



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Fryer

(9<sup>e</sup> année – Sec. III)

le mercredi 10 avril 2019

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 11 avril 2019

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée : 75 minutes

©2019 University of Waterloo

*Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.*

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



**ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.**

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple,  $\pi + 1$  et  $1 - \sqrt{2}$  sont des nombres exacts simplifiés.

*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*





*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca). Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par  $y = x^3 - x$ , mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

Astuce :

Il vous sera peut-être utile de savoir que la somme des  $n$  entiers de 1 à  $n$  est égale à  $\frac{1}{2}n(n+1)$  ; c'est-à-dire,  $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n = \frac{1}{2}n(n+1)$ .

1.  (a) Dans la Figure A, on voit un rectangle qui mesure 7 sur 8. Quel est le périmètre de cette figure ?  
 (b) Dans la Figure B, on enlève un rectangle qui mesure 3 sur 1 du coin d'un rectangle qui mesure 7 sur 8. Quel est le périmètre de cette figure ?  
 (c) Dans la Figure C, on enlève un rectangle qui mesure 4 sur 2 du coin d'un rectangle qui mesure  $k+4$  sur  $k+2$ . Sachant que le périmètre de la Figure C est égal à 56, déterminer la valeur de l'entier  $k$ .  
 (d) Dans la Figure D, on enlève quatre rectangles qui mesurent 4 sur 7 des coins d'un carré qui a des longueurs de côtés de  $8n+1$ . Sachant que le périmètre de la Figure D doit être inférieur à 1000, déterminer le plus grand entier  $n$  qui admettrait cette condition.

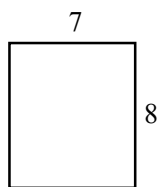


Figure A

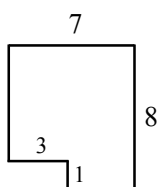


Figure B

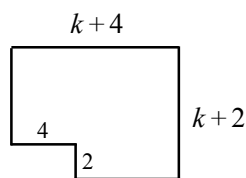


Figure C

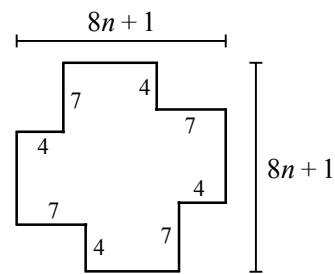


Figure D

2. On introduit une corde dans une machine à un rythme constant de 2 mètres par seconde. La machine peut être réglée de manière à couper un bout de corde toutes les  $t$  secondes. Par exemple, si la machine est réglée de manière à effectuer une coupe toutes les 5 secondes, 12 bouts de cordes seront coupés en l'espace d'une minute.



(a) Si on règle la machine de manière à couper un bout de corde toutes les 8 secondes, combien de bouts de corde seront coupés en l'espace de 10 minutes ?



(b) Si on règle la machine de manière à couper un bout de corde toutes les 3 secondes, que sera la longueur de chaque bout de corde coupé ?



(c) Si chaque bout de corde coupé a une longueur de 30 m, déterminer le nombre de coupes que la machine devra effectuer en l'espace d'une minute.



(d) Si la machine est réglée de manière à effectuer 16 coupes en l'espace d'une minute, déterminer la longueur de chaque bout de corde qui sera coupé.

3. Tania dresse une liste des entiers positifs qui ne sont pas des multiples de 5 en ordre croissant :

1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, . . . .



(a) Combien d'entiers Tania aura-t-elle listés avant que sa liste n'atteigne la position où le 6<sup>e</sup> multiple de 5 est omis ?



(b) Si le nombre 2019 est le  $k^{\text{e}}$  entier dans la liste de Tania. Déterminer la valeur de  $k$ .



(c) Déterminer la somme des 200 premiers entiers de la liste de Tania.

4. Une *suite Shonk* est une suite d'entiers positifs où
- chaque terme après le premier est supérieur au terme précédent, et
  - le produit de tous les termes est un carré parfait.

Par exemple : 2, 6, 27 est une suite Shonk car  $6 > 2$  et  $27 > 6$  et  $2 \times 6 \times 27 = 324 = 18^2$ .



(a) Si 12,  $x$ , 24 est une suite Shonk, quelle est la valeur de  $x$  ?



(b) Si 28,  $y$ ,  $z$ , 65 est une suite Shonk, quelles sont les valeurs de  $y$  et de  $z$  ?



(c) Déterminer la longueur de la suite de Shonk la plus longue dont chacun des termes est un entier de 1 à 12. Cela signifie qu'il faudra démontrer un exemple d'une telle suite dans votre solution. Il faudra aussi justifier la raison pour laquelle il n'y a pas de suite plus longue que celle de votre exemple.



(d) Une suite de quatre termes  $a, b, c, d$  porte le nom de *suite Shonkalistique super chouette* (SSSC) uniquement lorsque chacune des suites suivantes est une suite Shonk : la suite  $a, b, c, d$ , la suite  $a, b, c$  et la suite  $b, c, d$ . Déterminer le nombre de couples  $(m, n)$  qui permettraient à la suite  $m, 1176, n, 48\,400$  d'être une SSSC.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

*Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2019! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2019.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

*Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2019/2020
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11<sup>e</sup> et 12<sup>e</sup> année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours