?

(b) Quels sont les deux candidats qui paient le même prix par affiche ?

(c) Daniel a besoin de 40 affiches supplémentaires. En se renseignant, il découvre que la bibliothèque du quartier peut lui imprimer ses 40 affiches pour un coût total de 60,00 $. Dans l'idéal, Daniel aimerait dépenser le moins d'argent possible. Devrait-il donc imprimer ses 40 affiches à la bibliothèque ou devrait-il se les faire imprimer au même prix unitaire que son premier lot d'affiches ?

(d) L'imprimerie qu'Annie a choisie offre les 5 premières affiches à un prix de 10,00 $ et toutes affiches supplémentaires à un prix unitaire réduit. L'imprimerie d'Émilie, quant à elle, offre un prix fixe par affiche pour n'importe quel nombre d'affiches. À la fin de la campagne, Émilie et Annie ont chacune dépensé la même somme d'argent afin de faire imprimer 25 affiches. Quel est le prix unitaire réduit offert par l'imprimerie d'Annie ?

2. Dans la figure ci-contre, les sommets du rectangle $JKLM$ sont situés sur les côtés du triangle PQR de manière que $PJ = PK = 5$ m, $JQ = KR = 50$ m, $KL = 40$ m et $QR = 66$ m.



(a) Quelle est la longueur de LR ?

(b) Quelle est la longueur de ML ?

(c) Déterminer la hauteur du triangle PJK (soit la longueur du segment de droite qui joint P au côté JK).

(d) Déterminer la fraction de l'aire du triangle PQR qui est recouverte par le rectangle $JKLM$.

3. Une *suite Dlin* est une suite dont le premier terme est un entier strictement positif et dont chaque terme, après le premier, est obtenu en ajoutant 1 au terme précédent et en doublant ce résultat. Par exemple, les sept premiers termes d'une suite Dlin de premier terme 4 sont 4, 10, 22, 46, 94, 190, 382.

(a) Le 5^{e} terme d'une suite Dlin est 142. Quels sont les 4^{e} et 6^{e} termes de cette suite ?

(b) Déterminer tous les premiers termes possibles de suites Dlin dans lesquelles 1406 paraît comme terme.

(c) Lesquels des entiers strictement positifs, de 10 à 19, pourraient être les premiers termes d'une suite Dlin dont tous les termes, après le premier, ont le même chiffre des unités ?

(d) Combien des entiers strictement positifs, de 1 à 2020, pourraient être le troisième terme dans une suite Dlin ?

4. Une grille $m \times n$ a m rangées et n colonnes. Chaque case dans la grille est soit rouge (R) ou bleue (B). Par exemple, une grille 1×2 peut être coloriée de 4 manières différentes :

R	B		B	R		B	B		R	R

(a) De combien de manières différentes peut-on colorier une grille 5×1 afin qu'elle ait exactement 3 cases rouges et 2 cases bleues ?

(b) Carrie note toutes les manières différentes dont elle peut colorier une grille 1×13. En commençant par sa première grille 1×13, elle compte le nombre de cases rouges et le nombre de cases bleues et commence une liste en notant le maximum de ces deux nombres. Carrie continue ce procédé et note à chaque fois ce maximum pour chacune des grilles 1×13 qu'elle a identifié. Quel est le *plus petit* nombre qui paraît dans la liste de Carrie ?

(c) Déterminer la plus petite valeur de n telle qu'une grille de $3 \times n$ ait toujours au moins deux colonnes qui soient coloriées de manière identique peu importe la manière dont a été coloriée la grille.

(d) On considère l'énoncé suivant :

> Dans une grille 5×41, on peut toujours retrouver 3 rangées et 3 colonnes telles que les 9 cases situées à leurs intersections soient toutes de la même couleur.

Déterminer si l'énoncé ci-dessus est vrai ou faux et justifier sa réponse.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2020! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2020.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents

— des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir

— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2020/2021

— inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre

— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne

— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne

— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne

— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants

— trouver les résultats de vos élèves dans les coucours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le mercredi 10 avril 2019
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 11 avril 2019
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

Astuce :
Il vous sera peut-être utile de savoir que la somme des n entiers de 1 à n est égale à $\frac{1}{2}n(n+1)$; c'est-à-dire, $1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n = \frac{1}{2}n(n+1)$.

1. (a) Dans la Figure A, on voit un rectangle qui mesure 7 sur 8. Quel est le périmètre de cette figure ?

   (b) Dans la Figure B, on enlève un rectangle qui mesure 3 sur 1 du coin d'un rectangle qui mesure 7 sur 8. Quel est le périmètre de cette figure ?

   (c) Dans la Figure C, on enlève un rectangle qui mesure 4 sur 2 du coin d'un rectangle qui mesure $k+4$ sur $k+2$. Sachant que le périmètre de la Figure C est égal à 56, déterminer la valeur de l'entier k.

   (d) Dans la Figure D, on enlève quatre rectangles qui mesurent 4 sur 7 des coins d'un carré qui a des longueurs de côtés de $8n+1$. Sachant que le périmètre de la Figure D doit être inférieur à 1000, déterminer le plus grand entier n qui admettrait cette condition.

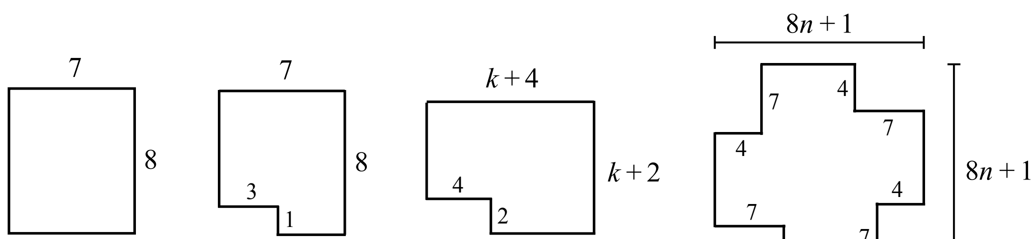


Figure A   Figure B   Figure C   Figure D

2. On introduit une corde dans une machine à un rythme constant de 2 mètres par seconde. La machine peut être réglée de manière à couper un bout de corde toutes les t secondes. Par exemple, si la machine est réglée de manière à effectuer une coupe toutes les 5 secondes, 12 bouts de cordes seront coupés en l'espace d'une minute.

(a) Si on règle la machine de manière à couper un bout de corde toutes les 8 secondes, combien de bouts de corde seront coupés en l'espace de 10 minutes ?

(b) Si on règle la machine de manière à couper un bout de corde toutes les 3 secondes, que sera la longueur de chaque bout de corde coupé ?

(c) Si chaque bout de corde coupé a une longueur de 30 m, déterminer le nombre de coupes que la machine devra effectuer en l'espace d'une minute.

(d) Si la machine est réglée de manière à effectuer 16 coupes en l'espace d'une minute, déterminer la longueur de chaque bout de corde qui sera coupé.

3. Tania dresse une liste des entiers positifs qui ne sont pas des multiples de 5 en ordre croissant :

$$1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, \ldots.$$

(a) Combien d'entiers Tania aura-t-elle listés avant que sa liste n'atteigne la position où le 6^{e} multiple de 5 est omis ?

(b) Si le nombre 2019 est le k^{e} entier dans la liste de Tania. Déterminer la valeur de k.

(c) Déterminer la somme des 200 premiers entiers de la liste de Tania.

4. Une *suite Shonk* est une suite d'entiers positifs où

— chaque terme après le premier est supérieur au terme précédent, et

— le produit de tous les termes est un carré parfait.

Par exemple : $2, 6, 27$ est une suite Shonk car $6 > 2$ et $27 > 6$ et $2 \times 6 \times 27 = 324 = 18^2$.

(a) Si $12, x, 24$ est une suite Shonk, quelle est la valeur de x ?

(b) Si $28, y, z, 65$ est une suite Shonk, quelles sont les valeurs de y et de z ?

(c) Déterminer la longueur de la suite de Shonk la plus longue dont chacun des termes est un entier de 1 à 12. Cela signifie qu'il faudra démontrer un exemple d'une telle suite dans votre solution. Il faudra aussi justifier la raison pour laquelle il n'y a pas de suite plus longue que celle de votre exemple.

(d) Une suite de quatre termes a, b, c, d porte le nom de *suite Shonkalistique super chouette* (SSSC) uniquement lorsque chacune des suites suivantes est une suite Shonk : la suite a,b,c,d, la suite a, b, c et la suite b, c, d. Déterminer le nombre de couples (m, n) qui permettraient à la suite $m, 1176, n, 48\,400$ d'être une SSSC.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2019! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2019.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents

— des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir

— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2019/2020

— inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre

— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^{e} et 12^{e} année

— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne

— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne

— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants

— trouver les résultats de vos élèves dans les coucours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^{e} année – Sec. III)

le jeudi 12 avril 2018
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 13 avril 2018
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable, telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera, (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Au Marché des fruits Sabine, on vend des cerises, des prunes et des bleuets. Le prix d'une boite de fruits de chaque sorte est indiqué dans le tableau ci-contre.

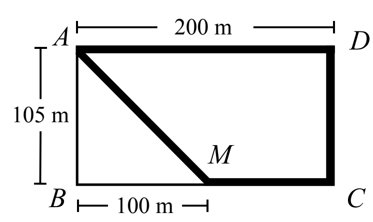
Fruit	cerises	prunes	bleuets
Prix	2,00 $	3,00 $	4,50 $

(a) Lundi, Sacha se rend au Marché des fruits Sabine. Il achète 4 boites de cerises, 3 boites de prunes et 2 boites de bleuets. Combien a-t-il dépensé en tout ?

(b) Mercredi, Sacha achète 2 boites de prunes. Il achète aussi quelques boites de cerises, mais aucune boite de bleuets. Il a dépensé 22,00 $ en tout. Combien de boites de cerises a-t-il achetées ?

(c) Samedi, Sacha achète deux fois plus de boites de prunes que de boites de cerises. Il achète aussi 3 boites de bleuets. Sachant qu'il a rendu 100 $ à la caissière et qu'elle lui a remis 14,50 $ en monnaie, combien de boites de cerises Sacha a-t-il achetées ?

2. Dans les figures ci-contre, $ABCD$ représente un champ rectangulaire. Des mâts sont placés à trois endroits, soit aux points M sur BC, P sur AD et Q sur CD. Paul court le long du chemin $A \to D \to C \to M \to A$. Théo court le long du chemin $A \to P \to Q \to C \to B \to A$.

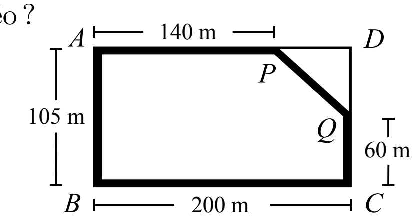


Chemin parcouru par Paul

(a) Quelle est la longueur de MA ?

(b) Quelle est la distance totale parcourue par Théo ?

(c) Paul et Théo partent en même temps. Théo court à une vitesse de 145 m/min. Paul court à une vitesse constante et termine 1 minute après Théo. Déterminer la vitesse de Paul en m/min.



Chemin parcouru par Théo

3. (a) Une droite a pour équation $y = 2x - 6$. Quelle est son abscisse à l'origine et quelle est son ordonnée à l'origine ?

   (b) Une droite a pour équation $y = kx - 6$ ($k \neq 0$). Quelle est son abscisse à l'origine ? Exprimer la réponse en fonction de k.

   (c) Un triangle est formé par la partie positive de l'axe des abscisses, la partie négative de l'axe des ordonnées et la droite d'équation $y = kx - 6$ ($k > 0$). Ce triangle a une aire de 6. Déterminer la valeur de k.

   (d) Un triangle est formé par la partie positive de l'axe des abscisses, la droite d'équation $y = mx - m^2$ et la droite d'équation $y = 2mx - m^2$. Déterminer toutes les valeurs de m ($m > 0$) pour lesquelles l'aire du triangle est égale à $\frac{54}{125}$.

4. Un *nombre de Bauman* est un entier positif dont chacun des chiffres est un 1 ou un 2. Chaque nombre de Bauman est composé de *tranches* de chiffres. Une tranche est formée d'au moins un chiffre et de tous les chiffres pareils qui le suivent immédiatement. Par exemple, 2222111112111 est un nombre de Bauman de 13 chiffres qui contient quatre tranches, soit une tranche de quatre 2, suivie d'une tranche de cinq 1, suivie d'une tranche de un 2, suivie d'une tranche de trois 1 ; le nombre 2222222 est un nombre de Bauman de 7 chiffres qui ne contient qu'une tranche, soit une tranche de sept 2.

   (a) Combien y a-t-il de nombres de Bauman de 3 chiffres ?

   (b) Combien y a-t-il de nombres de Bauman de 10 chiffres composés de moins de trois tranches ?

   (c) Déterminer combien il y a de nombres de Bauman composés d'au plus trois tranches et dont la somme des chiffres est égale à 7.

   (d) Certains nombres de Bauman contiennent une tranche d'exactement 2018 chiffres 2. Déterminer combien il y a de nombres de Bauman de 4037 chiffres qui ont au moins une tranche de 2018 chiffres 2.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2018! Chaque année, plus de 240 000 élèves, provenant de 75 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2018.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents
— des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2018/2019
— inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^{e} et 12^{e} année
— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
— trouver les résultats de vos élèves dans les coucours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le mercredi 12 avril 2017

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 13 avril 2017

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

L'utilisation d'une calculatrice est permise, mais il est interdit d'utiliser un appareil ayant accès à Internet, pouvant communiquer avec d'autres appareils ou contenant des renseignements enregistrés au préalable. Par exemple, il est interdit d'utiliser un téléphone intelligent ou une tablette.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Un magasin vend des boites de stylos rouges et des boites de stylos bleus. Les stylos rouges se vendent seulement en boites de 6 stylos. Les stylos bleus se vendent seulement en boites de 9 stylos.

   (a) Igor a acheté 5 boites de stylos rouges et 3 boites de stylos bleus. Combien de stylos a-t-il achetés en tout ?

   (b) Rachel a acheté 369 stylos. Elle a acheté 21 boites de stylos rouges. Combien de boites de stylos bleus a-t-elle achetées ?

   (c) Expliquer pourquoi il est impossible pour Suzanne d'acheter exactement 31 stylos.

2. En utilisant un dénominateur commun, on voit que $\frac{1}{3}$ est supérieur à $\frac{1}{7}$ puisque $\frac{7}{21} > \frac{3}{21}$.

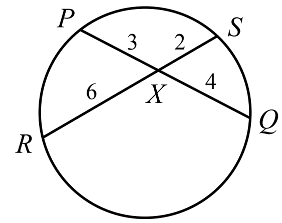
   De même, on voit que $\frac{1}{3}$ est inférieur à $\frac{1}{2}$ puisque $\frac{2}{6} < \frac{3}{6}$.

   (a) Déterminer l'entier n pour lequel $\frac{n}{40}$ est supérieur à $\frac{1}{5}$ et inférieur à $\frac{1}{4}$.

   (b) Déterminer tous les entiers m possibles pour lesquels $\frac{m}{8}$ est supérieur à $\frac{1}{3}$ et $\frac{m+1}{8}$ est inférieur à $\frac{2}{3}$.

   (c) Fiona calcule son *ratio de victoires* en divisant le nombre de matchs qu'elle a gagnés par le nombre de matchs joués. Au début du weekend, Fiona avait joué 30 matchs, avait gagné g matchs et son ratio de victoires était supérieur à 0,5. Pendant le weekend, elle joue cinq matchs et remporte trois victoires. À la fin du weekend, le ratio de victoires de Fiona est inférieur à 0,7. Déterminer toutes les valeurs possibles de g.

3. Lorsque deux cordes se coupent dans un cercle, le produit des longueurs des deux segments de l'une est égal au produit des longueurs des deux segments de l'autre. Ainsi lorsque PQ et RS se coupent en X, alors $(PX)(QX) = (RX)(SX)$.



(a) Dans la figure A ci-dessous, les cordes DE et FG se coupent en X de manière que $EX = 8$, $FX = 6$ et $GX = 4$. Quelle est la longueur de DX ?

(b) Dans la figure B, les cordes JK et LM se coupent en X de manière que $JX = 8y$, $KX = 10$, $LX = 16$ et $MX = y + 9$. Déterminer la valeur de y.

(c) Dans la figure C, la corde ST coupe les cordes PQ et PR au points respectifs U et V de manière que $PU = m$, $QU = 5$, $RV = 8$, $SU = 3$, $UV = PV = n$ et $TV = 6$. Déterminer les valeurs de m et n.

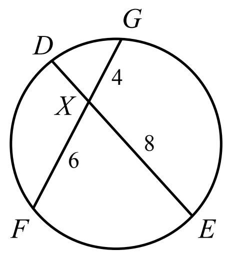


Figure A

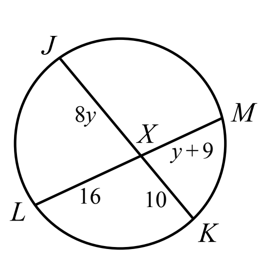


Figure B

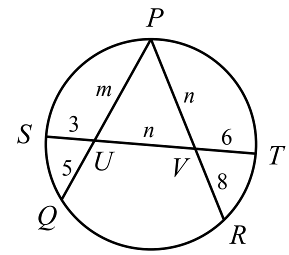


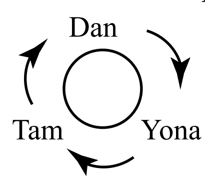
Figure C

4. Trois élèves sont assis autour d'une table. Chacun a un nombre de bonbons. Ils partagent leurs bonbons selon la procédure suivante :

- 1re étape : Chaque élève qui a un nombre impair de bonbons se débarrasse d'un bonbon. Les élèves qui ont un nombre pair de bonbons ne font rien.
- 2e étape : Chaque élève remet à l'élève assis à sa gauche la moitié des bonbons qu'il lui reste après la 1re étape.
- Les deux étapes sont répétées jusqu'à ce que les trois élèves aient un nombre égal de bonbons. La procédure est alors terminée.

Lundi, Dan, Yona et Tam ont respectivement 3, 7 et 10 bonbons au départ. Après chacune des deux étapes, les nombres de bonbons de chacun sont indiqués dans le tableau suivant :

	Dan	Yona	Tam
Au départ	3	7	10
Après la 1re étape	2	6	10
Après la 2e étape	6	4	8



(a) Dans cet exemple, combien de bonbons chaque élève a-t-il lorsque la procédure est terminée ?

(b) Mardi, au départ, Dan a 16 bonbons tandis que Yona et Tam n'en ont aucun. Combien de bonbons chaque élève a-t-il lorsque la procédure est terminée ?

(c) Mercredi, au départ, Dan a $2n$ bonbons tandis que Yona et Tam ont chacun $2n+3$ bonbons. Déterminer, en fonction de n, le nombre de bonbons qu'a chaque élève lorsque la procédure est terminée. Justifier sa démarche.

(d) Jeudi, au départ, Dan a 2^{2017} bonbons tandis que Yona et Tam n'en ont aucun. Déterminer le nombre de bonbons qu'a chaque élève lorsque la procédure est terminée. Justifier sa démarche.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2017! Chaque année, plus de 220 000 élèves, provenant de 60 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2017.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents

— des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir

— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2017/2018

— inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre

— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^{e} et 12^{e} année

— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne

— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne

— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants

— trouver les résultats de vos élèves dans les coucours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e^ année – Sec. III)

le mercredi 13 avril 2016
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 14 avril 2016
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

L'utilisation d'une calculatrice est permise, mais il est interdit d'utiliser un appareil ayant accès à Internet, pouvant communiquer avec d'autres appareils ou contenant des renseignements enregistrés au préalable. Par exemple, il est interdit d'utiliser un téléphone intelligent ou une tablette.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14 . . . ou 1,41 . . ., sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'on puisse utiliser une calculatrice pour des calculs numériques, on doit présenter et justifier les autres étapes d'une solution. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. On ne peut participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Trois écoles ont envoyé quatre élèves chacune à une compétition. Les résultats obtenus par neuf des douze élèves sont présentés dans le tableau suivant. Les résultats des trois autres élèves sont représentés par x, y et z. On obtient le résultat total d'une école en additionnant les résultats des quatre élèves qui représentent cette école.

	Élève 1	Élève 2	Élève 3	Élève 4
École A	12	8	10	6
École B	17	5	7	x
École C	9	15	y	z

(a) Quel est le résultat total de l'école A ?

(b) L'école A et l'école B ont le même résultat total. Quelle est la valeur de x, c'est-à-dire le résultat de l'élève 4 de l'école B ?

(c) L'école A et l'école C ont le même résultat total. Sachant que le résultat de l'élève 4 de l'école C est le double de celui de l'élève 3 de l'école C, déterminer ces deux résultats.

2. Lorsqu'Esther et son frère ainé Paul font la course, Esther fait 5 pas à toutes les 2 secondes et chaque pas a une longueur de 0,4 m. Aussi, Paul fait 5 pas à toutes les 2 secondes, mais chacun de ses pas a une longueur de 1,2 m.

(a) En 2 secondes, quelle distance Esther parcourt-elle en mètres ?

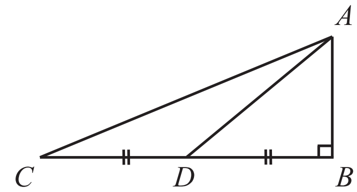
(b) Quelle est la vitesse de Paul en mètres par seconde ?

(c) Si les deux commencent une course en même temps, quelle sera l'avance de Paul après 2 minutes ?

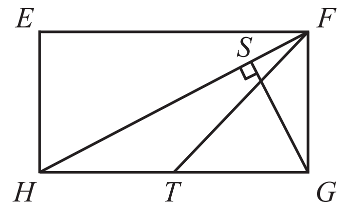
(d) Si Esther commence une course 3 minutes avant Paul, combien de temps Paul mettra-t-il pour la rejoindre ?

3. Une *médiane* d'un triangle est un segment de droite qui joint un sommet du triangle et le milieu du côté opposé au sommet.

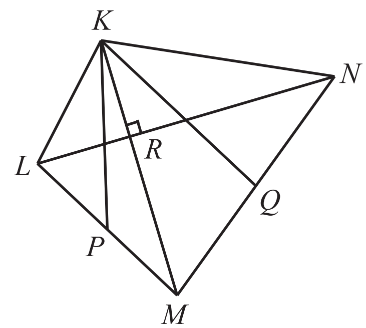
(a) Dans la figure ci-contre, le triangle ABC est rectangle et on a $AB = 4$ et $BC = 12$. Sachant que AD est une médiane du triangle ABC, quelle est l'aire du triangle ACD ?



(b) Dans le rectangle $EFGH$ ci-contre, le point S est situé sur FH de manière que SG soit perpendiculaire à FH. Dans le triangle FGH, FT est une médiane. Sachant que $FS = 18$, $SG = 24$ et $SH = 32$, déterminer l'aire du triangle FHT.



(c) $KLMN$ est un quadrilatère et KM coupe LN à angle droit au point R. De plus, KP et KQ sont des médianes respectives des triangles KLM et KMN. Sachant que $LR = 6$, $RN = 12$, $KR = x$, $RM = 2x + 2$ et que l'aire de $KPMQ$ est égale à 63, déterminer la valeur de x.



4. Une carte de BINGO contient un tableau de cinq rangées et cinq colonnes. Les colonnes se nomment B, I, N, G et O. Les cases du tableau contiennent vingt-cinq entiers différents tels que :

- La case du milieu contient toujours un 0.
- La colonne B contient des entiers de 1 à 15.
- La colonne I contient des entiers de 16 à 30.
- La colonne N contient des entiers de 31 à 45 (à l'exception de la case du milieu qui contient un 0).
- La colonne G contient des entiers de 46 à 60.
- La colonne O contient des entiers de 61 à 75.

Voici un exemple d'une carte de BINGO.

B	I	N	G	O
5	24	36	48	61
2	29	31	53	64
11	18	0	60	68
15	20	44	51	69
3	26	42	47	70

(a) Quelle est la plus petite somme possible des nombres dans une rangée d'une carte de BINGO ?

(b) La carte de BINGO de Carla a une rangée et une diagonale qui ont la même somme. Quelle est la plus petite valeur possible d'une telle somme ? Montrer qu'il existe une carte de BINGO avec cette somme et expliquer pourquoi il n'existe aucune carte de BINGO avec une plus petite telle somme.

(c) Dans la carte de BINGO ci-contre, des cases de la 3e rangée et d'une diagonale sont vides. Déterminer le nombre de façons de remplir cette carte de BINGO de manière que les nombres de cette diagonale aient une somme de 177 et que les nombres de la 3e rangée aient aussi une somme de 177. Justifier son travail.

B	I	N	G	O
	23	35	47	65
5		31	52	63
		0		
11	20	40		69
9	18	38	48	

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2016! Chaque année, plus de 220 000 élèves, provenant de 60 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2016.

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— des copies gratuites des concours précédents
— des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
— des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au `cemc.uwaterloo.ca` pour :

— obtenir des renseignements au sujet des concours de 2016/2017
— inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
— jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^{e} et 12^{e} année
— vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
— vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
— vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
— trouver les résultats de vos élèves dans les coucours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le jeudi 16 avril 2015
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 17 avril 2015
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

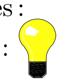
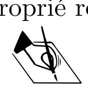
Durée : 75 minutes

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4 **Chaque question vaut 10 points.**

L'utilisation d'une calculatrice est permise, mais il est interdit d'utiliser un appareil ayant accès à Internet, pouvant communiquer avec d'autres appareils ou contenant des renseignements enregistrés au préalable. Par exemple, il est interdit d'utiliser un téléphone intelligent ou une tablette.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci : 
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci : 
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

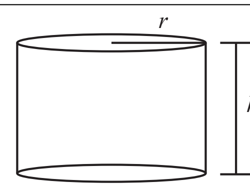
- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14 . . . ou 1,41 . . ., sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :
1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent êtres présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Une compagnie produit des cylindres. Son cylindre modèle A a un rayon r de 10 cm et une hauteur h de 16 cm.

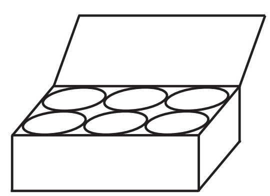


Volume d'un cylindre : $V = \pi r^2 h$

(a) Calculer le volume d'un cylindre modèle A en cm^3.

(b) La compagnie produit aussi un cylindre modèle B qui a un rayon de 8 cm. Chaque cylindre modèle B a le même volume que chaque cylindre modèle A. Quelle est la hauteur d'un cylindre modèle B en cm ?

(c) La compagnie produit des boites A pouvant contenir six cylindres modèle A. Ceux-ci, placés à la verticale, sont bien tassés dans la boite comme dans la figure ci-contre. Déterminer le volume d'une boite A en cm^3.



(d) La compagnie produit aussi des boites B pouvant contenir six cylindres modèle B. Les cylindres sont placés à la verticale et bien tassés dans la boite comme dans la figure précédente. Indiquer laquelle des situations suivantes est vraie : Le volume de la boite B est inférieur, supérieur ou égal à celui de la boite A.

2. Au Canada, une pièce de 25 ¢, de 10 ¢ ou de 5 ¢ vaut respectivement 0,25 $, 0,10 $ ou 0,05 $.

(a) Susanne a 3 pièces de 25 ¢, 18 pièces de 10 ¢ et 25 pièces de 5 ¢. Quelle est la valeur totale des pièces de Suzanne ?

(b) Luc a un nombre égal de pièces de 10 ¢ et de 5 ¢ et aucune autre pièce de monnaie. Ses pièces ont une valeur totale de 1,50 $. Combien Luc a-t-il de pièces de 5 ¢ ?

(c) Élise a des pièces de 25 ¢ et de 10 ¢ qui ont une valeur totale de 10,65 $. Sachant qu'Élise a x pièces de 25 ¢ et $2x + 3$ pièces de 10 ¢, quelle est la valeur de x ?

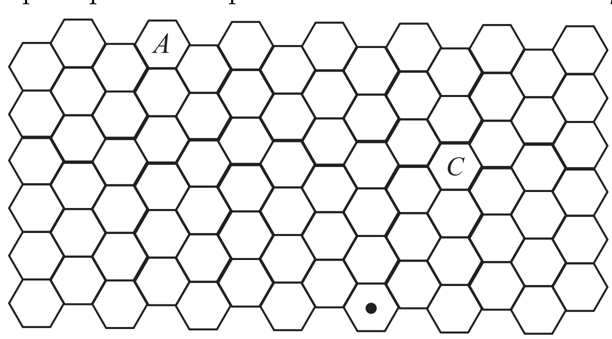
3. La somme des n premiers entiers strictement positifs est donnée par la formule $\dfrac{n(n+1)}{2}$, c'est-à-dire que $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.
Par exemple, pour obtenir la somme des 4 premiers entiers strictement positifs, on calcule $1 + 2 + 3 + 4 = \dfrac{4(4+1)}{2} = 10$.

(a) Calculer la somme des 200 premiers entiers strictement positifs, c'est-à-dire la somme de
$$1 + 2 + 3 + \cdots + 198 + 199 + 200.$$

(b) Calculer la somme des 50 entiers consécutifs à partir de 151, c'est-à-dire la somme de
$$151 + 152 + 153 + \cdots + 198 + 199 + 200.$$

(c) On considère l'addition des 1000 premiers entiers strictement positifs, $1 + 2 + 3 + \cdots + 999 + 1000$. On enlève chaque troisième entier pour créer la nouvelle addition
$$1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + 10 + 11 + \cdots + 998 + 1000.$$
Calculer la somme de cette nouvelle addition.

4. On place un jeton $\bullet$ sur une grille hexagonale, comme dans la figure ci-dessous. À chaque étape, le jeton peut être déplacé sur un hexagone adjacent selon l'une des directions $\nwarrow, \uparrow, \nearrow$. (Le jeton ne peut pas être déplacé dans une des directions $\swarrow, \downarrow, \searrow$.)



(a) Quel est le nombre minimal d'étapes qu'il faut pour déplacer le jeton jusqu'à l'hexagone A ?

(b) Déterminer le nombre maximal d'étapes qu'il faut pour déplacer le jeton jusqu'à l'hexagone A. Justifier les étapes.

(c) En utilisant exactement 5 étapes, on peut déplacer le jeton jusqu'à l'hexagone C d'exactement 20 façons différentes. En utilisant exactement 5 étapes, le jeton peut aboutir sur n hexagones différents d'au moins 20 façons différentes. Déterminer la valeur de n, tout en justifiant les étapes.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2015! Chaque année, plus de 200 000 élèves, provenant de 60 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2015.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :
- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :
- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2015/2016
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^{e} et 12^{e} année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les coucours

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le mercredi 16 avril 2014

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 17 avril 2014

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Durée : 75 minutes
L'utilisation d'une calculatrice est permise.

Nombre de questions : 4
Chaque question vaut 10 points.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14 . . . ou 1,41 . . ., sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au www.cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

REMARQUES

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées a l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.

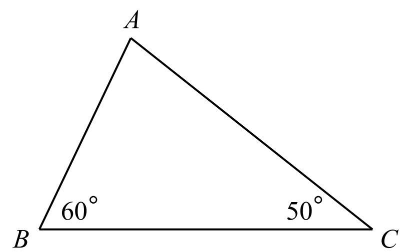
1. (a) Les entiers de 1 à 99 sont écrits l'un à côté de l'autre pour former l'entier 123456789101112 . . . 9899. Combien de chiffres cet entier a-t-il ?

   (b) Les entiers de 1 à 199 sont écrits l'un à côté de l'autre pour former l'entier 123456789101112 . . . 198199. Combien de chiffres cet entier a-t-il ?

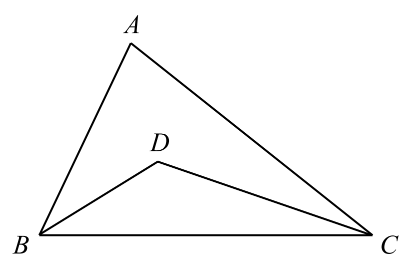
   (c) Les entiers de 1 à n sont écrits l'un à côté de l'autre pour former un entier. Sachant que cet entier compte 1155 chiffres, déterminer la valeur de n.

   (d) Les entiers de 1 à 1000 sont écrits l'un à côté de l'autre pour former un entier. Déterminer le 1358ᵉ chiffre de cet entier.

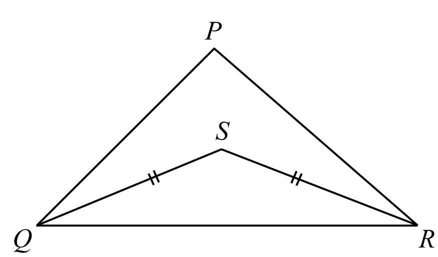
2. (a) Dans le triangle ABC, on a $\angle ABC = 60°$ et $\angle ACB = 50°$. Quelle est la mesure de l'angle BAC ?



   (b) La *bissectrice* d'un angle est un segment qui divise l'angle en deux angles égaux. Dans le triangle ABC, on a $\angle ABC = 60°$ et $\angle ACB = 50°$. Sachant que BD et CD sont les bissectrices respectives des angles ABC et ACB, quelle est la mesure de l'angle BDC ?

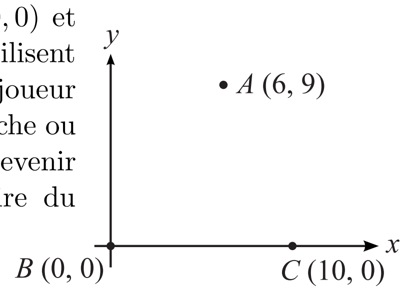


   (c) Le point S est situé à l'intérieur du triangle PQR de manière que QS et RS soient les bissectrices respectives des angles PQR et PRQ et que $QS = RS$. Sachant que $\angle QSR = 140°$, déterminer la mesure de l'angle QPR, tout en justifiant sa démarche.



   (d) On considère le triangle PQR. QS et RS sont les bissectrices respectives des angles PQR et PRQ. De plus, $QS = RS$ (comme dans la partie (c)). Expliquer pourquoi il est impossible que $\angle QSR = 80°$.

3. Au départ, le triangle ABC a pour sommets $A(6,9)$, $B(0,0)$ et $C(10,0)$, comme dans la figure ci-contre. Deux joueurs utilisent le triangle ABC pour jouer un jeu. À chaque tour, un joueur peut faire bouger le sommet A d'une unité, soit vers la gauche ou vers le bas. Aucune des coordonnées du point A ne peut devenir strictement négative. Le joueur qui réussit à rendre l'aire du triangle ABC égale à 25 gagne la partie.



(a) Quelle est l'aire du triangle ABC au départ ?

(b) Damien et Édith jouent une partie. Après plusieurs mouvements, le sommet A est situé au point $(2,7)$. C'est au tour de Damien de jouer. Expliquer comment Édith peut toujours gagner à partir de cette position.

(c) Farid et Gilles jouent plusieurs parties, Farid jouant toujours le premier. Il existe une *stratégie gagnante* pour un de ces joueurs ; c'est-à-dire qu'en suivant les règlements d'une façon particulière, il peut toujours gagner, peu importe comment son adversaire joue.

  (i) Lequel des deux joueurs a une stratégie gagnante ?

  (ii) Décrire la stratégie gagnante de ce joueur.

  (iii) Justifier pourquoi la stratégie décrite dans la partie (ii) mène toujours à une victoire.

4. L'ensemble $A = \{1,2\}$ admet exactement quatre sous-ensembles : $\{\}$, $\{1\}$, $\{2\}$ et $\{1,2\}$. Les quatre sommes correspondantes des sous-ensembles de A sont 0, 1, 2 et 3. La somme des sommes des sous-ensembles de A est égale à $0+1+2+3$, ou 6. On remarque que $\{\}$ est l'ensemble vide et que l'ensemble $\{1,2\}$ est le même que l'ensemble $\{2,1\}$.

(a) L'ensemble $\{1,2,3\}$ admet exactement huit sous-ensembles. Il admet donc huit sommes de sous-ensembles. Énumérer les huit sommes des sous-ensembles de l'ensemble $\{1,2,3\}$.

(b) Déterminer la somme des sommes des sous-ensembles de l'ensemble $\{1,2,3,4,5\}$, tout en justifiant sa démarche.

(c) Déterminer la somme des sommes des sous-ensembles de l'ensemble $\{1,3,4,5,7,8,12,16\}$ qui sont divisibles par 4, tout en justifiant sa démarche.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2014!
En 2013, plus de 15 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Fryer, Galois et Hypatie.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre.

Visitez notre site Web pour
- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer pour les prochains concours
- des renseignements au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour
- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2014/2015
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants
- trouver les résultats de votre école
- vous inscrire au Problème de la semaine
- obtenir des renseignements au sujet de notre programme de Master of Mathematics for Teachers (maîtrise en mathématiques pour enseignants)

Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le jeudi 18 avril 2013
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 19 avril 2013
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Durée : 75 minutes
L'utilisation d'une calculatrice est permise.

Nombre de questions : 4
Chaque question vaut 10 points.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 2 ou 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14 ... ou 1,41 ..., sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au www.cemc.uwaterloo.ca, Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

REMARQUES

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées a l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.

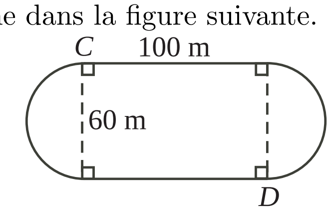
1. Anne, Bruno et Carl jouent aux quilles. Aux quilles, la marque est toujours un nombre entier de points.

   (a) Dans sa première partie, Anne a obtenu une marque de 103 points. Dans sa deuxième partie, elle a obtenu une marque de 117 points. Quelle est la marque moyenne de ces deux parties ?

   (b) Dans ses deux premières parties, Bruno a obtenu des marques de 108 points et de 125 points. Après ses trois premières parties, il avait une marque moyenne de 115 points. Combien de points a-t-il obtenus dans sa troisième partie ?

   (c) Après ses trois premières parties, Carl avait une marque moyenne de 113 points. Dans ses deux parties suivantes, il a obtenu un même nombre de points. Est-il possible qu'il ait obtenu une marque moyenne de 120 points dans ces cinq parties ? Expliquer pourquoi ou pourquoi pas.

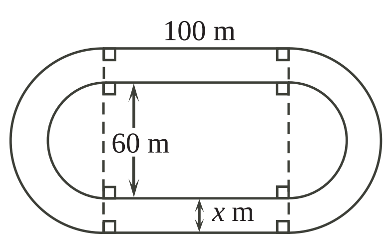
2. Un champ est délimité par deux côtés droits de 100 m et deux demi-cercles ayant chacun un diamètre de 60 m, comme dans la figure suivante.



   (a) Déterminer le périmètre du champ.

   (b) Alice et Béatrice courent du point C au point D. Alice court le long de la ligne qui délimite le champ, tandis que Béatrice court en ligne droite du point C au point D. Au mètre près, quelle distance Alice parcourt-elle de plus que Béatrice ?

   (c) La figure suivante représente une piste, ayant une largeur constante de x m, construite autour du champ. L'extérieur de la piste est délimité par deux lignes droites de 100 m et deux demi-cercles. La limite extérieure de la piste a un périmètre de 450 m. Déterminer la valeur de x à l'entier près.



3. La *somme des chiffres* du nombre 2013 est égale à $2+0+1+3$, ou 6. Si la somme des chiffres d'un nombre est divisible par 3, alors le nombre est divisible par 3. De plus, si un nombre est divisible par 3, alors la somme de ses chiffres est divisible par 3.

   (a) Indiquer toutes les valeurs possibles du chiffre A pour lesquelles le nombre de quatre chiffres, $51A3$, est divisible par 3.

   (b) Indiquer toutes les valeurs possibles du chiffre B pour lesquelles le nombre de quatre chiffres, $742B$, est divisible par 2 et par 3 (c'est-à-dire qu'il est divisible par 6).

   (c) Déterminer tous les couples possibles des chiffres P et Q pour lesquels le nombre $1234PQPQ$ est divisible par 15.

   (d) Déterminer le nombre de couples de chiffres C et D pour lesquels le produit $2CC \times 3D5$ est divisible par 12.

4. La position initiale d'un point, dans un plan cartésien, est $(0,0)$. On fait subir au point une série de déplacements.
   Dans chaque déplacement, le point se déplace d'une unité vers la gauche ($\leftarrow$), vers la droite ($\rightarrow$), vers le haut ($\uparrow$) ou vers le bas ($\downarrow$).

   Voici cinq séries de déplacements possibles, parmi d'autres, après lesquelles le point se retrouve en position $(1,1)$: $\uparrow\rightarrow$, $\rightarrow\uparrow$, $\uparrow\downarrow\rightarrow\uparrow$, $\uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow$ et $\uparrow\rightarrow\rightarrow\leftarrow$.

   (a) Combien y a-t-il de façons possibles pour que le point se retrouve en position $(1,0)$ en 4 déplacements ou moins ?

   (b) Dans combien de positions différentes le point peut-il se retrouver après exactement 4 déplacements ?

   (c) Déterminer le nombre d'entiers k, où $k \leq 100$, pour que le point se retrouve en position $(-7,12)$ après exactement k déplacements. Justifier sa réponse.

   (d) Le point peut se retrouver en exactement 2304 positions après exactement 47 déplacements. Déterminer le nombre de positions dans lesquelles le point peut se retrouver après exactement 49 déplacements.

2013 Concours Fryer (français)

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2013!
En 2012, plus de 13 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Fryer, Galois et Hypatie.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre.

Visitez notre site Web pour

– des copies gratuites des concours précédents
– des ateliers pour vous aider à vous préparer pour les prochains concours
– des renseignements au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour

– obtenir des renseignements au sujet des concours de 2013/2014
– vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants
– trouver les résultats de votre école
– vous inscrire au Problème de la semaine
– obtenir des renseignements au sujet de notre programme de Master of Mathematics for Teachers (maîtrise en mathématiques pour enseignants)

The CENTRE for EDUCATION
in MATHEMATICS and COMPUTING
www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le jeudi 12 avril 2012
(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 13 avril 2012
(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF WATERLOO

WATERLOO MATHEMATICS

The Great-West Life Assurance Company   London Life   Canada Life

STRONGER COMMUNITIES TOGETHER™

Canadian Institute of Actuaries / Institut canadien des actuaires   Deloitte.

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Durée : 75 minutes
L'utilisation d'une calculatrice est permise.

Nombre de questions : 4
Chaque question vaut 10 points.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut 3 points.
   - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
   - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :
   - Chacune vaut le reste des 10 points attribués à la question.
   - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse
   - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
   - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14 . . . ou 1,41 . . ., sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié dans les Résultats du concours Euclide sur notre site web à l'adresse http://www.cemc.uwaterloo.ca.

REMARQUES

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées a l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.

1. (a) À Angleville, le candidat A au poste de maire a reçu 1008 votes sur un total de 5600 votes. Quel pourcentage de tous les votes le candidat A a-t-il reçu ?

   (b) À Baseville, trois candidats, B, C et D, se sont fait la lutte pour le poste de maire. Le candidat B a gagné en remportant $\frac{3}{5}$ de tous les votes, tandis que les candidats C et D sont arrivés deuxièmes en obtenant un même nombre de votes. Quel pourcentage de tous les votes le candidat C a-t-il reçu ?

   (c) À Cordeville, deux candidats, E et F, se sont fait la lutte pour le poste de maire. En tout, il y a eu 6000 votes. À 22 h 00, seulement 90 % des votes avaient été comptés. Le candidat E avait reçu 53 % de ces votes. À 22 h 00, combien de votes de plus le candidat E avait-il reçus par rapport au candidat F ?

   (d) À Droiteville, trois candidats, G, H et J, se sont fait la lutte pour le poste de maire. D'après le comptage final, G a reçu 2000 votes, H a reçu 40 % des votes et J a reçu 35 % des votes. Combien de votes le candidate H a-t-il reçus ?

2. La *factorisation première* du nombre 144 est $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$, ou $2^4 \times 3^2$. Or, 144 est un carré parfait, car on peut l'écrire sous la forme $(2^2 \times 3) \times (2^2 \times 3)$.
   La factorisation première de 45 est $3^2 \times 5$. Donc, 45 n'est pas un carré parfait, mais 45×5 est un carré parfait, car $45 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = (3 \times 5) \times (3 \times 5)$.

   (a) Déterminer la factorisation première de 112.

   (b) Le produit $112 \times u$ est un carré parfait. Sachant que u est un entier strictement positif, quelle est la plus petite valeur possible de u ?

   (c) Le produit $5632 \times v$ est un carré parfait. Sachant que v est un entier strictement positif, quelle est la plus petite valeur possible de v ?

   (d) Un *cube parfait* est un entier que l'on peut écrire sous la forme n^3, n étant un entier. Par exemple, 8 est un cube parfait, car $8 = 2^3$. Le produit $112 \times w$ est un cube parfait. Sachant que w est un entier strictement positif, quelle est la plus petite valeur possible de w ?

3. On écrit les entiers strictement positifs dans le tableau suivant.

	A	B	C	D	E	F	G
Rangée 1		1	2	3	4	5	6
Rangée 2	12	11	10	9	8	7	
Rangée 3		13	14	15	16	17	18
Rangée 4	24	23	22	21	20	19	

$\vdots$

Les rangées impaires contiennent six entiers consécutifs, en ordre de gauche à droite, en commençant dans la colonne B. Les rangées paires contiennent six entiers consécutifs, en ordre de droite à gauche, en commençant dans la colonne F.

(a) Déterminer le plus grand entier de la rangée 30.

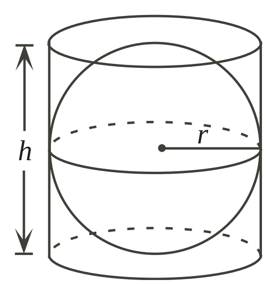
(b) Déterminer la somme des six entiers de la rangée 2012.

(c) Déterminer la rangée et la colonne du nombre 5000 dans le tableau.

(d) Dans combien de rangées la somme des six nombres est-elle supérieure à 10 000 et inférieure à 20 000 ?

4. Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est égal à $\pi r^2 h$.
Le volume d'une sphère de rayon r est égal à $\frac{4}{3}\pi r^3$.

(a) Dans la figure ci-contre, une sphère est placée dans un cylindre de même rayon r. De plus, la hauteur du cylindre est telle que la sphère touche aux deux extrémités du cylindre. Écrire une équation qui exprime la relation entre la hauteur h de ce cylindre et le rayon r de la sphère.



(b) On considère le cylindre et la sphère de la partie (a). Déterminer le volume du cylindre, sachant que la sphère a un volume de 288π.

(c) On a fixé un grand cube dans l'espace, avec des arêtes de 1 km. Darla, une fourmi spaciale, peut se déplacer sur le cube et dans l'espace à l'extérieur du cube. Si on permet à Darla de se promener sans s'éloigner à plus de 1 km du point le plus près sur le cube, déterminer le volume total de l'espace dans lequel Darla peut se déplacer.

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2012!
En 2011, plus de 13 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Fryer, Galois et Hypatie.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre.

Visitez notre site Web pour

- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer pour les prochains concours
- des renseignements au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2012/2013
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants
- trouver les résultats de votre école
- vous inscrire au Problème de la semaine
- obtenir des renseignements au sujet de notre programme de Master of Mathematics for Teachers (maîtrise en mathématiques pour enseignants)

www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer 2011 (9^e^ année – Sec. III)

le mercredi 13 avril 2011

1. Une *suite arithmétique* est une suite dont chaque terme, après le premier, est obtenu en ajoutant au terme précédent une valeur constante d, appelée raison arithmétique. Par exemple, $2, 5, 8, 11, 14$ sont les cinq premiers termes d'une suite arithmétique ayant pour raison $d = 3$.

   (a) Déterminer les 6^e^ et 7^e^ termes de la suite ci-dessus.

   (b) Quel est le 31^e^ terme de cette suite ?

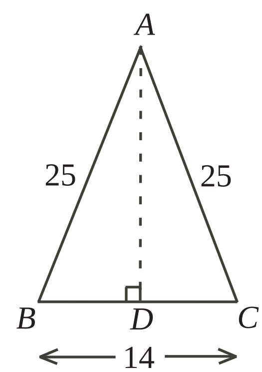
   (c) Si le dernier terme de cette suite était 110, combien y aurait-il de termes dans la suite ?

   (d) Si la suite continuait, le nombre 1321 paraîtrait-il dans la suite ? Expliquer sa réponse.

2. Dans tout triangle isocèle ABC dont $AB = AC$, la hauteur AD coupe la base BC en son milieu D de manière que $BD = DC$.

   (a) (i) Dans le triangle ABC ci-contre, $BC = 14$ et $AB = AC = 25$. Déterminer la longueur de la hauteur AD.

   (ii) Déterminer l'aire du triangle ABC.



   (b) On coupe le triangle précédent ABC le long de sa hauteur, de A jusqu'à D (Figure 1). On fait subir à chaque triangle qui en résulte une rotation de 90° de centre D jusqu'à ce que les points B et C se rencontrent au-dessous du point D (Figure 2).
   On obtient ainsi un nouveau triangle que l'on nomme PQR (Figure 3).

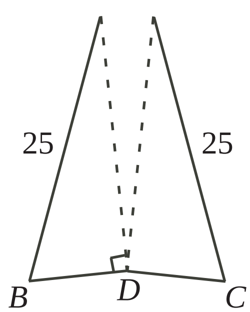


Figure 1

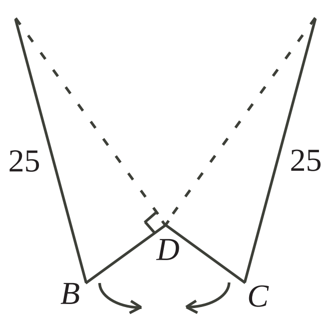


Figure 2

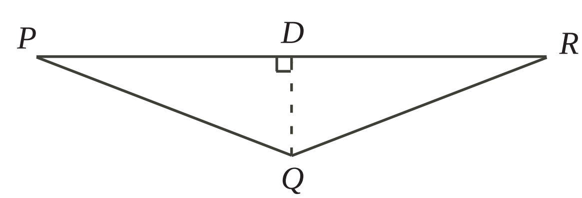
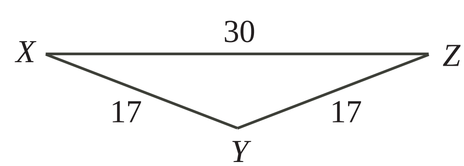


Figure 3

   (i) Déterminer la longueur de la base PR du triangle PQR.

   (ii) Déterminer l'aire du triangle PQR.

   (c) Il existe deux triangles isocèles différents dont les longueurs de côtés sont des entiers et dont l'aire est égale à 120. Un de ces triangles, le triangle XYZ, est indiqué ci-contre.
   Déterminer les longueurs des trois côtés du deuxième triangle.



3. On commence par n'importe quel entier positif de deux chiffres dont on multiplie les chiffres. Si le produit qui en résulte est un nombre de deux chiffres, on recommence. À force de répéter cette procédure, on aboutit éventuellement à un nombre de un chiffre. On cesse lorsqu'on obtient un nombre de un chiffre.

   Par exemple :

Nombre de deux chiffres	1re étape	2e étape	3e étape	
97	$9 \times 7 = 63$	$6 \times 3 = 18$	$1 \times 8 = 8$	On aboutit au nombre 8 après 3 étapes.
48	$4 \times 8 = 32$	$3 \times 2 = 6$		On aboutit au nombre 6 après 2 étapes.
50	$5 \times 0 = 0$			On aboutit au nombre 0 après 1 étape.

   (a) On commence par le nombre 68. Déterminer le nombre d'étapes qu'il faut pour obtenir un nombre de un chiffre.

   (b) Déterminer tous les nombres de deux chiffres qui aboutissent au nombre 8 après 2 étapes.

   (c) Déterminer tous les nombres de deux chiffres qui aboutissent au nombre 4.

   (d) Déterminer un nombre de deux chiffres qui aboutit à un nombre de un chiffre après 4 étapes.

4. Chaque jour, Ian dépense 1,72 \$ chez Jim Bortons pour une tasse de thé. Il prend l'argent de son bocal de monnaie. Au début de l'année, il y a exactement 365 pièces de 2 \$ (chacune vaut 200 ¢) et aucune autre pièce dans le bocal. Ian paie et la caissière ou le caissier rend la monnaie selon les règles suivantes :

   – Ian prend toujours l'argent de son bocal.
   – Ian offre une somme d'au moins 1,72 \$.
   – La somme que Ian offre est toujours le plus proche possible du prix de la tasse de thé.
   – La monnaie lui est toujours rendue avec le plus petit nombre possible de pièces de monnaie.
   – La monnaie reçue est placée dans le bocal de monnaie.
   – Les pièces utilisées peuvent être de 1 ¢, 5 ¢, 10 ¢, 25 ¢ ou 200 ¢.

   (a) Combien d'argent Ian aura-t-il dans son bocal après 365 jours ?

   (b) Quel est le nombre maximal de pièces de 25 ¢ qu'il peut y avoir dans le bocal à n'importe quel moment ?

   (c) Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte dans le bocal après 277 jours ?

Concours Fryer 2010 (9^e année – Sec. III)

le vendredi 9 avril 2010

1. On considère la suite suivante de figures, chaque figure étant composée de carreaux :

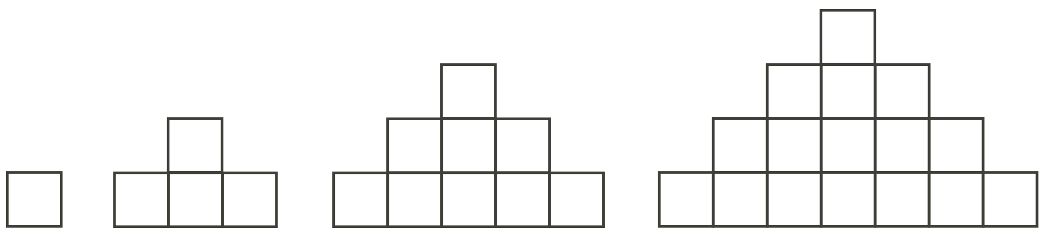
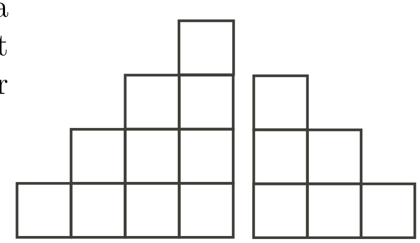


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

On peut prolonger la suite en ajoutant à la figure qui suit une rangée de carreaux de plus que dans la figure précédente.
La nouvelle rangée est ajoutée au bas de la figure et elle contient deux carreaux de plus que dans la rangée du bas de la figure précédente.

(a) On coupe la figure 4 en deux morceaux, comme dans la figure ci-contre. Tracer un dessin qui représente comment on peut placer ces deux morceaux de manière à former un carré de 4^2 carreaux, c'est-à-dire de 16 carreaux.



(b) Déterminer le nombre de carreaux qui forment la figure 5.

(c) Déterminer le nombre de carreaux qui forment la rangée du bas de la figure 10.

(d) Déterminer la différence entre le nombre total de carreaux qui forment la figure 11 et le nombre total de carreaux qui forment la figure 9.

2. (a) Déterminer la moyenne des entiers 71, 72, 73, 74 et 75.

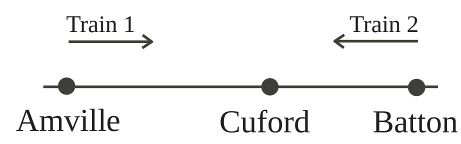
(b) Soit $n, n+1, n+2, n+3$ et $n+4$ cinq entiers consécutifs.

(i) Déterminer une expression simplifiée pour la somme de ces cinq entiers consécutifs.

(ii) Si la moyenne de ces cinq entiers consécutifs est un entier impair, expliquer pourquoi n doit être un entier impair.

(c) On peut représenter six entiers consécutifs par $n, n+1, n+2, n+3, n+4$ et $n+5$, n étant un entier. Expliquer pourquoi la moyenne de six entiers consécutifs n'est jamais un entier.

3. Le train 1 roule de Amville à Batton à une vitesse constante.
Le train 2 roule de Batton à Amville à une vitesse constante.



(a) Le train 1 roule à une vitesse de 60 km/h et il met 9 heures pour parcourir $\frac{2}{3}$ de la distance à Batton. Déterminer la distance de Amville à Batton.

(b) Le train 2 met 6 heures pour parcourir $\frac{2}{3}$ de la distance à Amville. Quelle est la vitesse du train ?

(c) Le train 2 a quitté Batton $3\frac{1}{2}$ heures après le départ du train 1. Les deux trains sont arrivés à Cuford à 21 h 00. À quelle heure le train 1 est-il parti d'Amville ?

4. Un *palindrome* est un entier strictement positif qui peut être lu de gauche à droite ou de droite à gauche. Par exemple, les trois nombres 7, 121 et 7739377 sont des palindromes.

(a) Déterminer combien il y a de palindromes qui sont inférieurs à 1000.

(b) Déterminer combien il y a de palindromes de 7 chiffres.

(c) Si les palindromes de la partie (b) sont écrits en ordre croissant, déterminer le 2125^{e} palindrome dans cette liste.

(d) Déterminer combien il y a de palindromes de 6 chiffres qui sont divisibles par 91.

Concours Fryer 2009 (9^e année – Sec. III)

le mercredi 8 avril 2009

1. Émilie installe un étal pour vendre de la limonade. Le coût d'installation est de 12,00 \$ et la préparation de chaque verre de limonade lui coûte 0,15 \$. Elle vend chaque verre au prix de 0,75 \$.

   (a) Quel est son coût total, y compris le coût d'installation, pour faire 100 verres de limonade ?

   (b) Quel est son profit (l'argent reçu moins le coût total) si elle vend 100 verres de limonade ?

   (c) Combien de verres doit-elle vendre pour obtenir un profit de 0 \$?

   (d) Pourquoi lui est-il impossible d'obtenir un profit d'exactement 17,00 \$?

2. Si $a > 0$ et $b > 0$, on définit une nouvelle opération ∇ comme suit : $a\nabla b = \dfrac{a+b}{1+ab}$

   Par exemple, $3\nabla 6 = \dfrac{3+6}{1+3\times 6} = \dfrac{9}{19}$.

   (a) Calculer $2\nabla 5$.

   (b) Calculer $(1\nabla 2)\nabla 3$.

   (c) Si $2\nabla x = \dfrac{5}{7}$, quelle est la valeur de x ?

   (d) Il existe des valeurs de x et de y, pour lesquelles $x\nabla y$ est égal à $\dfrac{x+y}{17}$. Déterminer tous les couples possibles d'entiers positifs x et y pour lesquels cela est vrai.

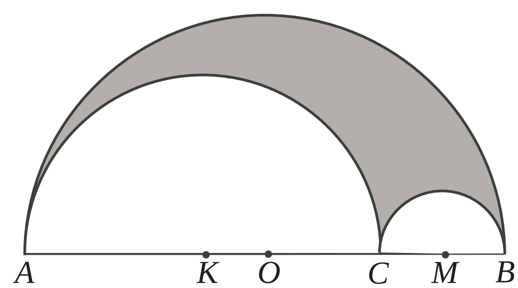
3. Dans la figure ci-contre, K, O et M sont les centres des trois demi-cercles. De plus, $OC = 32$ et $CB = 36$.

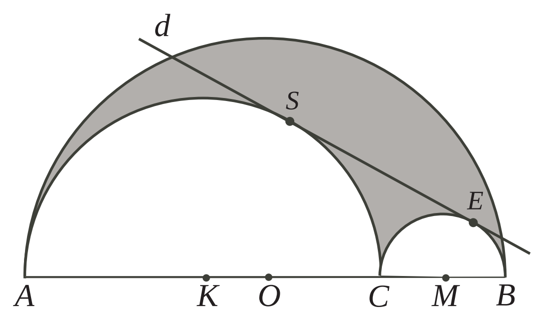
   (a) Quelle est la longueur AC ?

   (b) Quelle est l'aire du demi-cercle de centre K ?

   (c) Quelle est l'aire de la région ombrée ?

   (d) La droite d est tracée de manière à toucher les petits demi-cercles aux points S et E. Les segments KS et ME sont ainsi perpendiculaires à d. Déterminer l'aire du quadrilatère $KSEM$.





4. L'addition ci-dessous représente $2 + 22 + 222 + 2222 + \cdots$. Elle contient 101 rangées et dans la 101e rangée, le chiffre 2 paraît 101 fois.

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & & & & & 2 \\
 & & & & & & 2 & 2 \\
 & & & & & 2 & 2 & 2 \\
 & & & & 2 & 2 & 2 & 2 \\
 & & & & & & & \vdots \\
 & & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 & 2 \\
+ & 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 & 2 \\
\hline
 & & & & \cdots & C & B & A
\end{array}
$$

(a) Déterminer la valeur du chiffre des unités A.

(b) Déterminer la valeur du chiffre des dizaines B et la valeur du chiffre des centaines C.

(c) Déterminer le chiffre du milieu de la somme.

Concours Fryer 2008 (9^e année – Sec. III)

le mercredi 16 avril 2008

1. Un *carré magique* est un tableau de forme carrée composé de nombres distincts de manière que les nombres de chaque rangée, de chaque colonne et des deux diagonales principales aient la même somme (appelée *constante magique*). Par exemple,

4	3	8
9	5	1
2	7	6

est un carré magique puisque les nombres de chaque rangée, de chaque colonne et de chaque diagonale principale ont une somme de 15. (La constante magique est égale à 15.)

   (a) On veut former un carré magique en utilisant les neuf entiers de 11 à 19.

   (i) Calculer la somme des neuf entiers de 11 à 19.

   (ii) Déterminer la constante magique de ce carré magique. Expliquer sa démarche.

   (iii) Compléter le carré magique, certains nombres étant déjà placés :

18	11	
		12

   (b) On veut former un carré magique en utilisant les seize entiers de 1 à 16.

   (i) Calculer la somme des seize entiers de 1 à 16.

   (ii) Déterminer la constante magique de ce carré magique et expliquer sa démarche.

   (iii) Compléter le carré magique, certains nombres étant déjà placés :

16	3		13
5		11	
		7	12
4		14	1

2. Si une équipe a 13 victoires et 7 défaites, son *pourcentage de victoires* est égal à $\dfrac{13}{13+7} \times 100\,\%$, ou 65 %, parce qu'elle a gagné 13 des 20 matchs qu'elle a joués.

   (a) Les Requins ont joué 10 matchs et en ont gagné 8.
   Ensuite, ils ont joué 5 matchs de plus et en ont gagné 1.
   Quel est leur pourcentage de victoires final ? Montrer les étapes menant à la réponse.

   (b) Les Émeus ont gagné 4 de leurs 10 premiers matchs.
   Ensuite, ils ont joué x matchs de plus et les ont tous gagnés.
   Leur pourcentage de victoires final est égal à 70 %.
   Combien de matchs ont-ils joués en tout ? Montrer les étapes menant à la réponse.

   (c) Les Diables ont commencé la saison avec 7 victoires et 3 défaites.
   Ils ont perdu tous les matchs qui ont suivi.
   Y avait-il un moment, pendant la saison, où ils avaient gagné exactement $\frac{2}{7}$ des matchs joués ? Justifier sa réponse.

3. (a) Dans la Figure 1, on voit un développement qui peut être plié pour former une boîte de forme rectangulaire. Déterminer le volume et l'aire totale de la boîte.

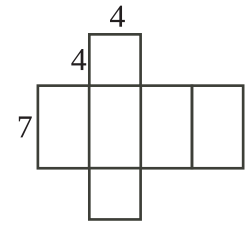


Figure 1

(b) Dans la Figure 2, on voit une boîte de forme rectangulaire qui mesure 2 sur 2 sur 6. Une fourmi part du point A et marche jusqu'au point B en traversant chacune des faces latérales de la boîte. On peut déterminer le chemin le plus court possible en dépliant la boîte, comme dans la Figure 3, et en traçant un segment de droite de A à B. Déterminer la longueur AB dans la Figure 3.

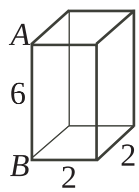


Figure 2

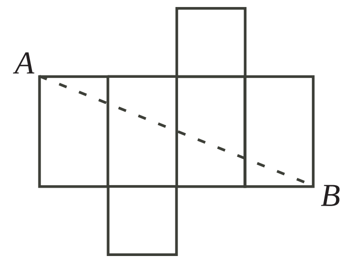


Figure 3

(c) Dans la Figure 4, on voit un bloc de forme rectangulaire qui mesure 3 sur 4 sur 5. Une chenille se trouve au coin A. Déterminer la distance la plus courte du point A au point G le long de la surface du bloc. Justifier sa réponse.

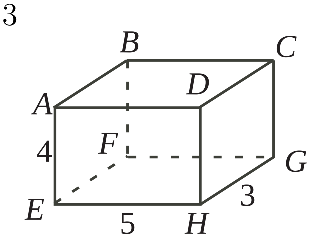


Figure 4

4. On écrit les chiffres des 30 premiers entiers positifs, dans l'ordre, pour former l'entier suivant de 51 chiffres :

$$x = 123456789101112131415161718192021222324252627282930$$

(a) Un entier positif qui peut être lu de droite à gauche ou de gauche à droite est appelé *palindrome*. Par exemple, les nombres 12321 et 1221 sont des palindromes.
Déterminer le plus petit nombre de chiffres qu'il faudrait enlever du nombre x de manière que les chiffres qui restent puissent être déplacés pour former un palindrome. Justifier pourquoi il s'agit bien du plus petit nombre de chiffres.

(b) Déterminer le plus petit nombre de chiffres qu'il faudrait enlever du nombre x de manière que les chiffres qui restent aient une somme de 130. Justifier pourquoi il s'agit bien du plus petit nombre de chiffres.

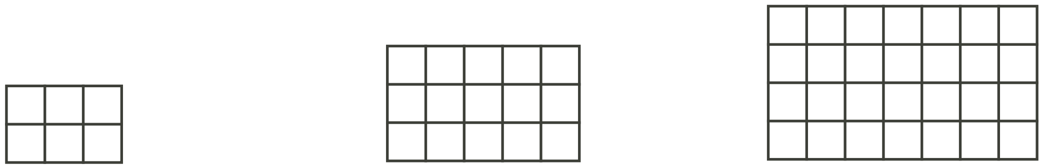
(c) Lorsqu'on écrit les chiffres des 50 premiers entiers positifs, dans l'ordre, on obtient l'entier suivant de 91 chiffres :

$$y = 123456789101112\cdots484950$$

Déterminer le plus petit nombre de chiffres qu'il faudrait enlever du nombre y de manière que les nombres qui restent aient une somme de 210 et qu'ils puissent être déplacés pour former un palindrome. Justifier pourquoi il s'agit bien du plus petit nombre de chiffres.

Concours Fryer 2007 (9^e année – Sec. III)
le mercredi 18 avril 2007

1. On utilise des carreaux mesurant 1 sur 1 pour former une suite de rectangles :



Rectangle 1 Rectangle 2 Rectangle 3

On forme beaucoup plus de rectangles, chacun ayant une rangée de plus et deux colonnes de plus que le rectangle précédent.

(a) Combien faut-il de carreaux 1 sur 1 pour former le rectangle 4 ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(b) Déterminer le périmètre du rectangle 4. Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(c) Déterminer le périmètre du rectangle 7. Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(d) Le rectangle n a un périmètre de 178. Determiner la valeur de n. Expliquer comment la réponse a été obtenue.

2. Cette semaine, les billets pour une joute de hockey des Blueberries de Waterloo se vendent comme suit : un billet platine coûte 25 $, un billet or coûte 10 $, un billet argent coûte 5 $ et un billet bronze coûte 1 $.

(a) Jamil achète 5 billets platine, 2 billets or et 3 billets argent. Déterminer le coût moyen de ses billets. Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(b) Michel achète 8 billets au coût moyen de 12 $. Il achète ensuite 5 billets platine. Quel est le coût moyen de tous les billets qu'il a achetés ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(c) Ophélie achète 10 billets au coût moyen de 14 $. Elle achète ensuite n billets platine. Le coût moyen de tous les billets qu'elle a achetés est de 20 $. Quelle est la valeur de n ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

3. (a) Un nombre est divisible par 8 si le nombre formé de ses trois derniers chiffres est lui-même divisible par 8. Par exemple, le nombre 47 389 248 est divisible par 8, car 248 est divisible par 8. Par contre, 47 389 284 n'est pas divisible par 8, car 284 n'est pas divisible par 8.

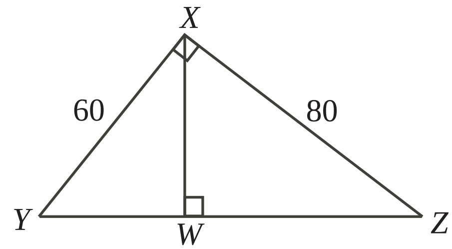
Si le nombre $992\,466\,1A6$ est divisible par 8 (A représente un chiffre), quelles sont les valeurs possibles de A ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(b) Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
Par exemple, le nombre 19 836 est divisible par 9, mais le nombre 19 825 ne l'est pas.

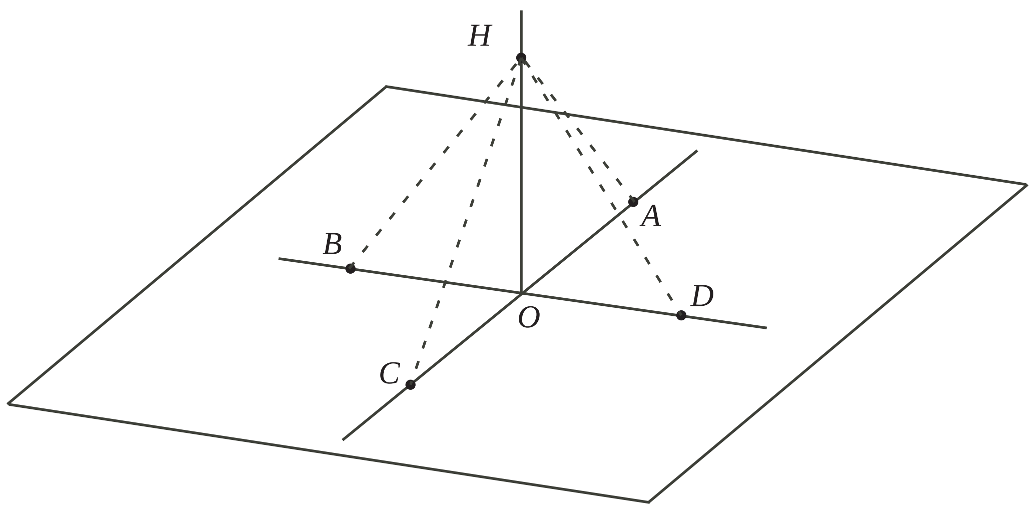
Si le nombre $D\,767\,E89$ est divisible par 9 (D et E représentent chacun un chiffre), quelles sont les valeurs possibles de la somme $D+E$? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

(c) Le nombre $5\,41G\,507\,2H6$ est divisible par 72. Si G et H représentent chacun un chiffre, quelles sont les paires de valeurs possibles de G et de H ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

4. (a) Dans la figure suivante, le triangle XYZ est rectangle en X, $YX = 60$ et $XZ = 80$. W est le point sur le côté YZ de manière que WZ soit perpendiculaire à YZ. Déterminer la longueur de WZ. Expliquer comment la réponse a été obtenue.



(b) Les cinq points A, B, C, D et O sont situés dans un champ plat. A est directement au nord de O, B est directement à l'ouest de O, C est directement au sud de O et D est directement à l'est de O. La distance de C à D est de 140 m. Une montgolfière est située au point H qui est directement au-dessus du point O. Elle est retenue en place par quatre cordes HA, HB, HC et HD. La corde HC a une longueur de 150 m et la corde HD a une longueur de 130 m. Déterminer la hauteur de la montgolfière au-dessus du champ (c'est-à-dire déterminer la longueur de OH). Expliquer comment la réponse a été obtenue.



(c) Pour réduire la quantité de corde utilisée, les cordes HC et HD seront remplacées par une seule corde HP, P étant un point situé sur la ligne droite qui relie C et D. (La montgolfière demeure dans la même position H au-dessus de O, comme dans la partie (b).) Déterminer la plus grande longueur de corde qu'il est possible d'épargner. Expliquer comment la réponse a été obtenue.

Concours Fryer 2006 (9^e année – Sec. III)

le jeudi 20 avril 2006

1. Sandrine reçoit les notes suivantes, sur 100, pour sept de ses huit cours :

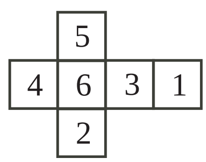
Mathématiques	94
Sciences	93
Anglais	84
Art	81
Histoire	74
Éducation physique	83
Géographie	79

   (a) Déterminer la note moyenne pour ces sept cours.

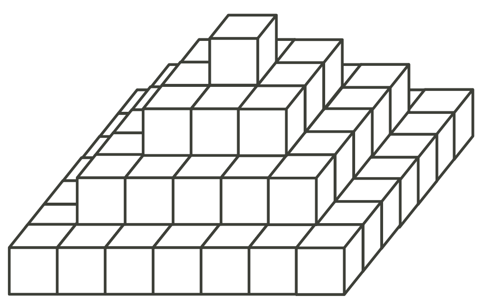
   (b) Avant de recevoir sa note de Français, Sandrine calcule la plus grande moyenne possible qu'elle peut obtenir pour les huit cours. Déterminer cette moyenne.

   (c) Lorsque Sandrine reçoit sa note de Français, elle constate que sa moyenne pour les huit cours est de 85. Quelle note a-t-elle reçue en Français ?

2. Dmitri a une grand nombre de cubes identiques. Les faces de chaque cube affichent un numéro de 1 à 6 comme l'indique le développement suivant :



(On peut replier ce développement pour former un cube.)
Il forme une pyramide en plaçant les cubes sur une table, comme dans la figure suivante. L'étage du bas est un carré 7 sur 7 de cubes.

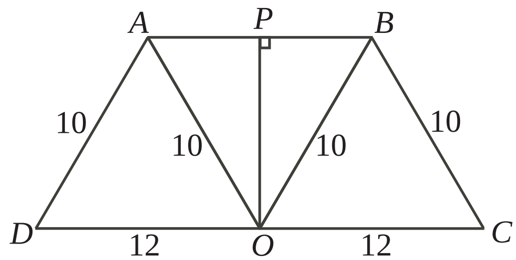


   (a) Déterminer le nombre total de cubes que Dmitri a utilisés pour construire la pyramide. Expliquer comment la réponse a été obtenue.

   (b) Une fois que la pyramide est construite sur la table, combien de faces des petits cubes sont visibles ?

   (c) Expliquer comment Dmitri pourrait placer les faces des petits cubes, dans cette pyramide, pour que la somme des numéros sur les faces visibles soit aussi grande que possible. Quelle est cette somme ?

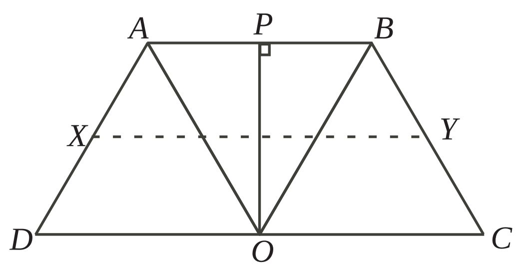
3. Le trapèze $ABCD$ est formé de trois triangles congruents, DAO, AOB et OBC, de manière que $AD = AO = OB = BC = 10$ et $AB = DO = OC = 12$. Le point P est situé sur le côté AB de manière que OP soit perpendiculaire à AB.



   (a) Quelle est la longueur de OP ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

   (b) Quelle est l'aire du trapèze $ABCD$? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

   (c) Le point X est le milieu du côté AD et le point Y est le milieu du côté BC. Lorsqu'on joint les points X et Y, le trapèze est divisé en deux petits trapèzes. Quel est le rapport de l'aire du trapèze $ABYX$ à l'aire du trapèze $XYCD$? Expliquer comment la réponse a été obtenue.



4. (a) Combien des entiers, de 1 à 100, ne contiennent pas le chiffre 7 ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

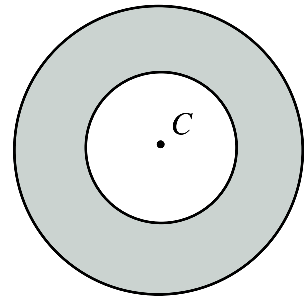
   (b) Combien des entiers, de 1 à 2000, ne contiennent pas le chiffre 7 ? Expliquer comment la réponse a été obtenue.

   (c) Déterminer la somme de tous les entiers, de 1 à 2006, qui ne contiennent pas le chiffre 7. Expliquer comment la réponse a été obtenue.

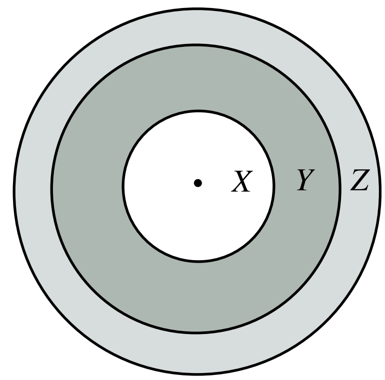
Concours Fryer (9^e^ année – Sec. III)

le mercredi 20 avril 2005

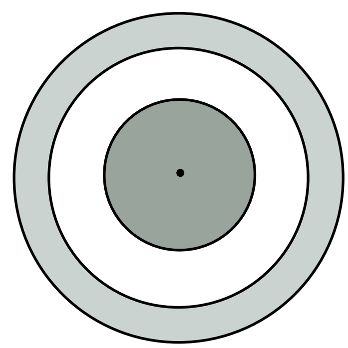
1. (a) Deux cercles *concentriques* (c'est-à-dire qui ont le même centre) ont pour centre C. Le grand cercle a un rayon de 10 et le petit a un rayon de 6. Déterminer l'aire de l'anneau ombré entre les cercles.



(b) Les cercles concentriques, dans la figure, ont un rayon respectif de 4, 6 et 7. Déterminer laquelle des régions, X, Y ou Z, a la plus grande aire. Expliquer sa démarche.

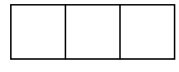


(c) Dans la figure ci-contre, les trois cercles sont concentriques. Les deux grands cercles ont un rayon respectif de 12 et de 13. L'aire de l'anneau formé par ces deux grands cercles est égale à l'aire du plus petit cercle. Déterminer le rayon du plus petit cercle. Expliquer sa démarche.



2. Un jeu se joue sur une rangée de cases vides. À son tour, la joueuse ou le joueur peut inscrire son initiale dans une case ou dans deux cases *adjacentes* (c'est-à-dire qui sont l'une à côté de l'autre). Anne et Bruno jouent à tour de rôle. La personne qui remplit la dernière case est gagnante.

(a) On joue sur une rangée de trois cases. Anne place son initiale dans la case du milieu. Expliquer pourquoi cela lui assure la victoire, peu importe le jeu de Bruno.



(b) On joue maintenant sur une rangée de cinq cases. Voici les premiers coups :

Départ					
Premier coup d'Anne			A		
Premier coup de Bruno	B		A		

Montrer un coup qu'Anne peut faire pour s'assurer d'une victoire. Expliquer comment ce coup empêche Bruno de gagner.

(c) On joue encore sur une rangée de cinq cases. Voici le premier coup.

Départ					
Premier coup d'Anne		A			

Montrer qu'il y a deux coups que Bruno peut faire pour s'assurer d'une victoire. Expliquer comment ces coups empêchent Anne de gagner.

3. Un *triangle de Nakamoto* est un triangle rectangle ayant des côtés de longueurs *entières* dans le rapport 3 : 4 : 5. (Par exemple, un triangle ayant des côtés de longueurs 9, 12 et 15 est un triangle de Nakamoto.)

   (a) Si un des côtés d'un triangle de Nakamoto a une longueur de 28, quelle est la longueur de chacun des autres côtés ?

   (b) Un triangle de Nakamoto a un périmètre de 96. Déterminer la longueur de ses côtés. Expliquer sa démarche.

   (c) Déterminer l'aire de chacun des triangles de Nakamoto qui ont un côté de longueur 60. Expliquer sa démarche.

4. Trois points, B, C et D, sont placés sur un segment de droite AE, comme dans la figure.

Les cinq points forment quatre *segments de base*, soit AB, BC, CD et DE, et 10 *segments*, soit AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE et DE.
La *super-somme* du segment AE est la somme de la longueur des dix segments.

   (a) Déterminer la longueur des 10 segments et calculer la super-somme de AE, sachant que $AB = 3$, $BC = 6$, $CD = 9$ et $DE = 7$.

   (b) Expliquer pourquoi il est impossible pour le segment AE d'avoir 10 segments de longueurs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10.

   (c) Un segment AJ est formé de 9 segments de base de longueurs $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$, dans l'ordre de gauche à droite. On a déterminé que ce segment AJ a une super-somme de 45. Déterminer la super-somme du segment AP, formé de 15 segments de base de longueurs $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{15}$, dans l'ordre de gauche à droite.

Concours Fryer (9^e année - Sec. III)

le jeudi 15 avril 2004

---

1. Louis pratique l'arithmétique en prenant l'inverse d'un nombre et en ajoutant 1 au résultat. Le symbole $\xrightarrow{I}$ indique qu'il prend l'inverse et le symbole $\xrightarrow{A}$ indique qu'il ajoute 1. Voici un exemple de son travail, avec une valeur initiale de 2 :

   $$2 \xrightarrow{I} \tfrac{1}{2} \xrightarrow{A} \tfrac{3}{2} \xrightarrow{I} \tfrac{2}{3} \xrightarrow{A} \tfrac{5}{3} \xrightarrow{I} \tfrac{3}{5}$$

   a) Remplir les cinq tirets ci-dessous, la valeur initiale étant 3 :

   $$3 \xrightarrow{I} \underline{\quad} \xrightarrow{A} \underline{\quad} \xrightarrow{I} \underline{\quad} \xrightarrow{A} \underline{\quad} \xrightarrow{I} \underline{\quad}$$

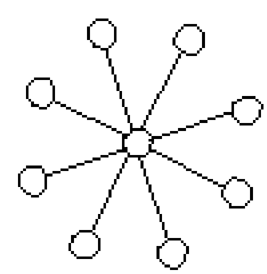
   b) Utiliser les mêmes opérations pour remplir les cinq tirets ci-dessous avec la valeur initiale x :

   $$x \xrightarrow{I} \underline{\quad} \xrightarrow{A} \underline{\quad} \xrightarrow{I} \underline{\quad} \xrightarrow{A} \underline{\quad} \xrightarrow{I} \underline{\quad}$$

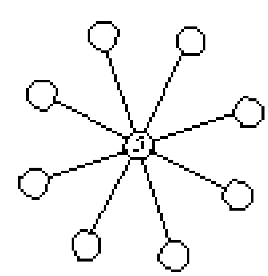
   c) Utiliser les étapes de la partie b) pour déterminer la valeur initiale qui donnera le résultat final $\frac{14}{27}$. Expliquer son raisonnement.

2. La Fondation Fryer décerne des prix de 5 \$, de 25 \$, de 125 \$ et de 625 \$.
   a) La Fondation décerne au moins un prix de chaque sorte. Si elle a décerné cinq prix d'une valeur totale de 905 \$, combien de prix de chaque sorte a-t-elle décernés? Expliquer son raisonnement.
   b) Si la Fondation décerne cinq prix, dont au moins un prix de chaque sorte, déterminer les trois autres valeurs totales possibles. Expliquer son raisonnement.
   c) Il y a deux façons pour la Fondation de décerner des prix d'une valeur totale de 880 \$, en décernant chaque prix au moins une fois, mais pas plus de six fois. Déterminer ces deux façons de le faire, tout en expliquant son raisonnement.

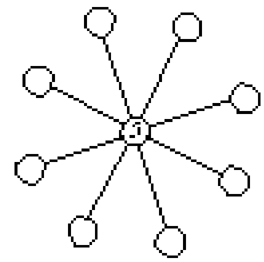
3. Dans le jeu « Le soleil des Incas », deux joueurs utilisent un ensemble de jetons, numérotés de 1 à 9. Tour à tour, ils placent un jeton dans un des cercles de la figure. L'objectif du jeu est d'être la première personne à placer un jeton de manière que les trois nombres le long d'une ligne qui passe par le centre aient une somme de 15.



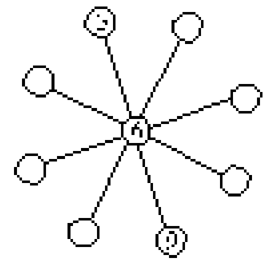
   a) Si Annick place un 5 dans le cercle du centre et que Boris place ensuite un 3, démontrer comment Annick peut gagner à son prochain tour.



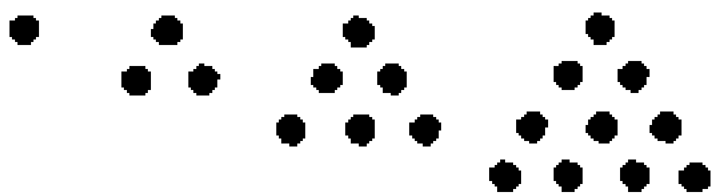
b) Si Annick place un 5 dans le cercle du centre, démontrer que quel que soit le choix de Boris, Annick peut toujours gagner à son prochain tour.



c) Dans la position ci-contre, c'est à Boris de jouer. Montrer que, quel que soit le choix de Boris, Annick peut gagner.



4. On peut former les nombres triangulaires en comptant le nombre de points qui forment chaque figure triangulaire:



Le premier nombre triangulaire est 1, le 2^e est 3, le 3^e est 6 et le 4^e est 10. Le $n$ième nombre triangulaire est égal à $1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n$.

a) Calculer le 10^e et le 24^e nombre triangulaire.

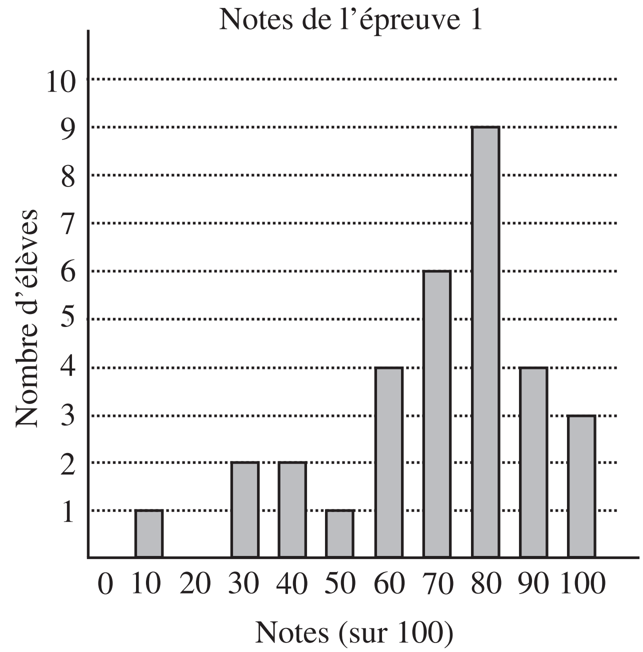
b) Démontrer que la somme de trois nombres triangulaires consécutifs est toujours égale à 1 de plus que trois fois le deuxième de ces trois nombres.

c) Les 3^e, 6^e et 8^e nombres triangulaires, soit 6, 21 et 36, forment une suite arithmétique, car le deuxième moins le premier est égal au troisième moins le deuxième, c'est-à-dire que $21 - 6 = 36 - 21$. De même, les 8^e, 12^e et 15^e nombres triangulaires, soit 36, 78 et 120, forment une suite arithmétique. Trouver trois autres nombres triangulaires, chacun supérieur à 2004, qui forment une suite arithmétique.

Concours Fryer *(9e année - Sec. III au Quebec)*

mercredi 16 avril 2003

1. a) Les notes de 32 élèves, lors de leur première épreuve de mathématiques, sont toutes des multiples de 10. Elles sont indiquées dans le diagramme à bâtons. Quelle est la moyenne des notes des 32 élèves de la classe?



   b) Après 6 épreuves, Paul a une moyenne de 86. Quelle sera sa moyenne s'il obtient une note de 100 lors de la prochaine épreuve?

   c) Plus tard dans l'année, Marie se rend compte qu'elle a besoin d'une note de 100 lors de la prochaine épreuve pour que sa moyenne, dans toutes les épreuves, soit égale à 90. Or si elle obtient une note de 70 dans la prochaine épreuve, sa moyenne sera égale à 87. Lorsqu'elle aura terminé la prochaine épreuve, combien d'épreuves aura-t-elle écrites?

2. Xavier et Yvonne participent à un jeu dans lequel chacun, tour à tour, annonce un numéro qu'il ou elle a choisi. Le premier numéro doit être un entier de 1 à 9. Chaque numéro subséquent doit être un entier qui est de 1 à 10 de plus que le numéro précédent.

   a) Lors de la première partie, la personne qui annoncera le numéro 15 sera déclarée gagnante. Expliquer que Xavier a une stratégie gagnante s'il joue premier en annonçant le numéro 4.

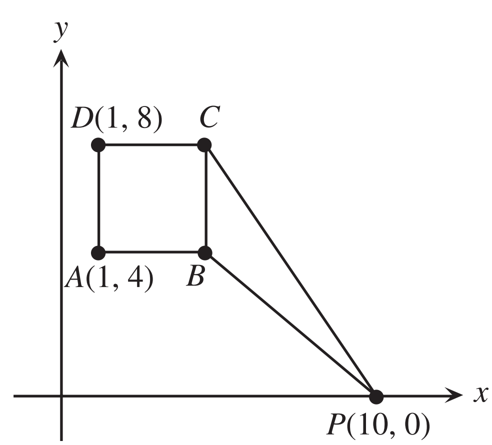
   b) Lors de la deuxième partie, la personne qui annoncera le numéro 50 sera déclarée gagnante. Si Xavier joue premier, comment peut-il s'assurer de gagner?

3. *ABCD* est un carré et les coordonnées de *A* et de *D* sont indiquées.

   a) Le point *P* a pour coordonnées $(10, 0)$. Montrer que le triangle *PCB* a une aire de 10.

   b) Soit un point $E(a, 0)$, sur l'axe des abscisses, de manière que le triangle *CBE* soit situé complètement à l'extérieur du carré *ABCD*. Si l'aire du triangle est égale à l'aire du carré, quelle est la valeur de *a*?

   c) Démontrer qu'il n'existe aucun point *F*, sur l'axe des abscisses, pour lequel l'aire du triangle *ABF* est égale à l'aire du carré *ABCD*.



à suivre ...

4. Étant donné l'ensemble $\{1, 10, 100\}$, on peut obtenir 7 totaux *distincts* en additionnant un nombre ou plus de cet ensemble. Ces totaux sont 1, 10, 100, $1+10=11$, $1+100=101$, $10+100=110$ et $1+10+100=111$. La « somme-puissance » de cet ensemble est la *somme* de ces totaux. Elle est égale à 444.
   a) Étant donné l'ensemble $\{1, 10, 100, 1000\}$, combien peut-on obtenir de totaux distincts en additionnant un nombre ou plus de cet ensemble? Calculer la somme-puissance de cet ensemble.
   b) Déterminer la somme-puissance de l'ensemble $\{1, 10, 100, 1000, 10\,000, 100\,000, 1\,000\,000\}$.

Prolongements (Vous devriez essayer de répondre à ces questions uniquement lorsque vous aurez complété au meilleur de vos connaissances les quatre principaux problèmes)

Prolongement du Problème 1

L'enseignante de Marie inscrit la note finale des 32 élèves. L'enseignante calcule la médiane de la classe et obtient une note de 80. Elle calcule aussi l'étendue des notes, soit la différence entre la note la plus haute et la note la plus basse, et obtient 40. Elle calcule enfin la moyenne de la classe et obtient 58. Démontrer que l'enseignante a commis une erreur.

Prolongement du Problème 2

Dans la partie b), le nombre-cible était 50. Quelles sont les valeurs du nombre-cible qui peuvent assurer à Yvonne une stratégie gagnante si Xavier joue premier?

Prolongement du Problème 3

Soit G un point sur la droite qui passe par les points $M(0, 8)$ et $N(3, 10)$, de manière que le triangle DCG soit situé complètement à l'extérieur du carré. Déterminer les coordonnées de G, sachant que l'aire du triangle DCG est égale à l'aire du carré.

Prolongement du Problème 4

Soit l'ensemble $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 48, 96\}$. Combien peut-on obtenir de totaux distincts en additionnant un nombre ou plus de cet ensemble?