



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le jeudi 4 avril 2024

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 5 avril 2024

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 75 minutes

©2024 University of Waterloo

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Dans une suite d'entiers, le 1^{er} terme est 3. Chaque terme, après le premier, est obtenu en ajoutant 6 au terme précédent. Dans cette suite, les quatre premiers termes sont 3, 9, 15, 21.



(a) Quel est le 5^e terme ?



(b) Quelle est la moyenne des 4^e, 5^e et 6^e termes ?



(c) Quel est le 20^e terme ?



(d) Déterminer le plus petit terme qui est supérieur à 1000.

2. Chaque jour, Ella charge des chemises rouges et bleues dans son camion pour les livrer à deux magasins. Elle livre quelques chemises au magasin 1 puis les chemises restantes au magasin 2.



(a) Lundi, elle a chargé 800 chemises rouges et 200 chemises bleues dans son camion. Au magasin 1, elle n'a déposé que des chemises rouges. Au magasin 2, 50 % des chemises qu'elle a déposées étaient rouges. Combien de chemises rouges a-t-elle déposées au magasin 1 ?



(b) Mardi, elle a chargé $5x$ chemises rouges et $5x$ chemises bleues dans son camion. Au magasin 1, elle a déposé 40 % des chemises rouges et aucune chemise bleue. Quel pourcentage des chemises déposées au magasin 2 étaient bleues ?



(c) Mercredi, elle a chargé $3y$ chemises rouges et y chemises bleues dans son camion. Au magasin 1, elle a déposé quelques chemises rouges et aucune chemise bleue. De plus, elle a chargé quelques chemises vertes dans son camion. Au magasin 2, elle a déposé toutes les chemises restantes, qui comprenaient un nombre égal de chemises rouges, vertes et bleues. Déterminer quel pourcentage des chemises déposées mercredi étaient de couleur verte.

3. Une tranche de pain carrée, $ABCD$, mesure 30×30 . La tranche de pain a des croûtes sur trois côtés. Ces côtés sont représentés en gras dans la Figure 1 ; soit les côtés AB , BC et CD . Lorsque l'on coupe la tranche en petits morceaux, les morceaux sont dits *justes* si
- chaque morceau a la même aire et
 - chaque morceau a la même longueur de croûte.

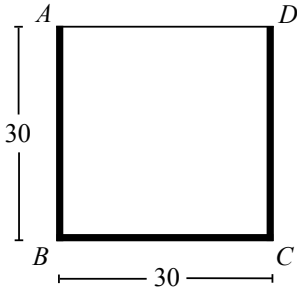


Figure 1

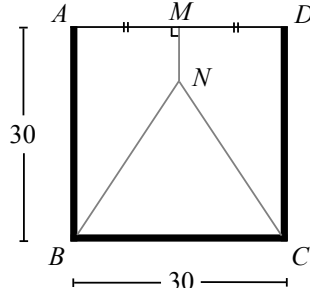


Figure 2

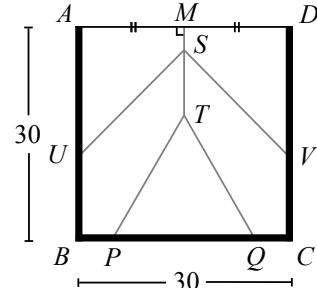
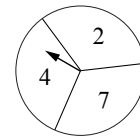
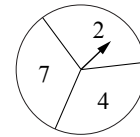


Figure 3

- (a) Dans la Figure 2, M est le milieu de AD et MN est perpendiculaire à AD . Si l'on coupe $ABCD$ le long des lignes MN , NB et NC pour créer trois morceaux justes, quelle est la longueur de MN ?
- (b) Dans la Figure 3, M est le milieu de AD , MT est perpendiculaire à AD et S est situé sur MT . Si l'on coupe $ABCD$ le long des lignes MT , TP , TQ , SU et SV pour créer cinq morceaux justes, quelle est la longueur de PQ ?
- (c) Dans la Figure 3, déterminer la longueur de ST .

4. Un jeu se joue à deux avec des disques qui sont divisés en trois sections de même taille. Chacune des trois sections porte un entier distinct. Chaque joueur fait tourner la flèche une fois et le joueur qui obtient le plus grand nombre gagne. En utilisant l'un des deux disques présentés dans les figures ci-contre, un joueur pourrait obtenir soit un 2, un 4 ou un 7. Ces trois résultats sont équiprobables, chacun ayant une probabilité de $\frac{1}{3}$. Donc, ces deux disques seraient considérés comme identiques et seraient tous deux identifiés par $\{2, 4, 7\}$.



- (a) Alice fait tourner la flèche du disque $\{5, 9, 11\}$ et Binh fait tourner la flèche du disque $\{1, 8, 10\}$. Quelle est la probabilité pour qu'Alice remporte la partie ?
- (b) Carole crée le disque $\{1, 5, 10\}$. Darsh crée un disque en choisissant trois entiers distincts parmi 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9. Déterminer combien de disques différents Darsh pourrait créer pour que la probabilité qu'il remporte la partie soit supérieure à celle de Carole.
- (c) Eloïse crée le disque $\{5, 8, 15\}$ et François crée le disque $\{2, 10, 18\}$. Geneviève crée le disque $\{x, y, z\}$ en choisissant trois entiers $x < y < z$ parmi la liste suivante :

1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 19, 20

Supposons que

- la probabilité pour que François gagne contre Eloïse est égale à p ,
- la probabilité pour qu'Eloïse gagne contre Geneviève est égale à q et
- la probabilité pour que Geneviève gagne contre François est égale à r .

Déterminer combien de disques différents Geneviève pourrait créer pour que $p = q = r$.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2024! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI. Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2024.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2024/2025
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^e et 12^e année
- utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours